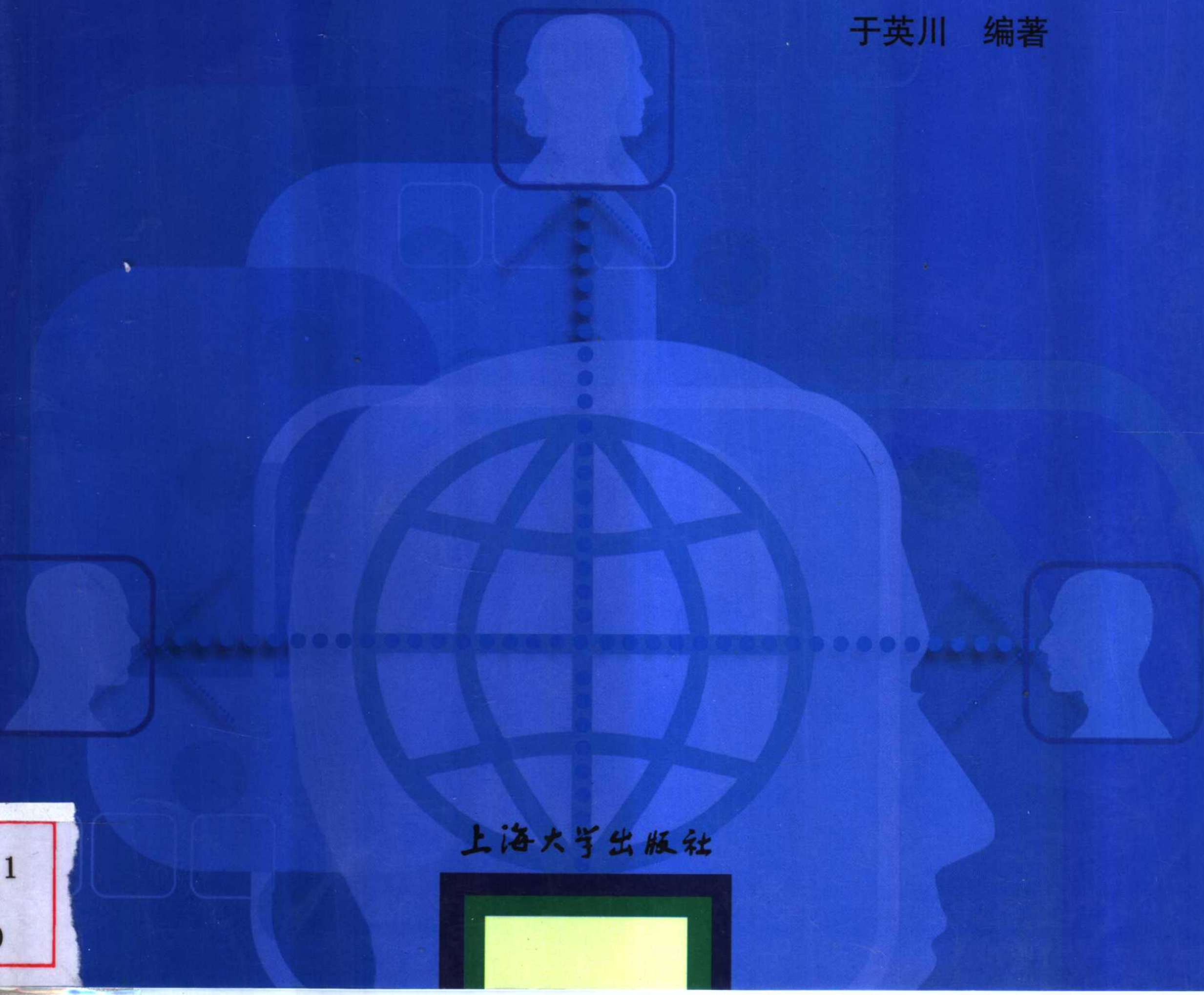
管理科学

——运筹学在管理中的进展

于英川　编著



上海大学出版社

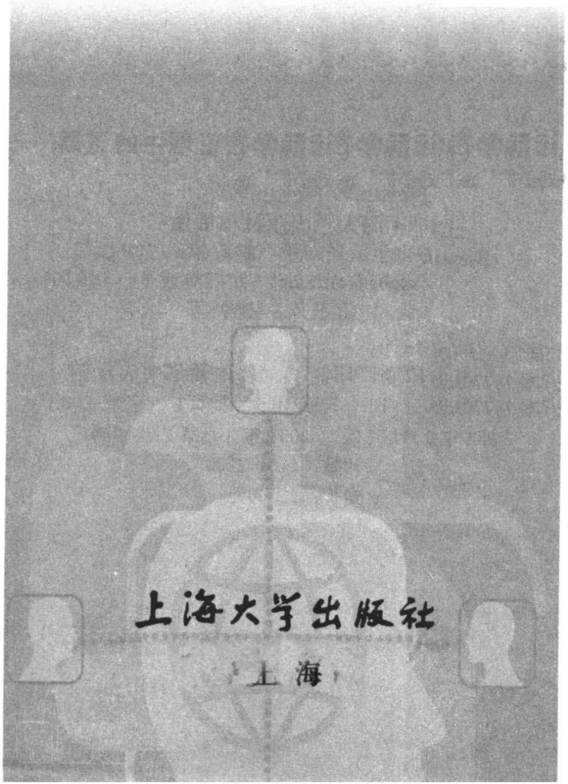
管理科学

——[illegible]

管理科学

——运筹学在管理中的进展

于英川　编著



图书在版编目（CIP）数据

管理科学：运筹学在管理中的进展 /于英川编著. 上海：上海大学出版社，2003.8（2004.3 重印）

ISBN 7-81058-621-1

I.管... II.于... III.运筹学—应用—管理学—高等学校—教材 IV G931.1

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第071669号

管理科学——运筹学在管理中的进展

于英川 编著

上海大学出版社出版发行

(上海市上大路99号 邮政编码 200436)

(E-mail:sdcbs@citiz.net 发行热线 66136010)

出版人：姚铁军

上海华业装璜印刷厂印制 各地新华书店经销

开本 787X960 1/16 印张 10.5 插页4 字数 200千

2003 年 9 月第 1 版 2004 年 3 月第 2 次印刷

印数：1101-2200

定价：22.00元

前　言

运筹学作为管理专业的一门主课，二十多年间发生了很多变化。首先是由强调数学原理转换为强调模型及应用。该课程因而更具有管理学科的特征，国际上称其为“管理科学”的越来越多；其次是由数学处理模型转为电脑计算和分析问题，第三是教学课时大大减少，目前仅有30～40小时，仅为二十年前的三分之一，相应的运筹学教材也在变化。本书就是著者和各位同事在不断的教学变革中总结出来的一些结果。

我们认为，要使读者掌握数学模型特征及应用，应该在清晰叙述模型特点的基础上配以各种模型应用。因此本书每一章均配有尽可能多的模型举例。关于数学处理，我们保留了理解和应用模型的关键内容，但采用了一些新的处理，使得内容更紧凑、更明了。

第一章介绍了运筹学的发展，强调了运筹学的重要观点——用模型解决问题，介绍了模型化过程的经验。

第二章介绍了线性规划模型及应用，采用了单纯形几何语言叙述，使得算法及理论结合得更紧密，并将重要定理的证明作为阅读参考附在最后，供数学基础好的读者学习。

第三章以同一的方式叙述了网络优化各种模型，各种模型均转为最小费用流模型，处理后者的算法是与第二章思路一致的网络单纯形算法。

第四章介绍整数规划及应用，我们放弃了多数书中介绍算法过程的做法，重点放在构造模型解决广泛管理问题上。介绍了应用功能极强的LINDO软件求解的方法。

第五章介绍多目标决策，把概念与两个模型——权重模型、目标规

划模型结合起来，形成了一个整体的应用性强的整体。

第六章简练地介绍动态规划模型，由于其特点，而把重点放在模型构造方面，选择多种问题进行讨论。

第七章简要介绍了排队论，在介绍了一般理论后，讲述了各种模型的应用，这里不只是提供计算公式，而且与经济分析结合起来。

本书教学时间40小时左右，教师可根据情况自行安排。推荐采用市面上容易得到的、功能最强的LINDO软件作为计算工具。没有这类计算工具，模型应用就会困难。对于网络单纯形算法，我们自己编写了软件，可以向教师和读者提供。

本书的对象是经济管理专业的本科生、研究生及实际工作者。

于英川

2003年7月于上海大学

目 录

第一章 引　论

§1　决策与运筹学

人类组织出现的同时，管理就出现了。管理的中心工作是决策，军事、生产、服务组织都是如此，政府也一样。历史上对决策的研究很早就开始了，以案例记载的形式为多，中国的《孙子兵法》、《三十六计》都是辉煌的著作，至今还被决策者奉为经典。

决策科学作为一门科学学科出现一般认为是在 20 世纪 30 年代，由英国二战中 OR(Operation Research)小组的活动开始。1939 年第二次世界大战英伦之战时，英国成立了许多专家小组来解决军事中的问题。最著名的是由诺贝尔奖获得者、英国曼彻斯特大学教授 P. M. S. Blackett 所领导的 OR 小组。这个小组由 11 位专家组成，他们来自物理、数学、生理、测量、军事等领域。OR 小组首次采用数学模型来评价各种决策方案的效果。OR 小组在改善英国雷达(雷达是英国当时取胜的法宝之一)与高射机枪配合、深水炸弹投放、防空等等军事系统功能方面有卓越的贡献。英国 OR 小组的成功引起了美国方面的注意，美国军队中也建立了 OR 小组，同样获得成功。

由于二战中 OR 的卓越表现，战后美国军方成立了一些继续研究的机构，其中著名的有海军战术评估小组(NOEG)和空军的蓝德公司(RAND)。他们在战时 OR 的基础上进行着新的研究，逐渐形成了学科体系。战争中曾经保密的一些数学模型和方法在战后开放，形成了一个应用与发展上述模型到工业和商业的潮流。美国斯坦福大学教授 George Dantzig 于 1947 年发明的线性规划单纯形算法和电子计算机的出现是推动运筹学发展的重大事件。一些为企业服务的咨询公司应运

而生，介绍这些数量模型和方法的课程也在美国大学出现。一个新的决策科学学科形成，人们称之为运筹学(OR)，也有称为管理科学(Management Science, MS)。一般不把管理科学和运筹学严格区分，只是前者偏重于理论，而后者偏重于应用。目前，管理科学这个名称在越来越多的教科书中被采用。

通常认为运筹学/管理科学是提供标准数学模型和算法并以此为工具解决决策问题的学科。学科内容以标准数学模型研究及应用为主，常见的数学模型有线性规划模型、网络模型、整数规划模型、动态规划模型、非线性规划模型、库存模型、设备更新模型、排队模型、搜索模型等。

英国于 1948 年成立运筹学会，美国于 1952 年成立运筹学会(Operations Research Society of America，简称 ORSA)，同年该学会的刊物 *Operations Research*(简称 *OR*)创刊。与此相应，1953 年又成立了管理科学协会(TIMS)，其刊物为 *Management Science*(简称 *MS*)。1959 年国际运筹学会(IFORS)成立。运筹学(管理科学)发展很快，在推动经济发展方面有显著的效果。我国自 1958 年开始推广运筹学，独立创造了“图上作业法”、“奇偶点图上作业法”、“统筹法”、“优选法”等方法，提出了“中国邮路问题”。1980 年我国成立运筹学会，并于 1982 年创刊了《运筹学杂志》。目前运筹学或管理科学被列为各级管理学科的主干课程，并在社会、经济、科技决策中起着重要作用。

§2 管理科学/运筹学的模型化方法

人在研究问题时，早已使用模型。古代将军用沙盘来表示战场上敌我双方阵地形势，并进行战斗布置。建筑师用木材等做成房屋模型供业主选择。人事部门采用照片来表达雇员的相貌神情。更多情况下，人们利用模型来思考问题。

一、什么是模型

模型就是所要研究系统的一种主观的表达。现实与模型分别为两个不同的系统，但是后者表达了前者某些性质、行为特征，人们可以更方便地研究它们，得出可适用前者的结论。因此，模型比现实简单，易于研究。运用模型的目的就是实现对现实的可研究性。例如不能通过实物破坏方式来研究一个水坝的抗水能力，却可以用模型试验得出结论。

二、常用模型的类型

常用模型有三类：偶像型、类比型、关系型。

偶像型模型：保持了所研究系统的几何特征的模型。例如：房屋模型、车辆模型、战场沙盘模型等。这种模型可以用来研究现实世界的几何性质范围问题，例如房屋布局、车辆款式、军队布置等。对于复杂的现实问题，则无能为力。

类比型模型：这种模型的量是现实系统所研究的量经过转换而成的，例如用曲线表示一个国家 GDP 升降(货币单位转换高度单位)，用圆饼图表示人口比例(人数规模转换为面积)，形象鲜明是这类模型的优点，其缺点是不能深入地研究相互关系问题。

关系型模型：这类模型着力表达所研究现实中各部分的关系，常用图、公式、箭头表示，其中重要的一种是数学模型——用变量表达要素，用数学公式表达这些要素间的关系，这就是运筹学/管理科学采用的模型。下面举例说明。

例 1.1 利润分析数学模型(盈亏平衡点分析)讨论具有固定成本的产品生产(销售)的获利规模。

这里用下面变量表达一种产品生产的固定成本、变动成本和生产规模等要素：

x——生产量(规模) (1.1)

d——固定成本 (1.2)

c——变动成本系数 (1.3)

p——价格 (1.4)

z——利润 (1.5)

它们之间的关系就可使用公式，表示为：$z = px - (d + cx)$ (1.6)

图 1-1 表达了生产量 x 对应的销售额曲线 px 与成本曲线 $d+cx$ 差之关系。

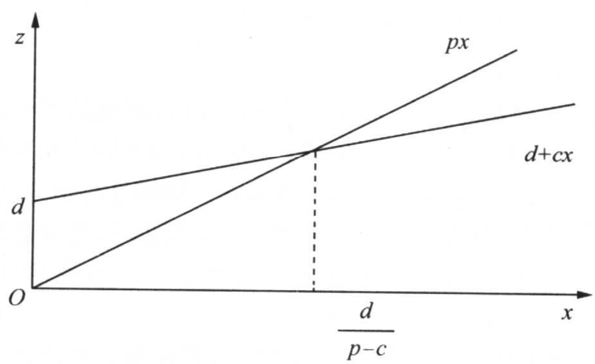


图 1-1

点 $x=\dfrac{d}{p-c}$ 称为盈亏平衡点(任意 $p>c$, $d>0$),当生产量 x 大于盈亏平衡点 $\dfrac{d}{p-c}$ 时,则可盈利。

(1.1)~(1.6)称为盈亏数学模型。模型中,x 是决策变量,d 和 c 是参量,z 是因变量,盈亏与生产量的关系用数学公式 $z=px-(d+cx)$ 表达。

三、模型化过程

利用模型方式解决现实问题称为模型化过程,这是一个可反馈的过程,下图是一个模型化过程的简图:

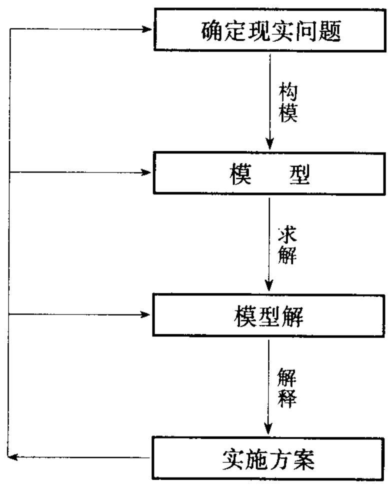


图 1-2 模型化过程图

模型化的详细内容如下:

构模:根据研究问题的需要,从现实系统出发,将系统的各要素(部分)以变量表达,建立变量间的数学公式(方程、不等式)表达各要素间的相互作用关系。以性质划分变量,如决策变量、环境变量、目标变量等。构模是科学与艺术的结合,选取什么样的变量、舍弃什么样的变量和关系要经过反复思考,变量之间关系式也要进行简化和近似。一般来讲,要求模型满足三点要求:① 本身相容(不存在矛盾);② 反映现实,不产生歪曲;③ 尽量简单。

求解:研究模型的特点,用最合适的算法得到模型的最优解和满意解。在这一步,算法的选择十分重要,要省时省力得到最合适的结果。

解释：将分析得到的数量结果进行现实解释，或说是将模型解翻译为现实方案，然后看看是否在现实中行得通，若行得通，则可建议实行；若行不通，则重复前面步骤。

通过反复几次，最后选定可执行方案，模型化过程结束。

四、运筹学中常用的模型

运筹学中常用的模型有优化模型、满意模型。为了说明这些模型，这里采用一些记号，设

x——决策变量，若 $x \in \mathbf{R}^1$，决策变量是一维的；若 $x \in \mathbf{R}^n$ $(n > 1)$，决策变量是多维的。

X——决策变量 x 的集合，即 $x \in X$。

$f(x)$——决策变量 x 对应的目标（效果）函数。

1. 优化模型

求一个决策变量 $x(x \in X)$，使对应的目标函数 $f(x)$ 最大（小）。即求 x，使 $\max\limits_{x\in X} f(x)(\min\limits_{x\in X} f(x))$，对应最优决策变量记为

$$\underset{x\in X}{\operatorname{argmax}} f(x)(\underset{x\in X}{\operatorname{argmin}} f(x))$$

2. 满意模型

设 f_0 是一个满意下界值（或上界值），求 x 使

$$f(x) \geqslant f_0(\text{或 } f(x) \leqslant f_0)$$

运筹学另外的模型还有：

解析模型（排队论、马尔可夫过程等）：这类模型得不到最优解，但在给定参变量值的条件下，可计算出表现系统绩效量的统计量。解析模型常用在交互环境中，用户通过变化输入参变量值观测绩效统计量结果的变化，以选择认为满意的解。

仿真模型：仿真模型是描述性模型，它们是描述选择后的现状。当仿真模型对不同选择的结果描述后，人们可以选择其中最合适的方案，可惜在更大范围内这个选择不一定是最优的。在生产运营管理、库房设计和原材料控制、民航和银行等服务系统中多采用仿真模型。

五、怎样的模型才是“好”的

关于怎样的模型才算“好”的，利特（Little）总结为六大特征：

(1) 模型应该是“简单的”。简单有助于理解,而且,它为建模者和管理人员设置一些有用的规则,以使他们只解决重要的问题。

(2) 模型必须是“强有力的”。即模型是“经得起考验的”,模型产生荒谬的结果几乎是不可能的。

(3) 模型应该是“容易控制的”。管理人员应该对这一问题树立一个明智的观念,即必须要将输入资料加以调整,以保证输出值落在某一范围内。如果模型的输出结果完全出乎管理者的意料,他可能对模型的内在机制表示怀疑,因而也就不大可能用它。

(4) 模型必须是“可适应的”。当新的信息出现时,模型应该能相应地做出变动,以便将其与新资料,并尽可能地与新的决策结构结合起来。

(5) 模型应该是“完整的”。模型应该包括那些在决策制定时认为是重要的问题。在模型完整性和模型简化性之间有很明显的冲突,在某种程度上人们必须只能强调一个。在一个模型里,将许多因素组合在一起是可能的,也可以用直接了当的方式来处理它们,但毫无疑问,要平衡好简化和完整的关系,就要看决策者的水平了。

(6) 模型应该是“易于交流的”。模型中所需的资料应该与管理人员熟悉的用语相统一,模型输出的结果应该是管理语言,而不是数学语言。

六、标准模型的作用

尽管建立模型解决问题比实际系统试验节省大量成本,毕竟也要花费大量财力、精力去收集数据、分析关系,成本依然很大。运筹学模型化的一个重要原则就是标准化原则:首先察看问题是否适用于已有标准模型,即察看下面各种标准运筹模型是否是合适的:

(1) 线性规划或其他数学规划模型;

(2) 排队模型;

(3) 竞争模型;

(4) 模拟模型。

如果可能,尽量利用已有模型,因为这些模型已有相当多的研究也有成熟的软件,有时可以组合使用各种标准模型。

七、模型化成功的条件

基本条件:

(1) 高级管理层支持它；
(2) 决策过程中有建模者参与；
(3) 建模者在组织中有真正的地位；
(4) 建模者在组织中有信誉。

确保模型化过程是正确的：

(1) 建模者富有经验；
(2) 建模者与决策者相互理解。

检验某决策模型是否：

(1) 简单；
(2) 强有力；
(3) 可控制；
(4) 可适应；
(5) 完整；
(6)“对用户友好”。

线性规划

第二章

§1 线性规划模型

线性规划被认为是运筹学最重要的一个分支。1947 年美国斯坦福大学教授 George Dantzig 发明了求解算法——单纯形法，使线性规划成为最有力的定量管理工具，并迅速成为应用最广的管理科学方法之一。本节先由实例出发介绍线性规划模型。

一、各种实例

例 2.1（生产计划） 工厂生产 2 种收音机：甲种为普通型，乙种为高级型，每台利润分别为 20 元和 30 元。甲种收音机生产线能力为 8 台/天，乙种收音机生产线能力为 5 台/天。工厂有工人 12 名，折合每天 12 个工作日。生产甲种收音机一台需用 1 个工作日，生产乙种收音机一台需用 2 个工作日。如何安排每天的生产计划才能使日利润最大？

解 通过分析，可以确定这个决策问题的三要素：决策变量、约束条件、目标函数。

决策变量：x_1 为甲种收音机日产量，x_2 为乙种收音机日产量。

约束条件：$x_1 \leqslant 8$（甲种收音机生产线能力约束）

$x_2 \leqslant 5$（乙种收音机生产线能力约束）

$x_1 + 2x_2 \leqslant 12$（劳动力约束）

$x_1 \geqslant 0$，$x_2 \geqslant 0$（非负约束）

目标函数：$\max z = 20x_1 + 30x_2$（最大化日总生产利润）。

写成紧凑格式：

$$\begin{cases}\max z = 20x_1 + 30x_2 \\ \text{s. t. } x_1 \leqslant 8 \\ \qquad x_2 \leqslant 5 \\ \qquad x_1 + 2x_2 \leqslant 12 \\ \qquad x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0\end{cases}$$

最优解：$x_1 = 8$，$x_2 = 2$，$z = 220$。

例 2.2（运输问题） 现要从 A、B 两个生产厂运送产品来满足甲、乙、丙三个销售点的需要。两个厂的供应量和三个销售点的需求量以及从各厂到各销售点的单位运费见下表。试问在保证各销售点的需求都得到满足的条件下，应如何安排运输，可使总运费最小？

单位运费 销售点 / 生产厂	甲	乙	丙	供应量
A	3	2	3	50
B	4	3	4	40
需求量	40	20	30	

解 决策变量：x_{ij} 为 i 厂到 j 销售点的计划运输量。

约束条件：$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leqslant 50$（A 厂的供应量限制）

$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leqslant 40$（B 厂的供应量限制）

$x_{11} + x_{21} = 40$（满足甲销售点的需求要求）

$x_{12} + x_{22} = 20$（满足乙销售点的需求要求）

$x_{13} + x_{23} = 30$（满足丙销售点的需求要求）

$x_{ij} \geqslant 0\ (i = 1, 2;\ j = 1, 2, 3)$（非负约束）

目标函数：$\min z = 3x_{11} + 2x_{12} + 3x_{13} + 4x_{21} + 3x_{22} + 4x_{23}$（最小化总运输费用）。