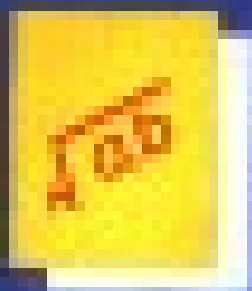




中等数学 基础知识 与教学

● 米道生 胡 杞 杨文智 李建才 周春荔 编著

科学技术文献出版社



中等数学 基础知识 与教学

李士建 主编 赵世明 李增才 冯建强 副主编

科学出版社 北京

中等数学基础知识与教学

米道生 胡 杞 杨文智 编著
李建才 周春荔

科学技术文献出版社

内 容 简 介

本书对中等数学中的代数、平面几何、初等函数、立体几何、平面解析几何等方面的基本理论与基础知识作了深入的阐释，对知识难点和教学要领进行了解疑与提示，对现代中等数学教学中的原则与方法和中等数学中必备的逻辑知识，以及中等数学中一些著名的数学问题都作了介绍。全书内容丰富，材料系统充实，通俗易懂，具有较强的中等数学教学的实用性。

本书适用于从事中等数学教学的教师、高等师范院校及师范专科学校的学生、中等数学教研人员阅读，也可作为中等学校学生的学习参考书。

中等数学基础知识与教学

米道生等 编著

科学技术文献出版社出版

(北京复兴路15号)

北京印刷二厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

787×1092毫米 32开本 20.75印张 447千字

1991年2月第1版 1991年2月第1次印刷

印数：1—5900册

社科新书目：261—164

ISBN 7-5023-1330-3/G·412

定 价：8.70元

序 言

在即将开始实施全日制中学数学新教学大纲的时候，中等学校数学教师专业进修的问题，将是一个非常紧迫的任务。要使我国的中等学校师资队伍符合“三个面向”的需要，还需要作出很多艰苦的努力。

从多年来教师专业进修提高工作看，脱产进修虽然是一个好办法，但是目前让大量中等学校教师脱产进修，这实际是很难办到的，因此在职进修还是比较合乎实际的，而通过自学的办法来进修，则更为现实。工作忙时少学一点，进度慢一些；工作空闲时，特别是寒暑期，则可多学一点，进度快一些。

通过自学的办法来进修就需要一本合适的参考书。北京师范学院数学系“中学数学教材教法教研室”的米道生、胡杞、杨文智、李建才、周春荔等几位副教授，根据多年来讲授“中学数学教材教法”课的教学实践，编写了这本“中等数学基础知识与教学”，对于广大中等数学教师来说，不失为一本通过自学提高数学素养和进行教材与教法研究的好书。它兼顾了教材和教法两个方面，从教材来说，既结合中等数学教学特点，同时又用高等数学作指导，居高临下，在中等数学的基础上适当提高。我看是写得比较好的。这本书对于中等学校教师数学专业进修提高与教学指导一定会有所帮助的。

希望这本“中等数学基础知识与教学”能受到广大中等学校数学教师的欢迎。

梅向明

1989年12月于北京师范学院

前 言

自1990年开始，我国即将陆续实施“九年制义务教育全日制初级中学数学教学大纲”和新教材。之后，还要颁布全日制普通高级中学数学教学大纲。为了适应中学数学教学不断发展的新形势，广大中学教师需要不断充实和提高自己的数学教学的业务水平。我们根据长期从事高等师范院校“中学数学教材教法”课程的教学及对数学教育研究的实践经验编写了这本书；它可作为老师们钻研中等数学基础知识和提高数学教学能力的参考。

本书对中等数学中的代数、平面几何、初等函数、立体几何、平面解析几何等方面的基本理论与基础知识作了深入的阐释和解疑；对中等数学教学的原则与方法 and 中等数学中的逻辑知识、中等数学中的一些著名数学问题都作了介绍。内容丰富，材料充实，立论与叙述力求严谨，并且还注意联系中学数学教学实际。

本书适用于从事中等数学教学的教师、高等师范院校及师范专科学校数学系的学生、中等数学教研人员阅读，也可作为中等学校数学教师继续教育的参考用书。

本书一章、二章由李建才副教授执笔；三章由周春荔副教授执笔；四章、五章由米道生副教授执笔；六章由胡杞副教授执笔；七章由杨文智副教授执笔；八章、九章分别由胡杞和周春荔执笔。最后由胡杞对全书作了统一的校定。

刘增贤教授对全书作了审阅，并且提出一些很好的意见，在此表示敬意和感谢。

由于我们水平有限，书内不当之处在所难免，热忱希望敬爱的读者给我们提出宝贵的意见。

作者

1989年12月于北京

目 录

第一章 数学教学原则与方法	(1)
1.1 教学论的一般原则	(1)
1.2 中等数学的教学原则	(12)
1.3 教学方法	(15)
第二章 中等数学逻辑基础知识	(26)
2.1 数学概念	(26)
2.2 数学命题	(43)
2.3 数学中的推理与证明	(72)
第三章 平面几何基础知识与教学	(104)
3.1 几何公理体系与中学平面几何的逻辑结 构.....	(104)
3.2 直线形	(112)
3.3 圆	(153)
3.4 几何变换	(174)
3.5 轨迹、作图和几何计算	(185)
第四章 数与式的基础知识与教学	(206)
4.1 绪论	(206)
4.2 有理数	(215)
4.3 实数	(228)
4.4 复数	(242)
4.5 有理式	(260)

4.6	根式	(268)
4.7	指数式与对数式	(277)
4.8	三角式	(284)
第五章	方程和不等式的基础知识与教学	(301)
5.1	方程与方程组	(301)
5.2	一元一次方程	(306)
5.3	一元二次方程	(300)
5.4	方程组	(331)
5.5	杂方程选解	(342)
5.6	不等式和不等式组	(363)
5.7	文字题的构成与编拟问题	(387)
第六章	立体几何基础知识与教学	(393)
6.1	立体几何教材的逻辑结构	(393)
6.2	培养学生空间想象力的主要途径	(399)
6.3	异面直线	(413)
6.4	三垂线定理	(417)
6.5	存在与唯一性命题	(422)
6.6	棱锥	(429)
6.7	旋转与展开	(438)
6.8	球	(447)
6.9	简单多面体的欧拉定理	(460)
第七章	初等函数的基础知识与教学	(468)
7.1	映射的知识	(468)
7.2	函数的一般概念	(472)
7.3	初等函数的性质与图象	(491)
7.4	幂函数	(518)

7.5	指数函数与对数函数	(529)
7.6	三角函数与反三角函数	(537)
第八章	平面解析几何基础知识与教学	(553)
8.1	解析几何的基本思想、内容、方法	(553)
8.2	直线的斜率与点到直线的距离	(564)
8.3	曲线和方程	(570)
8.4	平面曲线的对称变换	(576)
8.5	圆锥曲线	(585)
8.6	坐标变换	(594)
8.7	参数方程	(615)
8.8	极坐标	(630)
第九章	几个著名的数学问题	(639)

第一章 数学教学原则与方法

1.1 教学论的一般原则

教学原则就是教师在教学过程中要取得一定成效所必须遵循的重要要求和指导原理。

教学原则是根据教育目的和教育规律而制定的，它既受教育规律的制约，又是经过先进经验证实的，是指导教学实践的一般原理。

教学原则要对教学过程的一切主要组成部分——教师计划和教学过程，规定出一定的要求。这也就是说，对教学的目的与任务，对教学内容的选取、删减，对组织教学和推动学生学习的形式与方法的选择，以及对教学过程的成效的评估、分析等，都要规定出一定的要求。

为了更好地实现社会主义教育的总目的，最好地组织教学过程，形成和完善社会主义教育体制中的教学原则及其体系，数学教师应当广泛吸取国内外有益的教学主张，熟悉我国社会主义教育的特点与规律，重视在我国教学实践中行之有效的教学一般原理。

一 我国中小学教学论原则

我国的教育学界和广大的教育工作者，根据社会主义教育的总目的，教学过程的规律，依靠总结教育的历史经验和社会主义教育提供的新经验，特别是在我国教学的实践中得

到证明的起指导作用的一般原理，逐步提出和完善符合教学规律的教学原则及其体系。这些教学论的一般原则是：

1 科学性与思想性相结合的原则

这一原则要求教师所传授的知识应当是正确的、可靠的科学知识。在教学中，为了符合学生的年龄特点和接受能力，有时要力求通俗易懂，但是绝不能违背科学性的要求。同时，在教学中，必须结合具体科目的教学内容，以辩证唯物主义的观点、立场，努力发挥教材的内在思想性，联系实际地进行思想教育，培养学生正确的政治观点和勤奋学习、积极上进、诚实坚毅等思想品德。

2 理论联系实际的原则

理论联系实际是辩证唯物主义的总原则。在教学中这条原则要求在重视书本知识教学的同时，还要适当地通过实验、实习等实践活动使学生获得一定的直接知识，使学生联系实际，运用所学知识解决实际问题。

3 教师的主导作用与学生的自觉性积极性相结合的原则

社会主义学校教师的职责是贯彻执行教育目的，传授知识技能，启发学生思维，培养学生的品质和能力。因此，在教学中要求首先提高教师的业务和思想水平，在各个教学环节中都发挥主导作用，正确地启导学生，端正学习动机，调动学生的积极性，创设一定的学习情境，满足他们的合理要求，在有目的训练与培养中，提高他们的独立探索和创造能力。

4 感知与理解相结合的原则

教学中，学生的认识活动是以感知为基础的，感知是为

理解作准备的。生动直观的感知与抽象思维的理解相结合，就能使学生认识事物的本质。因此，贯彻这条教学原则就要求教学由感知出发，从表象到概念，从具体到抽象，从感性知识发展到理性知识。教师要选择典型、丰富又全面的感性材料，引导学生观察、思考，进行抽象、概括，形成科学的概念，进行正确的判断和推理；要正确恰当地演示教具、利用直观模型，训练视、听、说，运用多种感官接受和理解知识，并逐步能灵活应用。

5 循序前进性与系统性相结合的原则

科学知识是有严谨的逻辑系统的，学习的教材也是有一定的连贯系统的，在这个系统中，知识之间是有内在联系的，学习的过程必须是循序前进。因此，在教学中就要求教材组织符合认识规律；要全面系统、重点突出、脉络清晰；要注意联系、关系，使学生对知识既有深刻理解又有系统掌握，在循序前进的过程中形成系统的知识体系，进而综合运用，提高能力。

6 掌握知识、技能的巩固性原则

教育的主要目标之一是使学生掌握科学知识，获得一定的技能，以期在实际中能随时地运用这些技能和知识。因此，巩固性原则就很重要，它要求在教学中要使学生牢固掌握基本的和关键性的原理、概念。要精心组织复习、练习，要讲究记忆方法。

7 符合学生年龄特征和接受能力的原则

教学内容和教学方法，要符合学生的年龄特点和认识的发展规律。这就要求在教学中适当掌握教学内容的深、广度和教学进度，既要防止落后于学生能力的过低要求，又要防

止不切实际的过高、过多、过深的要求。一般来说，教学进度要照顾多数适中为宜，教学要求应该是使多数学生经过一定努力可以达到的水平。如果再辅以不断改进教学方法，更新教学手段，就更能激发学生学习的积极性，提高和发展学生的接受能力，提高教学效率和质量。

8 统一要求与因材施教相结合的原则

在学校班级教学中，既要有统一要求，又要加强个别辅导、因材施教，使每个学生都得到发展。这就要求在教学中对学生既要有统一要求和一般的目标，又要承认差别，对不同水平的学生给出不同深度的要求，恰当地扶植优生，辅导差生，使他们各得其所、共同发展。

应该明确，教学原则不是教条，也不是孤立的，而是彼此紧密联系、相辅相成的统一体。只有理解各条原则的整体作用，结合各学科课程的特点和学生年龄特点，全面运用教学原则，才能较好地贯彻教育目的，提高教学质量。

二 苏联赞可夫的“实验教学论”教学原则*

赞可夫的实验教学论教学原则，在他的教学新体学中起着某种主导作用。他的教学原则追求一个总目的，就是“以最好的教学效果来达到学生最理想的一般发展”。

赞可夫提出的五条教学原则的具体内容以及对教学内容、教学组织形式与教学方法的要求大体是这样的：

1 以高难度进行教学的原则

这条原则要求更新教学内容，增加系统的理论知识成

* 赞可夫的实验教学论思想在苏联评价尚未定论，他提出的一些合理的教育思想虽已得到肯定，但他提出的教学原则还有争论，尚不能算为科学的概括。这里介绍给读者，仅供参考。

分，组成新的结构，使教学在高难度的水平上进行。赞可夫认为，如果教材与教学方法在学生面前都没有提出他们应当能克服的困难与问题，他们的精神就会萎靡不振，学生就得不到发展。因此，赞可夫还认为，教学方法一定要随着教学内容的更新而革新。要改变“教师讲、学生听、照例题作习题”的老模式，要让学生过紧张的甚至是“沸腾”的精神生活，要让学生会独立思考、推理、探求问题的解答。要让学生沿着智力发展的阶梯逐步向上，“变最近发展区为现有发展区”，而不是让学生在发展上原地踏步。

2 以高速度进行教学的原则

这条原则要求教学不断地向前运动，以各方面内容丰富的知识来充实学生的头脑。这条原则所否定的是教学原地踏步多次单调重复旧课和机械地练习。赞可夫认为：高速度的实质不在于让学生在了一节课上做尽可能多的例题和练习题，不是要形式主义地匆忙从事，而是要从知识的广度来求得知识的深度。要用不同的方式进行教学，通过各种不同的教学手段让学生获得更丰富的知识。克服多余的重复和烦琐的讲解，就能节约时间，加快速度。

3 理论知识起主导作用的原则

这条原则要求，在教学内容的结构中要让那些说明现象的相互依存性及其内在的本质联系的系统理论知识占主导地位。赞可夫认为：科技的发展已经使人的感官延伸到宏观世界与微观世界，影视、广播已经把学生带到远方，还把学生的认识活动局限在用手摸、用肉眼看的水平上，还把学生的认识局限在乡土内是不对的，也是满足不了学生的求知欲望的。他认为，感性认识和理性认识是有机地交织在一起的，

经验和理论在不断地相互作用之中，不能过多地只强调一面。对低年级学生完全可以掌握许多抽象概念、理解事物间的内在联系。他的教学实验证明：技能技巧的训练是必要的，但要在一般发展的基础上进行一定数量的训练，在尽可能地深刻理解有关概念、关系和依存性的基础上去实现。

4 使学生理解学习过程的原则

赞可夫说，这条原则与公认的掌握知识的自觉性原则相似，又与它有重大区别。他认为，一般教学论的自觉性原则是指向外部的，即把应当掌握的知识、技能和技巧作为理解的对象；而实验教学论要求理解的对象是学习过程，它是指向内部的。要使学生学会进行分析、比较、综合、归纳，了解所学的知识之间存在什么联系，掌握各部分知识之间的异同，知道产生错误与克服错误的心理机制，等等。这样做有利于发展学生的思维能力，提高他们学习的主动性与创造性，使他们会学习。

5 使全班的学生都得到一般发展的原则

学生的掌握知识与得到发展是互有联系的两个概念。只有掌握了知识，而且他们头脑中的知识、技能也形成了一个明确的体系，在新的环境中能够运用这些知识，才能说明他们得到了“发展”。学生的发展是要在掌握知识的过程中进行，但要特别明确：教学应在发展上下功夫，使学生在得到一般发展的基础上掌握知识。使所有的学生（包括差生）在原有基础上都得到进步，这就要求在教学中教师要热爱每一个学生，了解和研究每一个学生，根据各人的特点采取相应措施，使他们都得到发展。

赞可夫特别指出，实验教学论的这些教学原则的实施不