



高等院校力学系列教材  
Textbook Series in Mechanics for Higher Education

# 理论力学教程

Theoretical Mechanics

贾书惠 编著

Jia Shuhui



清华大学出版社



Springer

# 理论力学教程

Theoretical Mechanics



清华大学出版社  
北京



Springer

## 内 容 简 介

本书在“九五”教育部重点教材《理论力学》的基础上改写而成,目的是适应当前教育改革及大量培养高等科技人才的需要。本书用较多篇幅讲解理论力学的基本概念、基本理论、基本方法,着重讨论平面问题,对空间问题及一些提高性内容,则抓住实质、特点作精练的陈述。本书重视物理概念及工程应用,在方法上则几何法与解析法并重,以适应计算机解法日益普及的现状。

本书包括4篇:静力学、运动学、动力学及分析力学基础,共12章。另附科技短文6篇,介绍力学知识的由来、发展及其在现代科技中的应用,以加深对理论力学的认识,既可加深对理论的理解,也能开阔眼界、启迪智慧、提高学习理论力学的兴趣。

本书可供高等院校理工科本科生使用,也可供相关专业的工程技术人员参考。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13901104297 13801310933

### 图书在版编目(CIP)数据

理论力学教程/贾书惠编著. —北京:清华大学出版社,2004.9

(高等院校力学系列教材)

ISBN 7-302-09119-6

I. 理… II. 贾… III. 理论力学—高等院校—教材 IV. O31

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第073616号

出版者:清华大学出版社 地 址:北京清华大学学研大厦

<http://www.tup.com.cn> 邮 编:100084

社总机:010-62770175 客户服务:010-62776969

组稿编辑:杨 倩

文稿编辑:佟丽霞

印刷者:北京市昌平环球印刷厂

装订者:三河市李旗庄少明装订厂

发行者:新华书店总店北京发行所

开 本:170×230 印张:19.5 字数:343千字

版 次:2004年9月第1版 2004年9月第1次印刷

书 号:ISBN 7-302-09119-6/O·382

印 数:1~3000

定 价:25.00元

---

本书如存在文字不清、漏印以及缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770175-3103 或(010)62795704

# 前 言

理论力学是高等院校理工科专业普遍开设的一门技术基础课程,讲授物体机械运动的一般规律及其工程应用。理论力学虽然讲授经典理论,但其概念、理论及方法不仅是许多后继专业课程的基础,甚至在解决现代科技问题中也能直接发挥作用。近年来,许多工程专业的研究生常常要求补充理论力学知识以增强解决实际问题能力的现象就是一个例证。另一方面,在我国高等教育的发展与改革中,学校数量与类型增多,对课程提出了不同层次的要求,而理论力学课程的学时也有所减少。因此,迫切需要一类以不大的篇幅讲授基本内容,而又具有时代感的理论力学教材。本书的编写就是这方面的一个尝试,编写过程中有以下一些考虑。

(1) 保留了“静力学—运动学—动力学—分析力学基础”的理论力学教学体系;国内外多年的教学实践证明,这个体系是符合学生的认识规律的。

(2) 用较多的篇幅讲解理论力学的基本概念、基本理论与基本方法,同时,在编写上形成数学建模—数学求解—动力特性分析的现代处理问题的思路。

(3) 为了使读者切实掌握理论力学的基本内容,本书以二维平面问题作为重点,例如静力学中的平面力系及桁架与摩擦,运动学与动力学中的刚体平面运动等,设置了较多的例题与讨论。对于三维空间问题,则抓住问题的实质与特点作精练的讲述,以使读者了解问题的全貌,也能解决一些简单问题。

(4) 加强了解析法,做到几何法与解析法并重,以适应现代科技中计算机解题的需要,也有利于定性分析及定量计算两种能力的培养。

(5) 重视物理概念及工程应用,特别附有6篇科技短文,介绍理论力学知识在现代科技中的应用;既可加深对理论的理解,也能开阔眼界、启迪智慧、提高学习理论力学的兴趣。

(6) 每章都有小结,列出主要的知识点,并阐明理论发展的思路、相关结论的比较或与解题有关的规律与技巧;便于读者明确重点,并将所学知识系统化。

本书是在“九五”教育部重点教材《理论力学》(贾书惠、李万琼编著)的基础上改写的,以适应高校大量培养科技人才的需要。由于作者水平有限,本书不当与有误之处在所难免,真诚希望读者指正。

贾书惠

2004年5月

# 目 录

绪论 .....	1
<b>第 1 篇 静力学</b> .....	3
引言 .....	3
<b>第 1 章 力的性质及物体受力分析</b> .....	5
1.1 力的性质 .....	5
1.2 力矩 .....	7
1.3 力偶 .....	8
1.4 约束 .....	9
1.5 物体受力分析及受力图 .....	11
本章小结 .....	13
习题 .....	14
<b>第 2 章 平面力系的简化与平衡</b> .....	16
2.1 平面汇交力系的简化与平衡 .....	16
2.2 平面力偶系的简化与平衡 .....	20
2.3 平面任意力系的简化与平衡 .....	22
2.4 桁架 .....	32
2.5 摩擦 .....	35
本章小结 .....	41

习题	42
<b>第 3 章 空间力系的简化与平衡</b>	51
3.1 空间力系	51
3.2 重心	63
3.3 静定与超静定问题	66
本章小结	68
习题	70
<b>第 2 篇 运动学</b>	77
引言	77
<b>第 4 章 点的运动与刚体的简单运动</b>	78
4.1 描述点的运动的直角坐标法	78
4.2 描述点的运动的自然法	82
4.3 刚体的平移	87
4.4 刚体的定轴转动	87
本章小结	90
习题	91
<b>第 5 章 点的复合运动</b>	96
5.1 复合运动中的基本概念	96
5.2 复合运动中运动方程之间的关系	97
5.3 复合运动中速度之间的关系	98
5.4 复合运动中加速度之间的关系	102
本章小结	107
习题	107
<b>第 6 章 刚体的平面运动</b>	112
6.1 平面运动的运动方程	112
6.2 平面运动的速度分析	114
6.3 平面运动的加速度分析	118
本章小结	122
习题	123

科技短文 1 复杂机构运动学的计算机分析方法 .....	129
<b>第 3 篇 动力学</b> .....	135
引言 .....	135
<b>第 7 章 质点动力学</b> .....	137
7.1 质点的运动微分方程 .....	137
7.2 质点的振动 .....	141
7.3 质点在非惯性系中的运动 .....	150
本章小结 .....	153
习题 .....	154
科技短文 2 万有引力定律是怎样发现的 .....	161
<b>第 8 章 质系动力学</b> .....	168
8.1 质系动力学的研究方法 .....	168
8.2 质系动量定理 .....	169
8.3 质系动量矩定理 .....	176
8.4 质系动能定理 .....	180
本章小结 .....	185
习题 .....	185
科技短文 3 猫下落时的翻身与宇航员的动作规范 .....	190
<b>第 9 章 刚体动力学</b> .....	196
9.1 刚体的质量几何 .....	196
9.2 刚体的定轴转动 .....	198
9.3 刚体的平面运动 .....	202
9.4 刚体的空间运动 .....	210
本章小结 .....	214
习题 .....	215
科技短文 4 人造地球卫星的姿态稳定 .....	222
<b>第 10 章 达朗贝尔原理</b> .....	228
10.1 质点的达朗贝尔原理 .....	228
10.2 质系中的达朗贝尔原理 .....	229
10.3 惯性力系的简化 .....	231



10.4 转子对轴承的动压力 .....	234
本章小结 .....	237
习题 .....	238
科技短文 5 飞轮的妙用 .....	243
<b>第 4 篇 分析力学基础</b> .....	249
引言 .....	249
<b>第 11 章 分析静力学基础</b> .....	250
11.1 分析力学基本概念 .....	250
11.2 虚位移原理 .....	253
11.3 虚位移原理在广义坐标中的表达式 .....	256
本章小结 .....	258
习题 .....	259
<b>第 12 章 分析动力学基础</b> .....	263
12.1 达朗贝尔-拉格朗日原理(动力学普遍方程) .....	263
12.2 广义坐标中的达朗贝尔-拉格朗日原理 .....	264
12.3 拉格朗日方程 .....	265
本章小结 .....	269
习题 .....	269
科技短文 6 分析力学中的最小作用量原理 .....	273
<b>附录 I 矢量代数</b> .....	280
<b>附录 II 简单均质几何形体的重心位置和转动惯量</b> .....	284
<b>习题答案</b> .....	288
<b>索引</b> .....	296
<b>参考文献</b> .....	301

# 绪 论

力学是研究物体机械运动与变形的学科,理论力学研究物体机械运动的基本规律。力学的发展有着悠久的历史,而且与人类的科学实践与生产实践密切相关。1687年,牛顿发表了名著《自然哲学的数学原理》,奠定了经典力学的科学基础;在前人长期研究的基础上,牛顿总结出了三大运动定律及万有引力定律。万有引力定律是根据开普勒对行星运动观测的结果而发现的,160年后,在由万有引力定律计算出的位置上发现了一颗新行星——海王星,这是用经典力学理论指导科学实践的成就。18世纪,机械工业已有了很大的发展,日益复杂的机械运动与受力分析要求新的力学方法。1788年,拉格朗日发表了名著《分析力学》,建立了约束系统动力学的理论与方法。其使用广义坐标等标量描述系统的运动,借助变分原理建立力与运动的关系,并全部采用数学分析研究方法,建立了一套与牛顿体系完全不同的新体系,即经典力学的分析力学体系。20世纪中叶以后,由于机器人等复杂机械系统的应用、航天技术的发展、运动生物力学的出现,以及计算机的广泛应用,出现了许多研究物体机械运动的新学科,如多系统动力学、计算动力学等;但经典力学在解决现代科技问题中仍然起着重要作用。

理论力学课程讲授经典力学中的牛顿-欧拉体系及分析力学体系的基础,在高等理工院校中,对于许多专业都是一门基础性的课程,即:它是认识自然的基础,解决实际工程问题的基础,也是一系列相关后续课程的基础。深入掌握理论力学的基本概念、基本理论及基本方法对提高未来的科技人员的素质是十分重要的。

理论力学是一门演绎性较强的课程,对训练逻辑思维颇有好处;同时,习题变化多端,正好可以培养灵活运用能力。理论力学研究的机械运动广泛存在于自然现象、日常生活和工程实际中;学习理论力学时还应善于联系实际、多作分析,特别是定性分析。



# 第 1 篇

## 静力学

### 引 言

静力学的任务是研究力系的简化与平衡条件。力系指作用在物体上的一组力,所谓简化是指用一组最简单的力系代替给定的力系,同时保持对物体的作用不变。或者说:用最简单的等效力系代替给定力系。平衡条件指在物体平衡时作用于物体上的力系所应满足的条件。显然,力系简化是寻找力系平衡条件的简捷途径,但力系简化的应用绝不仅限于静力学。在动力学中,当研究在给定力系作用下物体如何运动时,力系简化同样重要。力系平衡条件可用于计算结构物在载荷作用下的内力或所受的支承力,以便为结构的设计提供依据,因而在工程上应用得十分广泛。

在物理课程中,已经接触过静力学,并建立了一些有关概念。

**力:**力是物体之间相互的机械作用,它的效应是改变物体的运动状态(外效应)或使物体变形(内效应)。例如自由落体在重力作用下作加速运动;人造地球卫星的发射速度超过第一宇宙速度时,卫星将在地球引力作用下沿椭圆(或抛物线)轨道运动;摩擦力可使运动减速;用双手拉弹簧可使弹簧变长等。

**平衡:**物体静止或作匀速直线运动时称物体处于平衡状态。静止、运动都是相对某一参考坐标系而言的。在静力学中,将与地球相固结的坐标系取作参考坐标系;因为对一般工程而言,地球坐标系已是一个相当精确的惯性坐标系。

**质点:**如果不计物体的大小,只考虑其质量,则称之为质点。质点是为研究物体运动规律而作的一种简化,一组有联系的质点构成质点系,简称质系。物体简化为质点是有条件的,如在研究太阳系中各行星的运行轨道时,可以把太阳系简化成质点系;但如果研究的是行星的自转,则不能忽略行星的尺寸,不能将行星简化为质点。

**刚体**：一种特殊的质点系，其中各质点间的距离保持不变，亦即刚体是不变形的；所以，刚体又称为不变质点系。刚体也是实际物体的一种经过简化与抽象的物理模型。实际物体都有变形，是变形体，但为保持结构物的坚固性，通常都设计得使结构物各部件的变形很小（例如千分之几的量级），在研究某些问题时就可以忽略这些微小的变形而把物体看成刚体。静力学的研究对象主要是刚体。

学习静力学时，一方面要巩固与深化这些概念，另一方面更重要的是掌握新的理论与方法。

静力学研究作用在刚体上的力系简化与平衡问题，但并不是说对其他物理模型不适用。在考虑到其他模型的物理特性条件下，静力学中由刚体得出的结论也可以推广，因此静力学的适用范围十分广泛，并成为许多后续课程的基础。

本篇中的物理量是力、力矩、力偶等矢量，关于简化与平衡的讨论都是基于矢量的几何加法。因此，本篇的静力学内容又称**矢量静力学**或**几何静力学**。

# 第 1 章

## 力的性质及物体受力分析

本章介绍力、力偶及它们的性质,对物体进行受力分析。画出物体的受力图是研究物体平衡与运动的基础。

### 1.1 力的性质

人类对力的认识最初来自于自身的体力,经过长期的生产实践,才认识力的规律。力的定义:力是物体之间相互的机械作用,其效应是改变物体的运动状态或使物体变形。对不变形的刚体,力只改变其运动状态。力具有下列性质。

1. 力对物体的效果取决于三个因素:大小、方向和作用点,称为力的三要素。力是有方向的量,在数学上可以用矢量  $F$  表示(图 1-1)。力可表示为一个有方向带箭头的线段,线段长度表示力的大小,线段所在直线及箭头表示力的方向,线段的始端(有时用末端)表示力的作用点。在国际单位制中,力的单位是牛[顿],符号是 N,  $1\text{N} = 1\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$ ①。

2. 作用于同一点的两个力,可以合成一个合力,合力的作用点也在该点,大小与

---

① 国际单位制中  $1\text{N} = 1\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$  的意义是:1N 是使质量为 1kg 的物体产生  $1\text{m}/\text{s}^2$  加速度的力的大小。工程上还使用 kN(千牛)。另外还有工程单位制,力的单位是 kgf(公斤力)及 tf(吨力),1kgf 是质量为 1kg 的物体在标准重力场(重力加速度  $g = 9.81\text{m}/\text{s}^2$ )中所受重力的大小。由此得换算公式:  $1\text{kgf} = 9.81\text{N}$ ,  $1\text{tf} = 9.81\text{kN}$ 。

方向由这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定(图 1-1)。称为力的平行四边形合成法则。用矢量加法表示为

$$F = F_1 + F_2 \quad (1-1)$$

合力  $F$  与两力  $F_1, F_2$  的共同作用等效,  $F_1$  与  $F_2$  就称为力  $F$  的分力。为求合力  $F$  的大小与方向, 也可以将两分力  $F_1, F_2$  首尾相连构成开口的力三角形, 合力  $F$  就是这个力三角形的封闭边, 这种合成方法也称力的三角形法则。自然界中有许多有方向的量, 只有服从平行四边形合成法则的才是矢量, 并服从矢量的各项运算法则, 力的本条性质使我们确认力是矢量。

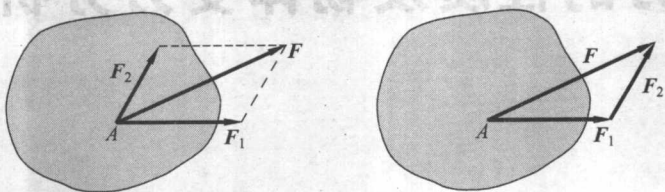


图 1-1 两力的合成

如果作用在物体上同一点的两力大小相等, 方向相反, 则两力的合力为零, 物体平衡, 所以大小相等, 方向相反的一对力是一种最简单的平衡力系。

3. 在给定力系上增加或减去任意的平衡力系, 不改变原力系对刚体的作用, 称为加减平衡力系原理。由这条性质, 可以推出两条推论。读者可以试试自己证明。

(1) 力的可传性: 作用在刚体上某点的力, 可沿其作用线移到刚体内任意一点, 并不改变该力对刚体的作用。因而作用在刚体上的力的三要素是: 大小, 方向及作用线; 作用在刚体上的力是滑移矢量。

(2) 二力平衡条件: 作用在刚体上的二力平衡的充分和必要条件是: 这两个力大小相等, 方向相反, 且作用在同一直线上。

注意: 本条所列的力的各种性质均只适用于刚体。

4. 两物体间存在作用力与反作用力, 两力的大小相等, 方向相反, 分别作用在两个物体上; 称为作用与反作用定律。

注意: 这里也遇到大小相等、方向相反的两个力, 并且在一般情况下它们也作用于同一直线上; 但因它们不是作用在同一刚体上, 因此它们并不组成平衡力系。

静力学的研究对象是刚体, 以上述力的各项性质为基础所得的理论结果也适用于刚体; 那么对变形体情况如何? 图 1-2 所示为一刚性杆, 在  $A, B$  两端作用有一对大小相等方向相反

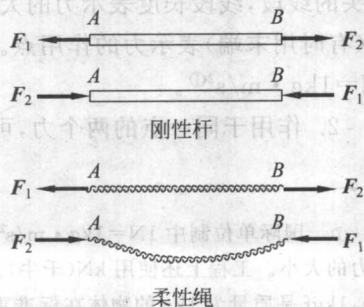


图 1-2 刚体与变形体平衡条件的区别

的拉力,根据二力平衡条件,刚性杆平衡。如果将二力沿杆分别传至另一端,根据力的可传性,刚性杆虽然受压,但平衡状态不变。如果将杆换成柔性绳,在原来的拉力作用下绳平衡;如果将力传递到另一端,虽然两力仍满足二力平衡条件,绳将失去平衡。由此可知,如果将刚体静力学的理论用于变形体,必须附加变形体的物理条件,在本例中就是柔性绳不能受压。但是,如果变形体在某一力系作用下已处于平衡,则将此变形体刚化为刚体时,其平衡状态不变。这一论断称为刚化公理。

**例 1-1** 根据力的性质证明三力平衡条件: 作用于刚体上的三个互不平行的力平衡时,其作用线必相交于一点,且三力共面。

**证:** 参考图 1-3,将力  $F_1, F_2$  沿作用线移至交点  $D$ , 成为  $F'_1, F'_2$ , 合成为力  $F$ ; 则刚体只受二力  $F, F_3$  作用。根据二力平衡条件,  $F_3$  必通过交点  $D$ , 且在  $F_1, F_2$  组成的平面内。命题得证。

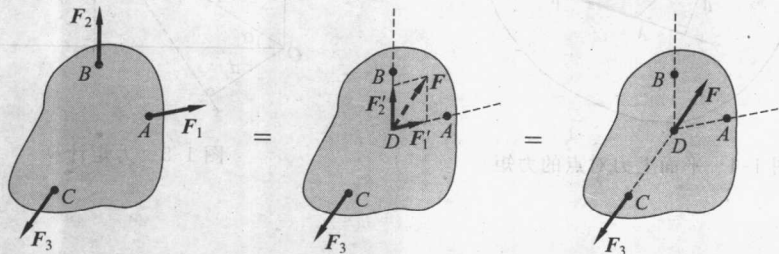


图 1-3 三力平衡条件

## 1.2 力 矩

可在平面中运动的刚体如果在  $O$  点处固定,则力  $F$  的作用将使刚体绕  $O$  点转动(图 1-4)。实践证明,转动的效果与力的大小  $F$  及力的作用线与  $O$  点的垂直距离  $d$  (称为力臂)成正比。例如用手推动一扇较重的门,或用扳手拧紧螺栓时,当垂直施力于门或扳手,且施力点距转轴较远时非常省力,即门或扳手的转动效果十分明显。相反,如果作用力的方向通过转轴即力臂为零,则根本无法使门或扳手转动。因此定义:力的大小与力臂的乘积并冠以正负号称为力对点的力矩,它是力  $F$  使物体绕  $O$  点转动作用的度量,记为  $M_O(F)$ 。

$$M_O(F) = \pm Fd = \pm 2\Delta OAB \quad (1-2)$$

式中  $\Delta OAB$  表示力矢量与  $O$  点组成的三角形的面积,正负号表示转向,通常以逆时针转向为正。 $O$  点是取矩中心,称为矩心。必须指出,即使  $O$  点不固定,也可以计算力对  $O$  点的力矩。国际单位制中力矩的单位是  $N \cdot m$ 。在平面上,作参考坐标系  $Oxy$ ,则力矢(力的矢量)可用其投影表示  $F = F_x i + F_y j$ ,力的作用点的位置  $A$  也可用



其坐标 $(x, y)$ 表示。根据图 1-5 可得计算力矩的坐标式

$$M_O(\mathbf{F}) = Fd = Fr\sin(\beta - \alpha) = F\sin\beta \cdot r\cos\alpha - F\cos\beta \cdot r\sin\alpha$$

或

$$M_O(\mathbf{F}) = xF_y - yF_x \quad (1-3)$$

注意到  $F_x, F_y$  实际上是力  $F$  的两个分力, 则上式表明: 合力的力矩等于分力对同一矩心的力矩的代数和。这就是合力之矩定理。实际上, 合力之矩定理对于多个力组成的任意力系都成立, 只要该力系有合力。

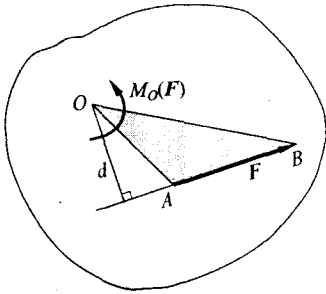


图 1-4 平面上力对点的力矩

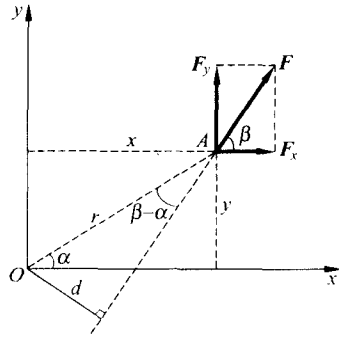


图 1-5 力矩计算

### 1.3 力 偶

力系中最简单、最基本的除了单个力之外还有力偶。力偶由大小相等、方向相反, 但不作用在同一直线上的两个力 $(F, F')$ 组成(图 1-6), 两力作用线之间的垂直距离  $d$  称为力偶臂, 两力形成的平面称为力偶的作用平面。用双手转动汽车的驾驶盘或在机加工中攻螺纹时双手转动铰杠所使用的都是一对力偶。力偶不可能与一个力等效, 因此力偶无合力, 也不能被一个力平衡。力偶是最基本的力系, 它对物体的作用效果是使物体转动。现在计算力偶对作用平面中任一点  $O$  的力矩, 由图 1-6 可迅速看出, 力偶中两力对作用平面中任一点之力矩的代数和都等于  $Fd$ , 于是定义力偶中力的大小与力偶臂的乘积并冠以正负号为力偶的力偶矩, 记为  $M(F, F')$  或简记为  $M$ ,

$$M = M(F, F') = \pm Fd \quad (1-4)$$

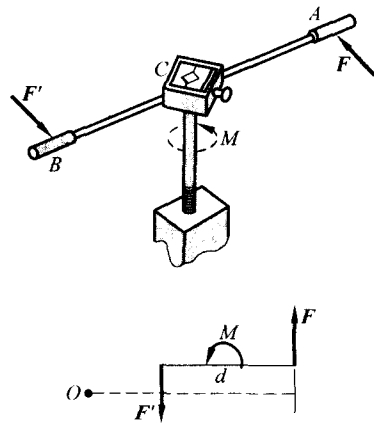


图 1-6 力偶