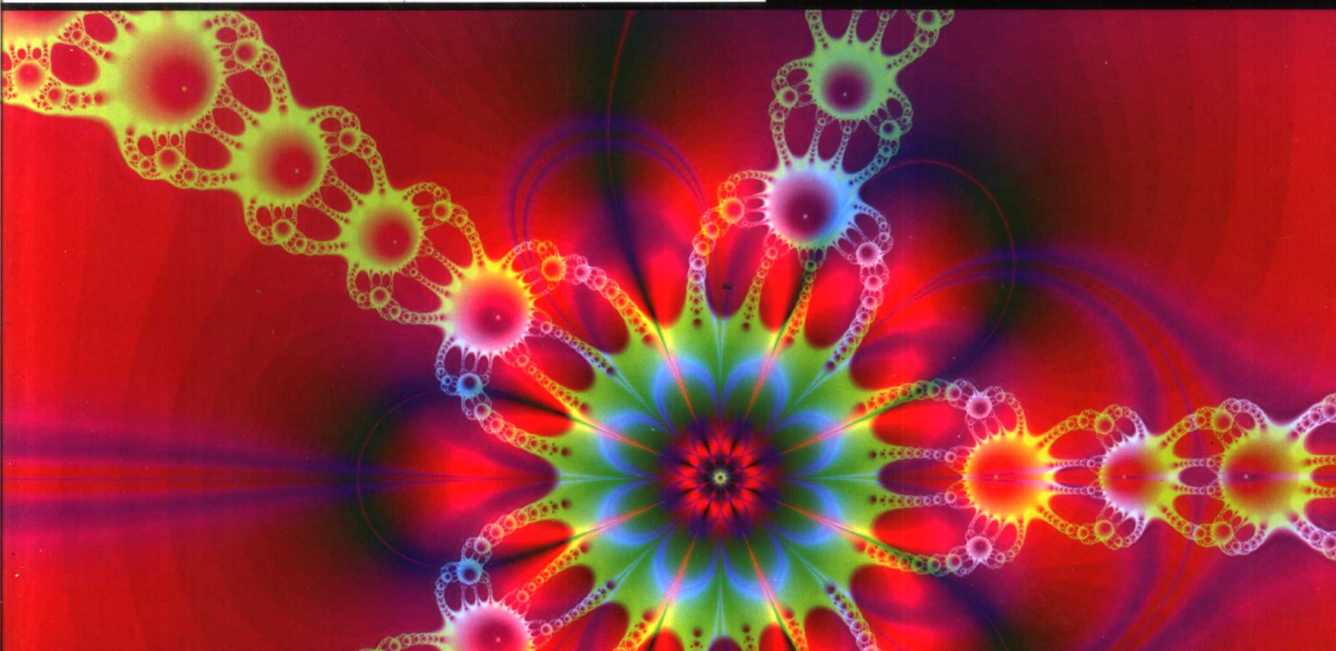
似乎没有人会对分形无动于衷

——分形之父曼德勃罗

用简单构造复杂　用科学表现艺术



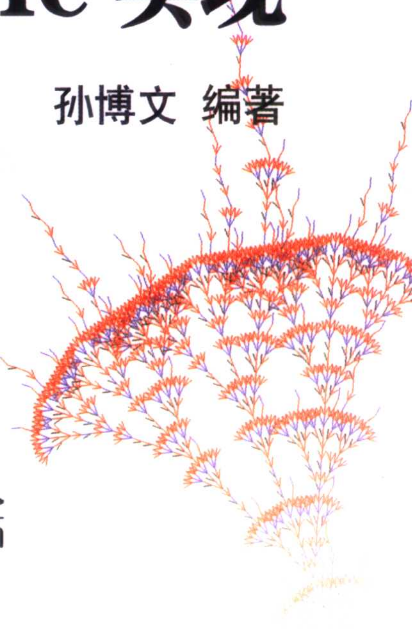
分形算法与程序设计
——Visual Basic 实现

孙博文 编著

分形几何散发自然魅力

巧妙算法构造精美图形

完整代码再现非凡艺术



科学出版社
www.sciencep.com

分形算法与程序设计

——Visual Basic实现

孙博文　编著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书从实用的角度出发，论述了分形图形的生成算法与程序设计。内容包括分形图的递归算法、文法构图算法、迭代函数系统算法、逃逸时间算法、分形演化算法，以及分形图的放大、分形图的动画、分形图的立体化和利用分形算法实现自然景物的模拟等内容。

本书共分 10 章，集中介绍了近年来分形图形学的研究成果，以通俗的语言总结出了相应的算法，并配有 Visual Basic 程序设计源代码，使读者易学、易掌握、易用。只要具备高中的数学知识和 Visual Basic 程序设计能力，便可以轻松阅读此书。

本书可供广大分形爱好者及数学、物理、计算机、艺术设计、工业造型、影视动画制作等专业的本专科学生阅读学习，也可供从事计算机绘图、数字图像处理等领域的研究人员和工程技术人员参考阅读。

图书在版编目(CIP)数据

分形算法与程序设计：Visual Basic 实现 / 孙博文编著. —北京：科学出版社，2004

ISBN 7-03-014540-2

Ⅰ.分 … Ⅱ. 孙… Ⅲ. ① 分形理论-算法分析 ② BASIC 语言-程序设计 Ⅳ. ① 0189.3 ② TP312

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 111605 号

责任编辑:万国清 丁 波 / 责任校对:耿 耘

责任印制:吕春珉 / 封面设计:飞天创意

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

http://www.sciencep.com

新蕾印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

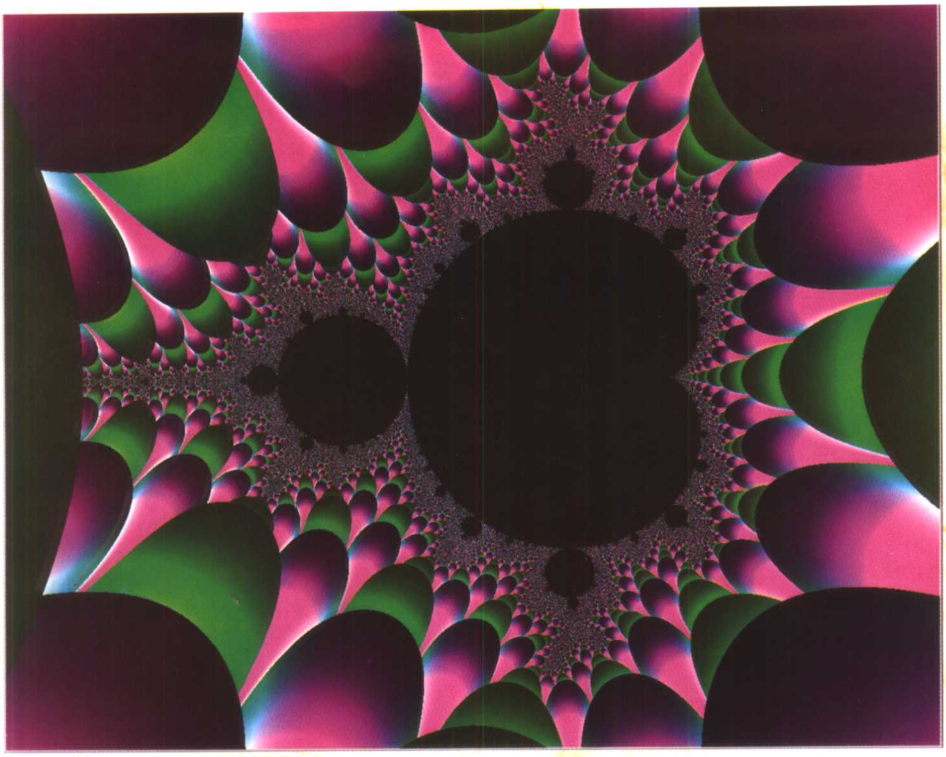
2004 年 11 月第 一 版 开本：787×1092 1/16

2004 年 11 月第一次印刷 印张：24 1/2 插页：2

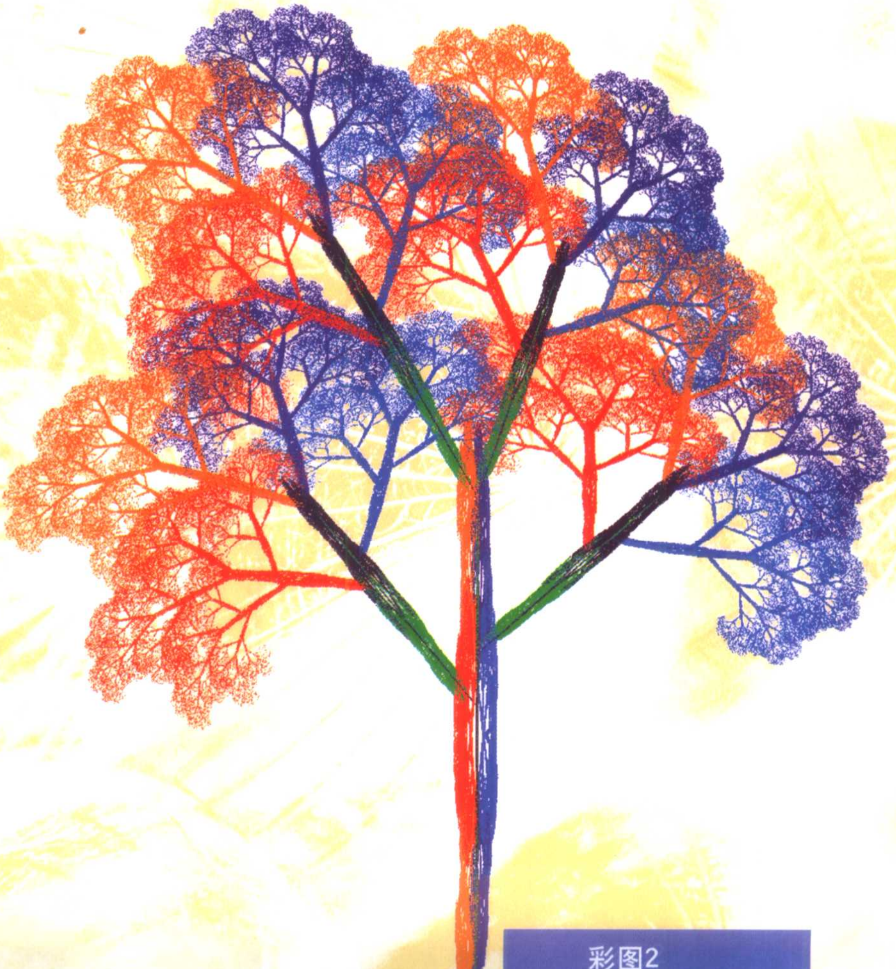
印数：1—4 000 字数：566 000

定价：45.00 元（含光盘）

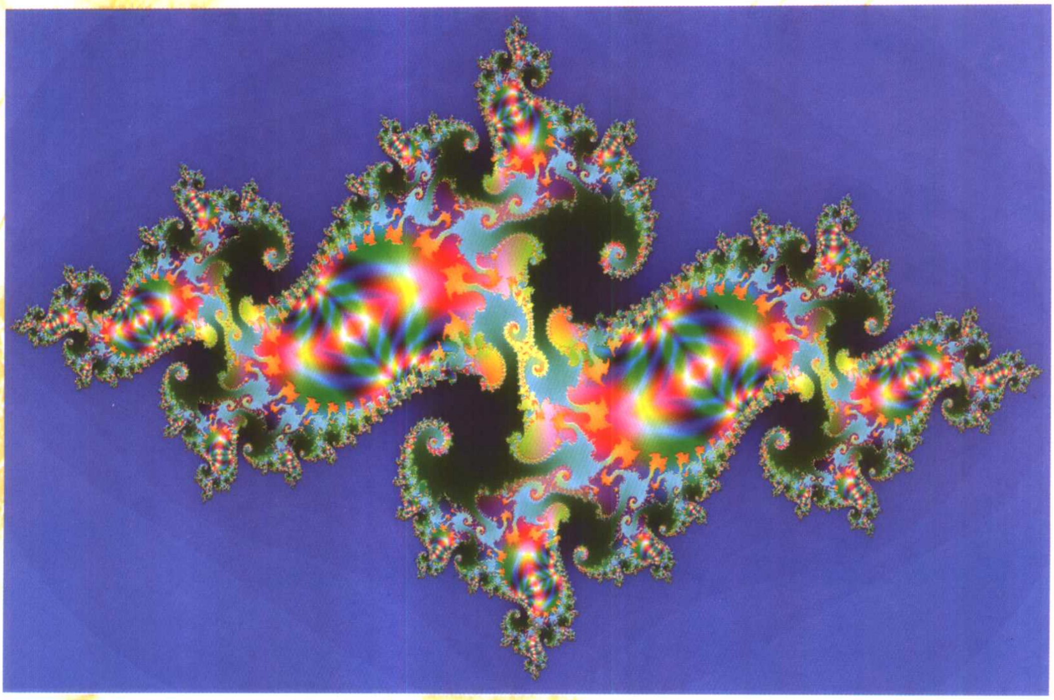
（如有印装质量问题，我社负责调换〈环伟〉）



彩图1

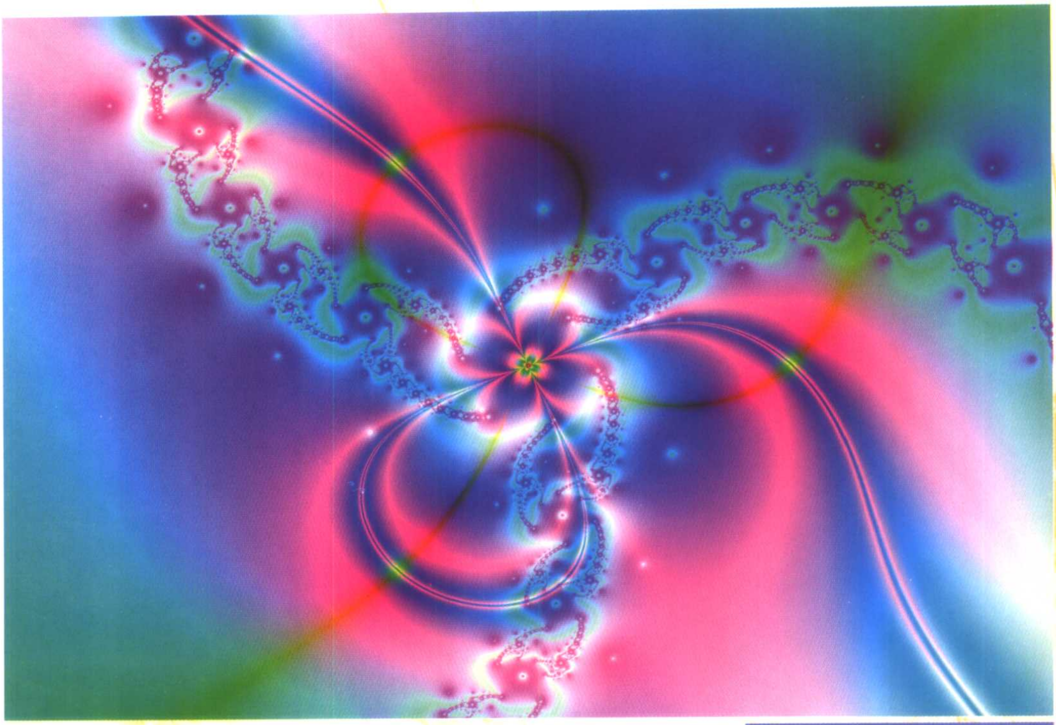


彩图2

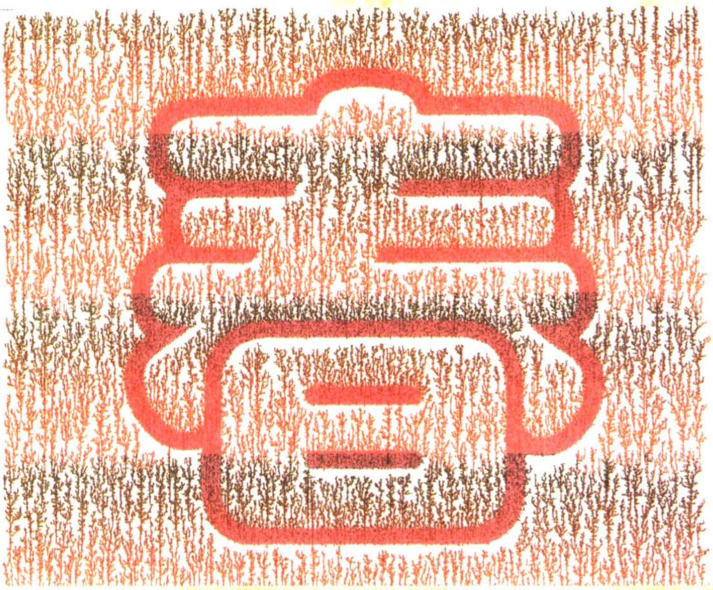


彩图3

彩图4

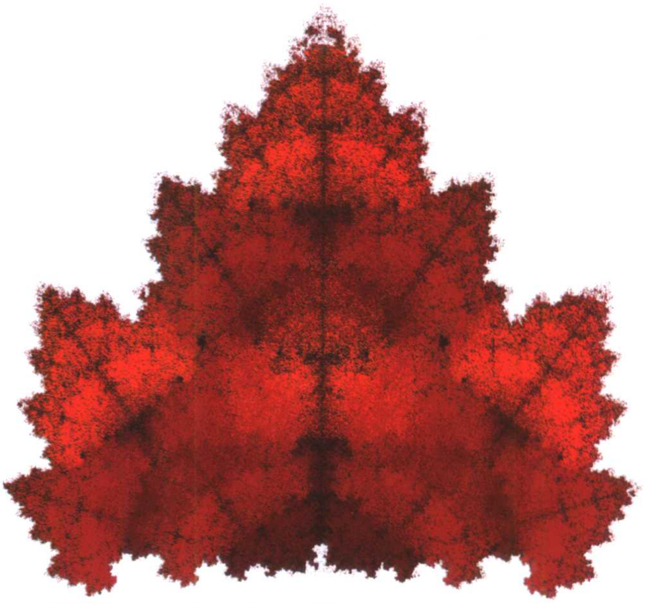


彩图5

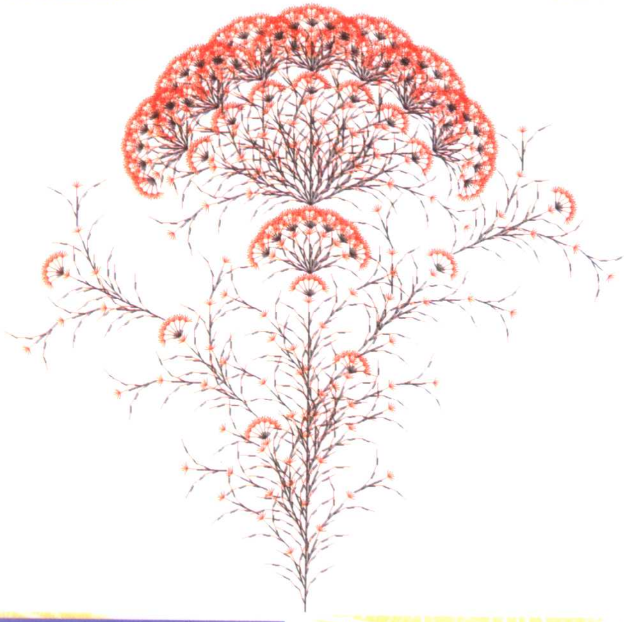


彩图6

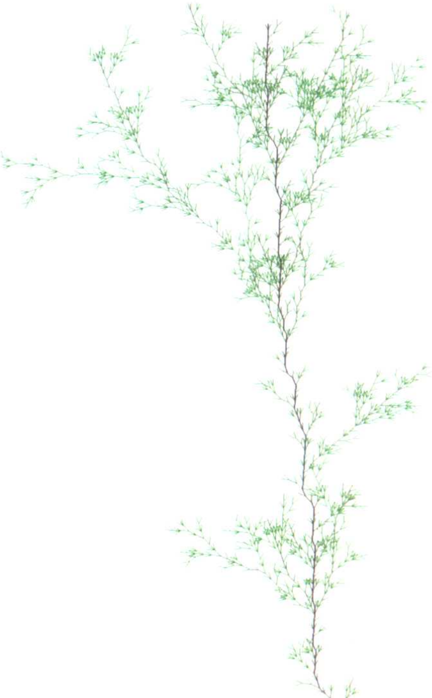
彩图7



彩图8



彩图9



彩图10

前　言

“事实上，无论是从美学的观点还是从科学的观点，许多人在第一次见到分形时都有新的感受”（曼德勃罗语）。确实如此，这句话不仅说出了笔者的亲身体验，也说出了许多分形爱好者的体验。

分形图的玄妙与优美让笔者为之倾心十几年，恐怕今后的岁月中也很难摆脱它的“诱惑”。它自然而优雅，纷繁而有序，在绚丽的色彩变化背后又有着几分神秘。正如曼德勃罗所说，“在外行看来，分形艺术似乎是魔术。但不会有任何数学家疏于了解它的结构和意义”。笔者不是数学家，但同样对分形结构十分着迷，作为一名计算机图形学教师，笔者更关心的是这些玄妙的图形是如何构造出来的，事实上，几乎所有喜欢分形的人都曾提出过这样的问题，本书便是对这一问题的部分解答。

全书共分 10 章，第 1 章为分形简介，力图回答分形是什么的问题，主要介绍了分形的概念与定义，分形的特征与测量，分形的方法论意义及其与自然的关系，以及分形与计算机图形学之间的关系等；第 2 章介绍构造分形图的递归算法，以丰富的实例体现递归在分形图中的妙用；第 3 章为文法构图算法，主要介绍 LS 文法的构图原理与规则实践；第 4 章为迭代函数系统算法，主要介绍相似变换与仿射变换，及利用仿射变换的原理构造生成分形图的算法；第 5 章为逃逸时间算法，这一算法所产生的丰富而美丽的图形是分形善于打动人心的秘密武器；第 6 章介绍分形显微镜；第 7 章为分形演化算法，重点介绍两个生成分形图的演化模型：元胞自动机模型、扩散有限凝聚模型（DLA 模型）；第 8 章为分形动画，以动画的形式表现分形的玄妙，同时阐述了分形动画的基本原理与算法；第 9 章为三维空间中的分形，将分形绘图投入到三维空间之中，重点介绍了 OpenGL 函数库的功能与用法，以及如何利用 OpenGL 函数库构造三维空间中的分形；第 10 章为分形的自然景物模拟算法，利用分形构图方法，我们可以构造逼真的自然景象。

当然，分形图不只是用来欣赏的，它代表着几何学的一个新的研究方向，即对非规整几何对象的研究。这一任务是传统几何学所不能胜任的，所以诞生了分形几何学。因为大自然中存在着大量的非规整几何对象，而分形几何又能很好地表达和模拟这些自然景物，因此，分形几何学也被称为大自然的几何学。由于分形几何对象是不规整的，所以借助三角板和圆规实现手绘几乎是不可能的（极其简单的分形图除外），因此，要想研究分形图，必须得到计算机的帮助。同时利用分形算法所生成的自然景物，也已经或必将在科幻影片和电子游戏中得到应用。

学习分形需要较深的数学基础，这使许多人望而却步。本书为了照顾不同知识背景的读者，有意回避分形的数学问题，将重点放在分形图的计算机算法构造和实现上，所以读者只要具备高中的数学知识，就可以看懂书中的所有算法，如果同时又具备了 Visual Basic 的编程能力，还可以看懂书中算法所携带的 Visual Basic 程序。另外，由于有了算法的源代码，读者可以调试和修改程序中的参数，从而产生许多意想不到的美丽图形，大大增加了读者的参与感和创新性，并满足了部分读者的适用需求。本书的算法和程序

设计是作者多年学习和研究的结果，书中的许多内容在其他的分形类书籍和计算机图形学书籍中很少出现，这将成为读者深入研究分形理论的一个很好的台阶。

本套书共 4 本，分别是“分形算法与程序设计——Visual Basic 实现”、“分形算法与程序设计——Visual C++实现”、“分形算法与程序设计——Delphi 实现”、“分形算法与程序设计——Java 实现”，本书是其中的一本。本套书的写作特点是：所设计的分形算法基本相同，所举实例也大体类似，只是分别用各自的编程语言来实现这些实例，请读者参考阅读。

本书的出版，不仅仅是作者个人努力的结果，还凝结了许多人的心血。书中的所有算法均在哈尔滨理工大学的分形图形学讨论班中宣读，得到讨论班部分成员：孙百瑜、张海波、周烨、马强、赵衍鑫、龚宗耀、李文利、潘艺民等人的许多中肯的意见与建议，其中，龚宗耀、周烨、马强等还参与了部分算法的编程或调试，而且，侯思松提供了他编写的分形程序，在此向他们表示深深的谢意。另外，科学出版社的编辑为此书的出版费尽心血，也要向他们表示感谢。最后要感谢我的家人，由于他们的理解和支持，使我得以安心此书的写作，并完成它。

由于作者水平有限，书中错误和疏漏在所难免，敬请广大读者批评指正。

孙博文

2004 年 3 月 31 日于哈尔滨

目　录

第1章　分形简介

分形是自然界的几何学。

——曼德勃罗（分形理论创始人）

分形作为现代科学的“时髦”概念，已经广泛应用于物理、化学、生物、医学、地理、地质、材料科学、计算机科学以及经济学、哲学、社会学等诸多领域。它之所以“时髦”，是因为它使我们看到了一些以前没被注意到东西，或者说，它让我们用另一种眼光看世界。

1.1　分形概念的提出与分形理论的建立

分形的英文为 fractal，是由美籍法国数学家曼德勃罗（Benoit Mandelbrot）创造出来的。此词源于拉丁文形容词 fractus，对应的拉丁文动词是 frangere（破碎、产生无规则碎片）。此外，与英文的 fraction（碎片、分数）及 fragment（碎片）具有相同的词根。因此，取拉丁词之头，撷英文之尾所合成的 fractal，本意是不规则的、破碎的、分数的。曼德勃罗是想用此词来描述自然界中传统欧几里得（以下简称欧氏）几何学所不能描述的一大类复杂无规则的几何对象，例如，蜿蜒曲折的海岸线、起伏不定的山脉、粗糙不堪的断面、变幻无常的浮云、九曲回肠的河流、纵横交错的血管、令人眼花缭乱的满天繁星等，它们的特点是极不规则或极不光滑。直观而粗略地说，这些对象都是分形。

1975 年，曼德勃罗出版了他的法文专著《分形对象：形、机遇与维数》（Les objects fractals: forme，hasard et dimension），标志着分形理论的正式诞生，1977 年他出版了该书的英译本。1982 年曼德勃罗的另一部历史性著作《大自然的分形几何学》与读者见面。该书虽然是前书的增补本，但在曼德勃罗看来却是分形理论的“宣言书”，而在分形迷的眼中，它无疑是一部“圣经”。该书旁征博引、图文并茂，从分形的角度考察了自然界中的诸多现象，引起了学术界的广泛注意，曼德勃罗因此一举成名。

此后，一直持续的分形热吸引了全世界众多科学家和学者的注意力，他们在各自领域中的研究工作，使分形理论遍地开花。

1.2　分形的几何特征

分形作为几何对象，首先是破碎的、不规则的，但不是所有破碎的、不规则的形状都是分形。曼德勃罗（1986 年）曾经给分形下过这样一个定义：组成部分与整体以某种方式相似的形。也就是说，分形一般具有自相似性。但分形理论发展到今天，已经不仅

限于研究对象的自相似性质了，如果一个对象的部分与整体具有自仿射变换关系，我们也可以称它为分形。今后，条件可能还会进一步拓宽，只要是部分与整体以某种规则联系起来，通过某种变换使之对应，我们都可以将其看成是分形，因为分形的本质就是标度变换下的不变性，而这层意思是可以扩展的。

1. 自相似性

自相似便是局部与整体的相似，或者说，局部是整体的缩影等。下面举几个典型的例子，以便读者更好地理解对象的自相似性。

（1）Cantor 三分集

集合论的创始人，德国数学家康托（G.Cantor，1845～1918 年）在 1883 年曾构造了一种三分集，其几何表示如下：

取一条欧氏长度为 L_0 的直线段，我们把 L_0 叫做初始操作长度。将这条直线段三等分之后，保留两端的线段，将中间的一段扔掉，如图 1.1 中 n=1 的操作；再将剩下的两条直线段分别三等分，然后将其中间部分扔掉，如图 1.1 中 n=2 的操作，以此类推，直至无穷，便形成了无数个尘埃似的点，这便是 Cantor 三分集。它们的数目无穷多，但长度为零。这种构造的自相矛盾性曾使 19 世纪的数学家感到困惑。但我们从几何关系来看，最终生成点的分布是局整相似的，甚至这个过程中每一步图形之间也是局整相似的，这便是自相似。

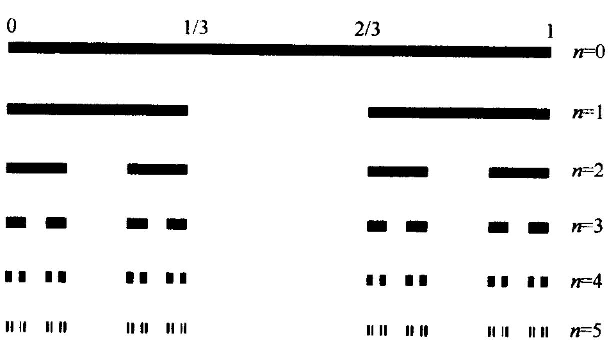


图 1.1　Cantor 三分集

（2）Koch 曲线

1904 年，瑞典数学家科赫（H.von Koch，1870～1924 年）构造了一种“妖魔曲线”，被称为 Koch 曲线，其构造过程如下：

取一条欧氏长度为 L_0 的直线段，将其三等分，保留两端的线段，将中间的一段改换成夹角为 60° 的两个等长的直线，即图 1.2 中 n=1 的操作。将长度为 $L_0/3$ 的 4 条直线段分别进行三等分，并将它们中间的一段均改换成夹角为 60° 的两段长为 $L_0/9$ 的直线段，得到图 1.2 中 n=2 的操作。重复上述操作直至无穷，便得到一条具有自相似结构的折线，这便是我们所说的三次 Koch 曲线。

（3）Sierpinski 垫片

以上两个自相似图形都是基于一条欧氏直线段生成的，Cantor 三分集是将线段删去一部分，最终得到的是一个离散的点集，而 Koch 曲线是将线段增加一部分，最终得到的是一个处处不光滑的折线集。波兰数学家谢尔宾斯基（W.Sierpinski，1882～1969 年）于 1915 年给出了一个从平面上的二维图形出发作曲线的有趣例子，所构造的 Sierpinski 垫片相当于将上述构造方法推广到平面上，其初始图形是一个等边三角形面，构造过程如下：

首先，我们将这个等边三角形面四等分，得到 4 个小等边三角形面，去掉中间一个。将剩下的 3 个小等边三角形面分别进行四等分，再分别去掉中间的一个。重复以上操作直至无穷，可以得到图 1.3 所示的图形，可以看出它的每一小部分在结构上都与整体相同，这也是一个典型的自相似图形。

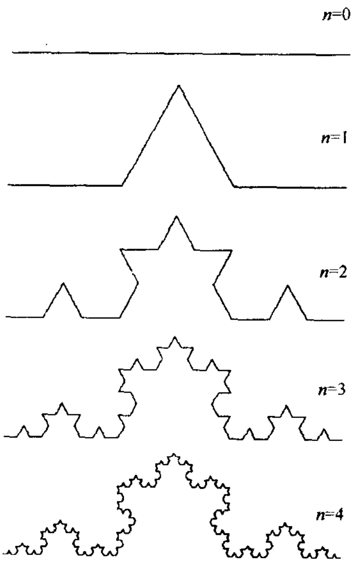


图 1.2 Koch 曲线

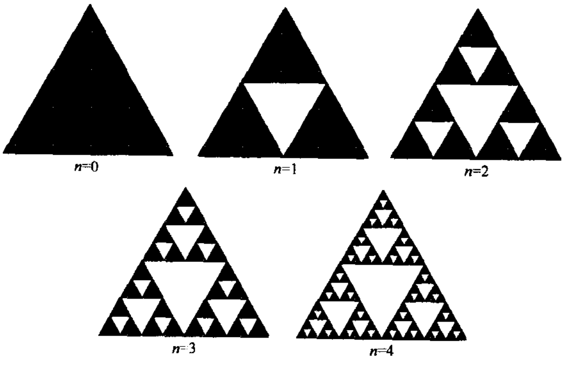
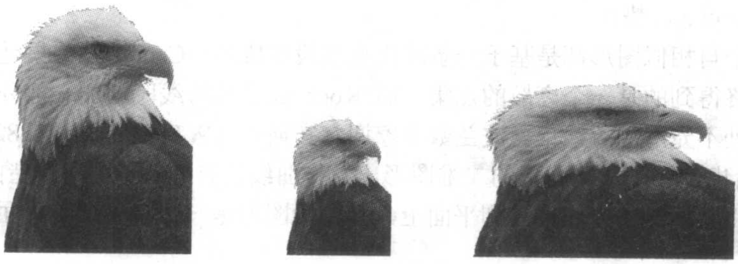


图 1.3 Sierpinski 垫片

2. 自仿射性

自仿射性是自相似性的一种拓展。如果将自相似性看成是局部到整体在各个方向上的等比例变换的结果的话，那么，自仿射性就是局部到整体在不同方向上的不等比例变换的结果。前者称为自相似变换，后者称为自仿射变换。如图 1.4 所示的是相似变换与仿射变换的不同。



(a) 原图　(b) 相似变换　(c) 仿射变换

图 1.4　相似变换与仿射变换的不同

3. 精细结构

分形还有一个更重要的特征，即精细结构。在理论上， Koch 曲线是按一定规则无限变化的结果，所以，假如用一个数学放大镜来看 Koch 曲线的话，无论放大多少倍，都能看到里面还有与整体相似的结构。这一点非常接近于自然界中的对象，也符合中国古代哲学思想："一尺之捶，日取其半，万世不竭"（庄子《天下篇》）。在这里，我们不打算讨论物质是否无限可分，我们只是注意到分形和自然对象都具有极多层次的结构，这是分形体最基本的特征。但是，自然界中的对象与数学中的分形还是有所不同的，在自然界中，对象即使存在自相似性，也是在有限层次区间中，所以在对自然界的分形研究中，我们一般只关心有限层次的自相似性或自仿射性结构。

4. 分形与欧氏几何图形的区别

可以看出，分形与普通的欧氏几何图形有着明显的区别：

① 欧氏图形是规则的，而分形是不规则的，也就是说，欧氏图形一般是逐段光滑的，而分形往往在任何区间内都不具有光滑性。

② 欧氏图形层次是有限的，而分形从数学角度上讲层次是无限的。

③ 欧氏图形一般不会从局部得到整体的信息，因为它们不强调局部与整体的关系，而分形强调这种关系，所以，分形往往可以从局部"看出"整体。

④ 欧氏图形越复杂，其背后的规则也必定越复杂；而虽然分形图形看上去十分复杂，但其背后的规则却是相当简单的。

因此，我们要构造、绘制的图形是与在中学学到的欧氏图形完全不同，我们必须找出分形对象"不规则"的规则，然后才能在计算机的帮助下将其生成。

1.3　分形的测量

分形既然不是传统意义上的图形，我们如何来把握它的性质呢？这是一个较深的数学问题，已经超出本书的范围。通俗地讲，用传统的几何学的测量方法是无法把握分形中的不变量的，因为它既不是一些点的轨迹，也不是某一方程或方程组的解，最主要的是它没有确定的标度。

1. 标度

标度，简单地说，就是计量单位的定标。比如米尺的标度是米或分米，学生用尺的标度是厘米或毫米，卡尺的标度是毫米或微米，磅秤的标度是公斤，天平的标度是毫克等。

对于不同的被测对象可选用不同的测量工具，我们不会用卡尺去测量人的身高，也不会用天平去称大象的重量，这说明人的身高和大象的重量都是有确定的标度的。

而分形则不然，由于自相似性，当变化尺子的标度时，我们看到的是相同或相似的图形。这类对象是没有确定的标度的，换句话说，这类对象在标度下是不变的。

从这个角度来说，分形的本质是标度变化下的不变性。

那么，如何来把握这种不变性呢？答案是分维。

2. 分维

分维是分形的很好的不变量，用它可以把握分形体的基本特征。那么，什么是分维呢？

还记得在欧氏几何学中所学的维数吗？点是 0 维，线是 1 维，平面是 2 维，立体是 3 维，好像维数一定是整数，其实不然。

让我们来看这样一个例子：

图 1.5（a）是边长为 1 的正方形，当边长变成原来的 1/2 时，原正方形中包含 4 个小正方形，如图 1.5（b）所示，而 $4=2^2$。

图 1.5（c）是边长为 1 的正方体，当边长变成原来的 1/2 时，原正方体中包含 8 个小正方体，如图 1.5（d）所示，而 $8=2^3$。

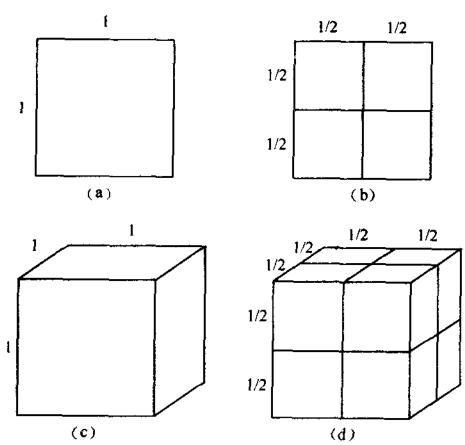


图 1.5　相似维数的示例

这里我们发现一个小秘密，表达式 $4=2^2$ 和 $8=2^3$ 中 2 上面的幂恰好是相应的正方形和正立方体的维数。

如果将上面的关系写成通式，则有

$$N=k^D \tag{1.1}$$