全品图书 CHAMPION

321创新实践同步·单元练与测

新课标 北师大版

期中期末夺高分

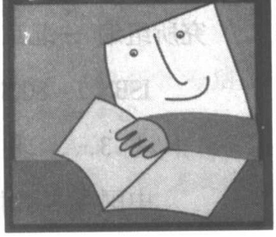
QIZHONG QIMO DUOGAOFEN

数学八年级上册 SHUXUE

北京全品教育研究所 组编

中国致公出版社

全品小复习



新课标 北师大版

期中期末夺高分

QIZHONG QIMO DUOGAOFEN

数学·八年级上册 SHU XUE

北京全品教育研究所 组编

主编：南秀全

编者：肖一鸣 张向东

方超 杨波

中国致公出版社

图书在版编目(CIP)数据

321创新实践同步·单元练与测·期中期末夺高分·数学八年级上册/北京全品教育研究所组编.—北京:中国致公出版社,2001.7

ISBN 7-80096-906-1

Ⅰ.3… Ⅱ.北… Ⅲ.数学课-初中-教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第035036号

数 学

八年级上册

编　　写:北京全品教育研究所
责任编辑:刘　秦
封面设计:未知工作室

出版发行:中国致公出版社
(北京市西城区太平桥大街4号　电话　66168543　邮编　100034)
经　　销:全国新华书店
印　　刷:三河市新艺印刷厂
印　　数:00 001—20 000

开　　本:787×1092　1/16
总 印 张:16.50
总 字 数:333千字
版　　次:2004年8月第1版　2004年8月第1次印刷

ISBN 7-80096-906-1/G·564
总 定 价:22.30元(共3册)
本册定价:7.80元

让复习更简洁更有效

（代前言）

学习心理学不仅关注学习信息的先行组织，而且更加关注大脑中认知结构的螺旋性上升重建或结构性重组。复习的过程就是通过对学习经验的重复与重新组织，提高概念形成的质量，提高认知结构的发展水平，提高学习的效率和效益。复习的主要目标是巩固基础、重建结构、提升能力，有效复习是高效率、高效益学习的基础与核心。复习不及时，痕迹不加深，能力得不到提升，学习成果如过眼烟云得不到积累，是绝大多数聪明的学生成绩不佳的主要原因，伤透了教师、学生、家长的心。

复习如此重要，但复习也易变得机械、变得累赘。《全品小复习》丛书以简洁的体例，明快的流程设计，定位于章节(单元)新知识学习后的再复习、再认识教学，每个章节(单元)一个复习方案，配套单元测试卷，重点解决章节(单元)的知识体系构建、重点难点突破、解题方法点拨等问题，以其在短时间内达到学习与备考能力的快速提升，轻松应对期中、期末的综合检测。丛书在功能设置上具有下述几个特点：

1、对学习及时巩固。丛书抛弃机械复杂的知识点重复，但基于课堂新习得的知识点，以及知识点与基础经验之间建立的初步联系，在章节(单元)新授课完成后，按照记忆与遗忘的规律及时巩固和强化知识点之间的联系，变课堂知识点的机械重复为章节(单元)知识体系的理解性记忆与实践性训练。

2、对重点及时突破。学习的重点大多是知识与能力体系的交织点或关键所在。丛书围绕重点疏理知识脉络，使重点所关联的知识与能力序列再显现，借网络加深重难点记忆痕迹，加强重难点的学习支撑，提纲挈领，纲举目张，提升章节(单元)整体教与学的效能

3、对能力及时整合。丛书着眼于事半功倍地实现学习能力的综合提升，在章节(单元)之后实施简洁、及时的复习，重视能力的梯级提升和系统整合，以新知识的内化与融通为基础，以新知识新经验的实践应用为契机，加强知识与能力的综合演练，把能力培养落实于平时，把备考复习落实到常规。

4、对结构及时调整。复习的目的除了巩固提高学习成果，还要为进一步的学习奠定基础。丛书对章节(单元)学习成果的巩固、提升，兼顾了整个学科的学习与发展需要，注重认知结构的承前启后，温故知新设置复习的点与面，体现了复习对学习能力的调整与发展功能

《全品小复习》让学生买而不累，用而不赘！

《全品小复习》让学习复而不累，习而不赘！

目　　录

复习札记

第一章 勾股定理

一 知识体系构建

现实情境 ⟶ 勾股定理 ⟶ 勾股定理逆定理 ⟶ 应 用 ⟶ {线段长度计算；判定直角三角形；角的大小计算；解决实际问题}

二 重点难点突破

1.(1) 勾股定理的发现

在直角三角形中，两直角边的________等于斜边的________.

如图 1－1 所示，则有________.（平方和，平方；$a^2+b^2=c^2$）

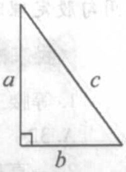


图 1－1

(2) 勾股定理可用于求直角三角形的某一边长.

如：在直角三角形 ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边分别为 a、b、c.

① 若 $a=3,b=4$，则 $c=$________

② 若 $a=5,c=13$，则 $b=$________

③ 若 $b=6,c=10$，则 $a=$________（5;12;8）

勾股定理还可有如下变形：$a^2=c^2-b^2$，$b^2=c^2-a^2$

(3) 勾股定理只适用于直角三角形.

如：在钝角三角形 ABC 中，$\angle C>90°$，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边分别为 a、b、c，则 a^2+b^2 ________ c^2；在锐角三角形 ABC 中，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边分别为 a、b、c，则 a^2+b^2 ________ c^2.（<；>）

2.(1) 勾股定理的逆定理的引入

如果某三角形的三边长 a,b,c 满足________，那么这个三角形是________.

（$a^2+b^2=c^2$；直角三角形）

(2) 用勾股定理的逆定理判定一个三角形是否是直角三角形.

以 5，12，13 为三边长的三角形是________.

三边比为 3∶4∶5 的三角形是________.

$\triangle ABC$ 的三边长 a、b、c 满足 $a^2+b^2=c^2$ 时，则 $\angle C$ 的度数为________.

（直角三角形；直角三角形；90°）

(3) 满足 $a^2+b^2=c^2$ 的三个正整数，称为勾股数.

如 3，4，5，因为________，所以 3，4，5 是一组________.

又如：观察下列数组，根据所得规律写出 b、c 的值及第一个数是 $2n$ 的那一组数.

观察每组数的第一个数的变化规律，探索每组数的后面两个数的和与第一个数的关系，后两个数的差的规律，得出一般规律.

6，8，10，$6^2+8^2=10^2$；

8，15，17，$8^2+15^2=17^2$；

10，24，26，$10^2+24^2=26^2$；

…

$20, b, c, 20^2+b^2=c^2$

($3^2+4^2=5^2$,勾股数;$b=48, c=52$;$2n, n^2-1, n^2+1$)

三 解题方法点拨

例1 一次大风过后,学校操场边的一棵树被风吹折,小明在测量后发现折断处 B 离地面5米高,树梢着地后离树根12米,如图1-2所示,你能计算出吹折前这棵树有多高吗?

思路点拨 被风吹折前,树干与地面垂直.故 $\angle ACB=90°$,又由已知可得 $BC=5$ 米,$AC=12$ 米,从而可求 AB 的长.树高即是 $AB+BC$ 的值.

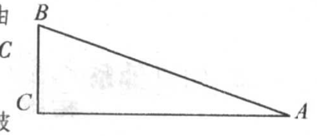


图1-2

解 在 $\triangle ABC$ 中,点 C 表示树的根部,点 A 表示树梢,点 B 表示被风吹折处,则 $\angle ACB=90°$,$BC=5$,$AC=12$.

由勾股定理得,$BC^2+AC^2=AB^2$.

故 $5^2+12^2=AB^2$,即 $AB^2=169$,$AB=13$.

从而树被风吹折前的高度为 $5+13=18$ 米.

点评 (1)要能明确图中三角形各边长的意义,同时树被风吹折前树干应与地面垂直,故吹折后 BC 与地面垂直.(2)吹折前的树高应是 AB 与 BC 的长的和,不能误认为 AB 的长即是树高.(3)应用勾股定理时,首先必须在直角三角形中,其次要明确该直角三角形的直角边和斜边.

我来试试

1. 等腰三角形底边上的高为8,周长为32,则三角形的面积是 ( )

A. 32 B. 40 C. 48 D. 56

2. 一直角三角形有一直角边长为11,另两边长均为自然数,则其周长为 ( )

A. 120 B. 121 C. 123 D. 132

例2 如图1-3所示,铁路上 A、B 两站(视为直线上两点)相距25千米,C、D 为两村庄(视为两个点),$DA\perp AB$ 于 A,$CB\perp AB$ 于 B,已知 $DA=15$ 千米,$CB=10$ 千米,现要在铁路上 AB 之间建一个土特产品收购站 E,使 C、D 两村到 E 站的距离相等,你认为 E 站应建在何处?请给出你的设计方案和理由.

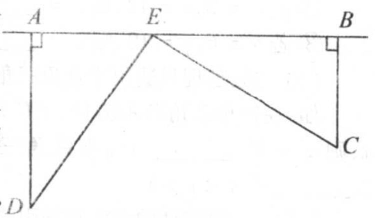


图1-3

思路点拨 E 站应建在何处,可从 E 到 A 的距离及 E 在 AB 之间来确定.由于要求 $DE=CE$,故可通过设未知数并由等量关系 $DE=CE$ 建立方程,由此解答本题.

解 在 $\triangle ADE$ 中,$DE^2=AD^2+AE^2=15^2+AE^2$

在 $\triangle BCE$ 中,$CE^2=BC^2+BE^2=10^2+BE^2$

$\because DE=CE$ $\therefore 15^2+AE^2=10^2+BE^2$ ①

又 $AE+BE=25$ ②

由①②可得:$AE=10$(千米).

我来试试

1. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $a^2+b^2=25$,$a^2-b^2=7$,$c=5$,则最大边上的高为________.

2. 小明和小亮在学校门口分手后,向两个不同的方向回家,小明的速度是30米/分,小亮的速度是40米/分,20分钟后,他俩相距1000米,请问小明和小亮行走的方向互相垂直吗?为什么?

复习札记

例3 小明画了一个如图 1－4 所示的四边形，其中 $AB = 4, BC = 12, CD = 13, DA = 3, \angle A = 90°$，你能求出四边形 $ABCD$ 的面积吗？

思路点拨　由于无法直接求出四边形 $ABCD$ 的面积，故考虑将其转化为三角形，由 $\angle A = 90°$，故连结 BD，得直角三角形 ABD，可求出 BD 的长为 5，在 $\triangle BCD$ 中，由 $BD = 5, BC = 12, CD = 13$ 可得 $BD^2 + BC^2 = CD^2$，从而 $\triangle BCD$ 是直角三角形且 $\angle CBD = 90°$，这样可分别求出 $\triangle ABD$ 与 $\triangle BCD$ 的面积，从而求出四边形 $ABCD$ 的面积.

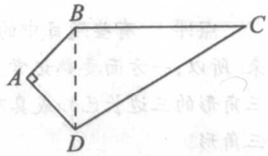


图 1－4

解　如图，连结 BD，则

在 $\triangle ABD$ 中，$\because AB = 4, AD = 3, \angle A = 90°$，

$\therefore BD^2 = AB^2 + AD^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2$，即 $BD = 5$.

在 $\triangle BCD$ 中，$\because BD = 5, BC = 12, CD = 13$，

$\therefore BD^2 + BC^2 = CD^2$，$\therefore \triangle BCD$ 是直角三角形，且 $\angle CBD = 90°$.

$\therefore S_{四边形ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}AB \cdot AD + \frac{1}{2}BD \cdot BC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 + \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 36.$

即四边形 $ABCD$ 的面积为 36.

点评　求多边形的面积时，一般通过割补法将其转化为几个三角形或其他特殊的图形来解决. 本题已知 $\angle A = 90°$，故构造直角三角形.

我来试试

1. 已知：如图 1－5 所示，要固定电线杆，从电线杆离地面 8 米的 B 处分别向地面拉两条长 10 米的固定拉线，求地面电线杆的两个固定点 A、D 之间的距离.

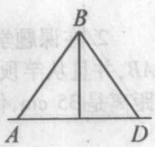


图 1－5

2. 某人欲横渡一条河，由于水流的影响，实际上岸地点 C 偏离欲到达地点 200 米，结果他在水中实际游了 520 米，求该河流的宽度.

例4 如图 1－6 所示，已知 $\triangle ABC$ 中，$AB = 17$ cm，$BC = 16$ cm，BC 边上的中线 $AD = 15$ cm，试求 $\triangle ABC$ 的周长与面积.

思路点拨　由已知可得 $BD = 8$ cm，由于 $8^2 + 15^2 = 17^2$，故 $\triangle ABD$ 是直角三角形，且 $\angle ADB = 90°$，即 $AD \perp BC$，又由于 $BD = DC$，从而可得 $\triangle ABC$ 是等腰三角形.

解　$\because AD$ 是中线，$\therefore BD = CD = 8$ cm.

复习札记

$\because BD^2 + AD^2 = 8^2 + 15^2 = 17^2 = AB^2$,

$\therefore \angle ADB = 90°$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形,

$\therefore AC = AB = 17$ cm,

$\therefore \triangle ABC$ 的周长为 $17 + 17 + 16 = 50$(cm),

$\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 16 \times 15 = 120$(cm^2).

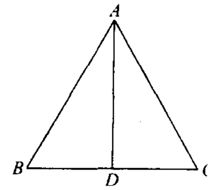


图 1－6

点评　有些题目中的直角三角形常常作为隐含条件出现,需要用勾股定理逆定理把它挖掘出来. 所以,一方面要熟记常见的勾股数,以便于发现隐含的直角三角形,另一方面要注意:如果一个三角形的三边长已知或具有某些比例关系,那么就可以用勾股定理的逆定理去检验它是否是直角三角形.

[redacted]

1. 小明家在郊外承包了一块长方形菜地,已知其面积为 48 平方米,对角线长 10 米,现要在其周围建起护栏,你能帮小明计算一下需要多长的护栏吗?

2. 在课题学习后,小明想从另外一个角度验证勾股定理,他在水平地面上立一 40 cm 长竹竿 AB,并且从竿顶 B 处拉一 50 cm 的细绳,使绳的另一端刚好在 C 处接触地面,这时量得 AC 两点间的距离是 35 cm,你认为他失败的原因在哪里?

5 如图 1－7 所示,$\triangle ABC$ 中,$\angle BAC = 90°$,$AB = AC$,D、E 为 BC 边上两点,且 $\angle DAE = 45°$,小明说以线段 BE、ED、DC 为三边可以作一个直角三角形,你认为呢?

思路点拨　由于 BE、DE、CD 不在同一个三角形中,故应设法将其集中到一个三角形中. 由 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形,有相等的角与相等的边,故可构造全等三角形.

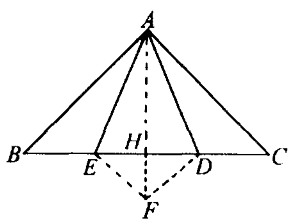


图 1－7

解　能做一个三角形. 证明如下:

过 A 作 $AH \perp BC$ 于 H,延长 AH 至 F 使 $AF = AB$.

易证 $\triangle ABE \cong \triangle AFE$,$\triangle ACD \cong \triangle ADF$,

$\therefore BE = EF, CD = DF, \angle AFE = \angle B = 45°, \angle AFD = \angle C = 45°$,

$\therefore \angle EFD = 90°$,

$\therefore EF^2 + DF^2 = ED^2$,

$\therefore BE^2 + CD^2 = ED^2$.

点评　当题目中已知条件比较分散时,应通过构造(或寻找)全等三角形或利用等腰三角形的性质或其他的特殊图形,将分散的条件集中,以利于解决问题.

我来试试

由 A 市到 C 市需经过 B 市，$AB \perp BC$，一辆汽车以每小时80千米的速度从 A 市到 B 市需6小时，从 B 市到 C 市只需4.5小时，为了加快经济建设，现新修了一条从 A 市直达 C 市的笔直公路，那么现在从 A 市到 C 市比以前提前了多少小时？

复习札记

例6 如图1－8(1)所示，一圆柱形油罐，要从 A 点环绕油罐建梯子，正好到 A 点的正上方 B 点，请你算一算梯子最短需多少米？(已知油罐的底面周长是12米，高 AB 是5米)

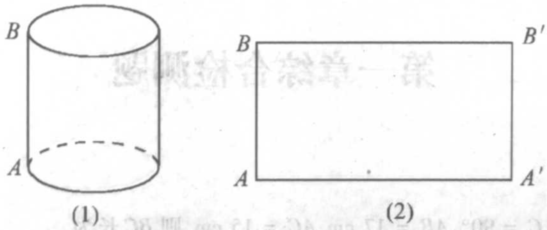


图1－8

思路点拨 如图1－8(2)所示，长方形 $AA'B'B$ 中，AA' 的长即是圆柱的底面周长，$A'B'$ 的长即是圆柱的高，故 $AA'=12$，$A'B'=5$，由于圆柱的高与底面垂直，故 $\angle A'=90°$，由勾股定理可求 AB' 的长即得所建梯子的最短长度.

解 将圆柱的侧面沿 AB 剪开铺平，得到长方形 $AA'B'B$，

则 $AA'=BB'=12$ 米，$AB=A'B'=5$ 米，$\angle A'=90°$.

由平面内两点之间，线段最短可知：

沿 AB' 建梯子时，梯子的长度最短.

在 $\triangle AA'B'$ 中，$\angle A'=90°$，$AA'=12$，$A'B'=5$，

故 $AB'^2=AA'^2+A'B'^2=12^2+5^2=13^2$.

从而 $AB'=13$(米).

即梯子最短需13米.

点评 本题的关键是把圆柱侧面沿 AB 展开，并明确所得长方形的边和角，构造直角三角形并运用勾股定理解决问题.在解题中，难点是不易把握长方形的边长与圆柱中底面周长和高的关系，或误认为 AA' 即是圆柱底面的直径，得出错误的答案；另一个易错点是认为梯子的长度即是 AB 的长.

我来试试

1. 如图1－9所示的图形中，所有的四边形都是正方形，所有的三角形都是直角三角形，其中最大的正方形的边长为7 cm，则 A、B、C、D 的面积和是________cm^2.

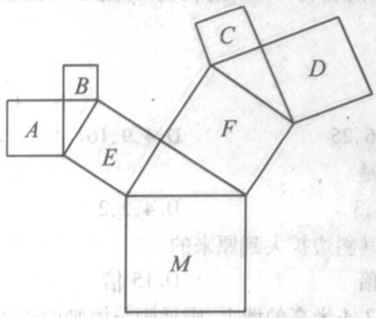


图1－9

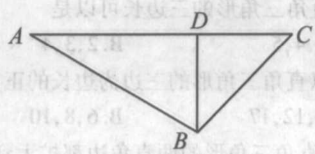


图1－10

复习札记

2. 如图1－10所示，A、B、C、D是四个小城镇，它们之间（除B、C外）都有笔直的公路相连接，公共汽车行驶于城镇之间，其票价与路程成正比，已知各城镇间的公共汽车票价如下：

$A \longleftrightarrow B$：10元　　$A \longleftrightarrow C$：12.5元　　$A \longleftrightarrow D$：8元

$B \longleftrightarrow D$：6元　　$C \longleftrightarrow D$：4.5元

则B、C之间公共汽车的票价为________元.

3. 如图1－11所示，一个梯子AB长2.5米，顶端靠在墙AC上，这时梯子下端B与墙角C的距离为1.5米，梯子滑动后停在DE的位置上，这时测得BD长为0.5米，求梯子顶端A下落了多少米？

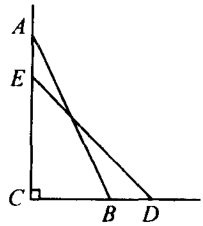


图1－11

第一章综合检测题

一、填空题

1. 在$\triangle ABC$中，$\angle C = 90°$，$AB = 17$ cm，$AC = 15$ cm，则BC长为________cm.

2. 如图1－12所示，阴影部分是一个正方形，则它的面积是________.

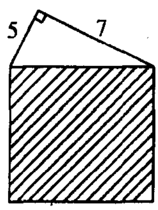


图1－12

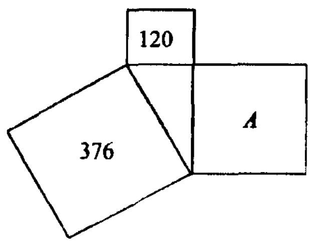


图1－13

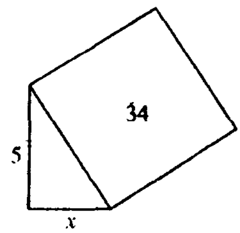


图1－14

3. 如图1－13所示，已知两正方形面积分别为120和376，则字母A所代表的正方形的边长是________.

4. 如图1－14所示，正方形的面积为34，则图中直角三角形的未知边的长是________.

5. 一个三角形三边的比为5∶12∶13，且周长为60 cm，则它的面积是________cm^2.

6. 三角形的两边长为5和4，要使它成为直角三角形，则第三边长的平方为________.

7. $\triangle ABC$中，若以AC为边长的正方形的面积3，AB的长为2，BC的长为1，则$\angle A$的度数为________，$\angle B$的度数为________.

二、选择题

8. 直角三角形的三边长可以是（　　）

A. 3，4，5　　B. 2，3，4　　C. 9，16，25　　D. 4，9，16

9. 以直角三角形的三边为边长的正方形的面积不能是（　　）

A. 5，12，17　　B. 6，8，10　　C. 1，2，3　　D. 4，2，2

10. 直角三角形的两直角边都扩大到原来的4倍，则其斜边扩大到原来的（　　）

A. 4倍　　B. 3倍　　C. 16倍　　D. 15倍

11. 小明搬来一架2.5米长的木梯，准备把拉花挂到2.4米高的墙上，则梯脚与墙脚的距离为（　　）

A. 0.7米　　B. 0.8米　　C. 0.9米　　D. 0.1米

复习札记

12. 平面上 A、B 两点处有甲、乙两只蚂蚁，它们都发现点 C 处有食物，已知 C 在 A 的东南方向，在 B 的西南方向，甲蚂蚁从 A 出发，乙蚂蚁从 B 出发，都向点 C 处爬行，两只蚂蚁的速度都是 30 厘米/分，结果甲蚂蚁用了 2 分钟，乙蚂蚁用了 2 分钟 40 秒到达 C 处分享食物，则两只蚂蚁的起点处 A、B 两点之间的距离为 ( )

A. 60 厘米　B. 80 厘米　C. 100 厘米　D. 120 厘米

13. 由下列线段组成的三角形中，不是直角三角形的是 ( )

A. $a=7,b=25,c=24$　B. $a=2.5,b=2,c=1.5$

C. $a=\frac{5}{4},b=1,c=\frac{2}{3}$　D. $a=15,b=20,c=25$

14. 将一根木棒截成三段，要使这三段可以搭成直角三角形，则它们的长度之比可以是 ( )

A. 4∶3∶2　B. 6∶3∶5　C. 3∶4∶6　D. 3∶5∶4

三、解答题

15. 如图 1－15 所示，在四边形 ABCD 中，$\angle BAD=90°$，$\angle CBD=90°$，$AD=4$，$AB=3$，$BC=12$，那么，正方形 DCEF 的面积是多少呢？请写出你的解答过程.

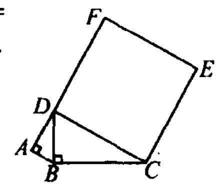


图 1－15

16. 如图 1－16 所示，$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于 D，若 $CD=6$，$BD=10$，求 AC 的长.

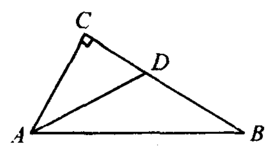


图 1－16

17. 观察下面的几组勾股数：

3,4,5；5,12,13；7,24,25；9,40,41；11,60,61；…

(1) 根据上述规律写出第 6 组勾股数；

(2) 运用你发现的规律写出第 n 组数；

(3) 试说明第 n 组数中的三个数是勾股数.

18. 如图 1－17 所示，我海上缉私艇在海上 A 点处发现一艘走私船在 C 处以 15 海里/小时的速度向正北方向的 B 岛驶去，已知 B 岛在 A 的正西方向 40 海里处，A、C 之间的距离为 50 海里. 缉私艇以 20 海里/小时的速度向 B 岛驶去. 问缉私艇能刚好截住走私船吗？为什么？

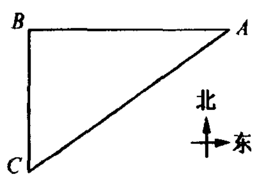


图 1－17

19. 一辆装满货物的卡车高 2.5 米，宽 1.6 米，要开进厂门，如图 1－18 所示，厂门的顶部呈半圆形（AB 为直径），下部呈长方形，问这辆卡车能否顺利通过厂门？为什么？

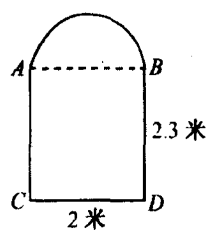


图 1－18

复习札记

第二章 实 数

1 知识体系构建

问题情境

实数的应用

无理数的引入
无理数的表示
- 算术平方根
- 平方根
- 立方根

实数及其相关概念
- 概念
- 分类
- 绝对值，相反数
- 实数与数轴上点的对应
- 实数运算和比较大小

2 重点难点突破

1. 无理数的概念

有理数总可以用________表示，任何________也都是有理数. ________小数叫做无理数.

如 π 是________，故它是无理数；0.5858858885…（相邻的两个5之间8的个数逐次加1）是________，也是无理数；$a^2=2$ 中，a 是________，故 a 也是无理数.

（有限小数或无限循环小数，有限小数或无限循环小数，无限不循环，无限不循环小数，无限不循环小数，无限不循环小数）

2. (1) 开平方运算

求一个数 a 的________的运算，叫做开平方，其中 a 叫做________. 开平方运算与________运算互为逆运算，对________不能进行开平方运算.（平方根，被开方数；平方；负数）

(2) 算术平方根的性质

对于 $\sqrt{a}$，a 的范围是________，$\sqrt{a}$ 的范围是________.

$(\sqrt{a})^2=$ ________$(a\geq 0)$

$\sqrt{a^2}=|a|=$ ________$(a\geq 0)$；$\sqrt{a^2}=|a|=$ ________$(a<0)$

$(a\geq 0,\sqrt{a}\geq 0;a;a,-a)$

3. 立方根的性质

$\sqrt[3]{a^3}=$ ________ $=$ ________$((\sqrt[3]{a})^3,a)$

4. (1) 用估算的方法可求无理数的近似值.

估计无理数的近似值，往往要依据所研究问题的要求，明确精确程度.

如 $\sqrt{26}\approx$ ________（误差小于0.1）

$\sqrt[3]{320}\approx$ ________（误差小于1）

（5.0或5.1；6或7）

复习札记

(2) 用估算的方法可比较两个数的大小

如:比较$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$与$\frac{7}{8}$的大小.($\frac{\sqrt{5}+1}{2}>\frac{7}{8}$)

5. 用计算器可探索数学规律

如:利用计算器求值

(1) $\sqrt{82}$, $\sqrt{8200}$, $\sqrt{0.82}$ (2) $\sqrt[3]{8.966}$, $\sqrt[3]{0.008966}$, $\sqrt[3]{8966}$

(9.055,90.55,0.9055;2.077,0.2077,20.77)

用文字总结你发现的规律.

(被开方数的小数点每向右(左)移动两位,平方根的小数点相应地向右(左)移动一位,被开方数的小数点每向右(左)移动三位,立方根的小数点也相应地向右(左)移动一位.)

6. (1) 实数的概念及分类

______和______统称实数.实数可分为______和______两类,也可分为______,0,______三类.(有理数,无理数;有理数,无理数;正数,负数)

(2) 相反数,倒数,绝对值在实数范围内的意义和有理数范围内的意义完全一样.

如$2-\sqrt{3}$的相反数是______,$|-\pi|=$______,$|2-\sqrt{3}|=$______,$\sqrt{3}$的倒数是______.

($\sqrt{3}-2$,π,$2-\sqrt{3}$,$\frac{1}{\sqrt{3}}$(或$\frac{\sqrt{3}}{3}$))

(3) 实数也可比较大小

如$-\sqrt{2}$______0,0______$\sqrt{3}$,$\sqrt{2}$______$\sqrt{3}$,$-\sqrt{2}$______$-\sqrt{3}$.(<,<,<,>)

(4) 实数的运算

① 实数运算可类比应用有理数运算律

如$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{3}\times$______,$\sqrt{3}\times\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}\times$(____)$=\sqrt{3}$,$2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=$(____)$\sqrt{2}=$______.

② 实数的运算法则

$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}(a\geqslant 0,b\geqslant 0)=$______,

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a\geqslant 0,b>0)=$______.

实数的加、减法可统一成加法;乘除法可统一成乘法;实数的乘除运算公式正用可进行实数的乘、除运算,逆用可用来进行化简.

(①$\sqrt{2}$,$\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$,2+3,$5\sqrt{2}$;② $\sqrt{ab}$,$\sqrt{\frac{a}{b}}$)

(5) 实数与数轴

每一个实数都可用数轴上的______表示,数轴上的每一个点都表示______,实数与数轴上的点______,在数轴上,右边的点表示的数比左边的点表示的数______.

如图2-1所示,$OA=OB$,$OE=1$,则数轴上的点A对应的数是______.

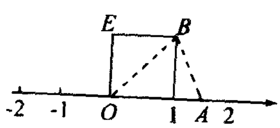


图2-1

每一个无理数都能在数轴上找到一个点表示它.

(一个点,一个实数,一一对应,大,$\sqrt{2}$)

复习札记

三 特色方法点拨

例1 为了加固一个高2米,宽1米的大门,需要在对角线的位置加固一条木板,设木板的长为 a 米,则 a 是有理数吗?请估计 a 的值,并用计算器验证你的估计,从中你发现了什么?

思路点拨 由勾股定理可得 $2^2+1^2=a^2$,故 $a^2=5$,通过探索可知 a 既不是整数,又不是分数,故 a 不是有理数,分别精确到十分位,百分位,千分位,万分位…来估计 a 的值,通过估计可发现 a 是一个无限不循环小数.

解 由勾股定理得 $a^2=2^2+1^2=5$,由于 $2^2=4$,$3^2=9$,$2^2<a^2<3^2$,从而 $2<a<3$,故 a 不是整数;若 a 是分数,则 a^2 也是一个分数而不可能是5,故 a 不是分数,所以 a 不是有理数.精确到十分位时,$a=2.2$;精确到百分位时,$a=2.24$;精确到千分位时,$a=2.236$;精确到万分位时,$a=2.2361$.故 a 是一个无限不循环小数.

点评 先探索到 a 不是有理数,然后探索到它是一个无限不循环小数,从中体会无限不循环小数不是有理数,而是无理数.

例2 判断下列各数哪些是有理数,哪些是无理数.

3.1415926 $-0.\dot{3}0\dot{5}$ π $\frac{1}{2}$ 0 $0.1010010001\cdots$(相邻两个1之间0的个数逐次加1)

思路点拨 3.1414926,$\frac{1}{2}$ 均为有限小数,0是整数,$-0.\dot{3}0\dot{5}$ 是无限循环小数,故它们都是有理数;π,$0.1010010001\cdots$ 均是无限不循环小数,故它们是无理数.

解 3.1415926,$-0.\dot{3}0\dot{5}$,$\frac{1}{2}$,0是有理数;π,$0.1010010001\cdots$ 是无理数.

点评 (1)要判断一些数中哪些数是无理数,哪些是有理数,只需先辨认出其中的无理数,则其他不是无理数的数就一定是有理数.(2)无理数,从形式上看有三种:①特殊符号,如 π;②无限不循环小数,如 $0.1010010001\cdots$(相邻两个1之间0的个数逐次加1);③开方不尽的,如 $a^2=5$ 中的 a.

1. 在等式中 $x^2=7$,下列说法正确的是 ( )

A. x 可能是整数　　B. x 可能是分数

C. x 可能是有理数　　D. x 是无理数

2. 数 $2.02102102102\cdots$ 是 ( )

A. 有理数　　B. 无理数　　C. 有限小数　　D. 以上均不对

3. 在 0.30612,$5010010001\cdots$,$\frac{\pi}{3}$,$-\frac{3}{7}$,2.12 中,有理数是________,无理数是________.

例3 如图2-2所示,是由16个边长为1的小正方形拼成的,任意连结这些小正方形的若干个顶点,可得到一些线段,试分别画出一条长度是有理数的线段和一条长度是无理数的线段.

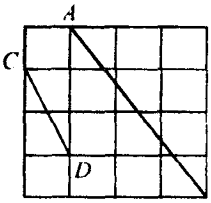


图2-2

思路点拨 本题答案不惟一,要想得到长度为有理数的线段,可借助勾股数来得到,或沿方格线连结小正方形的顶点可得,而要得到长度为无理数的线段,则需沿对角线的方向连结.

解 如图,线段 AB 的长度为5,是有理数,

线段 CD 的长度的平方是5,其长度是无理数.

点评 以所连线段为斜边的三角形中,三边长为勾股数的,斜边长就是有理数;否则不是.

复习札记

我来试试

1. 如图2－3所示,在$\triangle ABC$中,$AC=6$,$CD=5$,则高AD的长度是有理数还是无理数?说明你的理由.

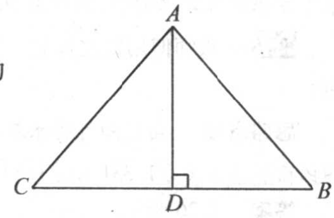


图2-3

2. 如图2－4所示,是由9个边长为1的小正方形拼成的,任意连结这些小正方形的顶点,可得到一些线段,试找出三条长度为无理数的线段.

图2-4

例4 求下列各数的平方根

(1) $\frac{121}{169}$;(2) $(-13)^2$;(3) 0.16;(4) 15

思路点拨 运用平方与开平方互为逆运算解答本题

解 (1)$\because (\pm\frac{11}{13})^2=\frac{121}{169}\therefore \frac{121}{169}$的平方根是$\pm\frac{11}{13}$,即$\pm\sqrt{\frac{121}{169}}=\pm\frac{11}{13}$;

(2)$\because (-13)^2=169$,$(\pm 13)^2=169$,$\therefore 169$的平方根是± 13,即$(-13)^2$的平方根是± 13,即$\pm\sqrt{(-13)^2}=\pm 13$

(3)$\because (\pm 0.4)^2=0.16\therefore 0.16$的平方根是$\pm 0.4$,即$\pm\sqrt{0.16}=\pm 0.4$

(4)15的平方根是$\pm\sqrt{15}$.

例5 求下列各式的值

(1) $\sqrt{4\frac{21}{25}}$;(2) $\pm\sqrt{5^2-3^2}$;(3) $(\sqrt{3})^2$

思路点拨 (1)、(2)中可先把被开方数化成一个正数的平方,再运算;(3)题可直接运用公式$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant 0)$来计算.

答案 (1) $\frac{11}{5}$ (2) ± 4 (3) 3

点评 (1)当被开方数是带分数时,应先化成假分数,再写成一个假分数的平方的形式,当被开方数是个算式时,则应先求出算式的结果并写成一个数的平方的形式,然后再求出算式的结果.(2)当$a\geqslant 0$时,因为$\sqrt{a}$是a的算术平方根,所以$(\sqrt{a})^2=a$.

例6 一个正数的两个平方根为$3-a$,$2a+7$,求这个数.

思路点拨 由于一个正数有两个平方根,它们互为相反数,故$3-a+2a+7=0$,由此求出a的值后,再求出其中的一个平方根,并由此求出这个正数.

答案 169

点评 一个正数有两个平方根,它们互为相反数,故一个正数的两个平方根的和为零.

例7 求下列各式的值

(1) $\sqrt[3]{-64}$;(2) $(\sqrt[3]{8})^3$;(3) $\sqrt{4}-\sqrt[3]{8}$.

思路点拨 (1) $\sqrt[3]{-64}=\sqrt[3]{(-4)^3}$;(2) $(\sqrt[3]{8})^3=8$;(3)先算$\sqrt{4}$、$\sqrt[3]{8}$,再求差.

答案 (1) -4 (2) 8 (3) 0

点评 一般地,$\sqrt[3]{a^3}=a$,$(\sqrt[3]{a})^3=a$,而在求形如$\sqrt{4}-\sqrt[3]{8}$这类式子的值时,则可先算出每一个算

复习札记

术平方根或立方根的值,然后求和或求差.

例8 张师傅用铁皮焊制一密封的正方体水箱,使其容积为 1.331 米^3,试问至少需要多少铁皮?

思路点拨 由已知可得水箱的体积为 1.331 米^3,故其棱长为 $\sqrt[3]{1.331}$ 米,再算出立方体的展开图的面积为 $6\times\sqrt[3]{1.331}\times\sqrt[3]{1.331}$(米^2)

答案 7.26 米^2

点评 求所需铁皮的面积,实际上就是求立方体的展开图的面积,由于立方体有6个面,且每个面的面积都相等,故只需求出某一个面的面积,再乘以6即可.

1. 若 $x^2=64$,则 x 的值为________.

2. $\sqrt{(-4)^2}=$________,$(\sqrt{9})^2=$________,$\pm\sqrt{25}=$________.

3. 若 $2x-4$ 的平方根是0,则 x 的值为________.

4. 若一个数的平方根是 $2m+3$ 和 $m+1$,求 m 的值.

例9 小明的爸爸想在一个半径为20 cm的圆形铁板上,截取一个面积最大的正方形铁板,制作机器零件,你能估计所得正方形铁板的边长吗(误差小于0.1 cm).

思路点拨 当所截正方形的四个顶点都正好在圆板的外沿上时,其面积最大. 而此时正方形的对角线就是圆的直径.

解 设正方形的边长为 x cm,则其对角线长为 $\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2}x=40$.

$\therefore x=\dfrac{40}{\sqrt{2}}=20\sqrt{2}$.

$\because 1.41^2=1.9881, 1.42^2=2.0164$.

$\therefore 1.41<\sqrt{2}<1.42$, $\therefore 28.2<x<28.4$.

即面积最大时,正方形铁板的边长约为28.3 cm.

点评 (1)设出边长,运用勾股定理得到其对角线的代数式,从而与圆的直径建立联系,并得出边长的值.(2)估计边长的大小时,对$\sqrt{2}$的估计要比要求精确的位数多一位,这也是本题的易误点.

1. 求下列各数的立方根

(1)0 (2)0.343 (3)216 (4)$-\dfrac{512}{125}$ (5)$4\dfrac{17}{27}$ (6)$-3\dfrac{3}{8}$

2. 若$\sqrt[3]{x}=\sqrt[3]{-y}$,求 $x+y$ 的值.