物理题解

（中 册）

张国华　孙荣祖　编

吉林人民出版社

物　理　题　解

（中　册）

张国华　孙荣祖　编

吉林人民出版社

中学生课外读物
物 理 题 解
（中 册）
张国华 孙荣祖 编
*
吉林人民出版社出版 吉林省新华书店发行
长春新华印刷厂印刷
*
787×1092毫米32开本 12印张 166,000字
1980年4月第1版 1980年4月第1次印刷
印数：1—312,980册
书号：7091·1133 定价：0.83元

目　录

7 机械振动 机械波

(一) 机械振动

1. 简谐振动:

特点 $F=-Kx(K=m\omega^2)$

方程 $x=A\sin(\omega t+\phi)$

周期 $T=2\pi/\omega=2\pi\sqrt{m/K}$

能量 $E=\frac{1}{2}mv_{max}^2=\frac{1}{2}KA^2$

2。单摆振动:

特点 $f_s=-\mathrm{mg}/l\cdot x$

周期 $T=2\pi/\omega=2\pi\sqrt{l/g}$

能量 $E=\frac{1}{2}mv_{max}^2$

$=\mathrm{mg}l(1-\cos\alpha)$

3. 同方向谐振动的合成:

合振幅

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_1\cos(\varphi_2-\varphi_1)}$$

初位相 $\varphi=\mathrm{tg}^{-1}\dfrac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2}$

201. 一单摆，最大摆角为α（$\alpha<5°$），摆长为l，摆球质量为m，如图7—1所示。当摆从$A\to O$和从$O\to B$的振动过程中，试问：

（1）摆球的加速度a如何变化？

（2）摆球的速度v如何变化？

（3）摆球的机械能如何变化？

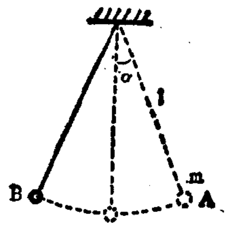

图 7—1

解：（1）当$\alpha<5°$时，单摆在振动方向上所受的力

$f_x=-mg/l\cdot x$

由牛顿二定律：$f_x=ma$

$a=-g/l\cdot x$

即a与x成正比，而方向与位移方向反，

∴ 当摆球从$A\to O$振动过程中：

位移x从$x_{max}\to O$，方向从$O\to A$，

加速度a从$a_{max}\to O$，方向指向O；

当摆球从$O\to B$过程中，

位移x从$O\to x_{max}$，方向指向B，

加速度a从$O\to a_{max}$，方向指向O。

（2）由机械能守恒：$mgh=\frac{1}{2}mv^2$可知：

当摆球从：$A\to O\to B$过程中，

速度v从：$O\to v_{max}\to O$。

（3）单摆具有的总机械能不变化，只是势能与动能的相互转化，

$E=mgl(1-\cos\alpha)$

202. 测量重力加速度时，用摆长为70.0厘米的单摆，使其做小振幅振动，测得振动100次所用的时间是168.0秒。试求重力加速度是多少？

已知：$l = 70.0 \times 10^{-2}$〔m〕；

$t = 168.0$〔s〕；

$n = 100$。

求：$g = ?$

解：∵ $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ ……………………………(1)

$T = \dfrac{t}{n}$ ………………………………(2)

∴ $g = \dfrac{4\pi^2 l}{(t/n)^2}$

$= \dfrac{4 \times 3.14^2 \times 0.700}{1.68^2}$〔m/s²〕

$= 9.78$〔m/s²〕

答：测得重力加速度 g 为9.78米/秒²。

203. 常温下单摆的振动周期为 T〔秒〕。当温度升高 t℃时，这个单摆的振动周期将变为多少？已知摆线的线胀系数为 α〔度$^{-1}$〕

解：设摆长为 l，升温后振动周期为 T'。由单摆振动定律，有：

$T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l(1+\alpha t)}{g}}$ ……………………………(1)

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ ………………………………(2)

(1)/(2)得：

$$T' = \sqrt{1+\alpha t}\cdot T$$

204. 如图7—2所示，单摆的摆长为 l，摆球的质量为 m，在悬点 B 下方的 A 处有一光滑的钉，AB 间距离为 a，摆在最右端时摆线与铅直线成 α 角。试求：

（1）此摆在最左端时具有的能量；

（2）摆在最左端时摆线与铅直方向所夹的角；

（3）这个振的振动周期。

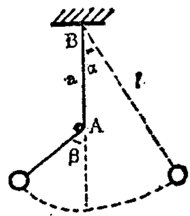

图 7—2

解：（1）由机械能守恒定律可知：摆在左右端时能量相等，即：

$$E = mgl(1-\cos\alpha)$$

（2）设摆在最左端时摆线与铅直方向夹角为 β，由机械能守恒，有：

$$mgl(1-\cos\alpha) = mg(l-a)(1-\cos\beta)$$

$$\therefore \quad \cos\beta = \frac{l\cos\alpha - a}{l-a}$$

$$\beta = \arccos\frac{l\cos\alpha - a}{l-a}$$

（3）$T = \frac{1}{2}T_1 + \frac{1}{2}T_2$

$$= \pi\sqrt{\frac{l}{g}} + \pi\sqrt{\frac{l-a}{g}}$$

$$= \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1+\sqrt{1-\frac{a}{l}}\right)$$

205. 周期是 2 秒时，时钟准确。若 1 日慢 1 分钟，应该

怎样调整摆长？

解：设准确时摆长为l_0，慢时摆长为l，由单摆周期公式有：

$$T=2\pi\sqrt{l/g} \cdots\cdots(1)$$

$$T_0=2\pi\sqrt{l_0/g} \cdots\cdots(2)$$

设在$t=24\times3600$〔s〕时间里，准确钟振动次数为n_0，慢钟振动次数为n，则有：

$$T=t/n \cdots\cdots(3)$$

$$T_0=t/n_0 \cdots\cdots(4)$$

(1)～(4)式联立，可得：

$$l=\left(\frac{n_0}{n}\right)^2 l_0 \cdots\cdots(5)$$

而 $n_0=\frac{86400}{2}=43200$

$$n=\frac{86400-60}{2}=43170$$

$$\therefore\ l=\left(\frac{43200}{43170}\right)^2 l_0=\left(1+\frac{30}{43170}\right)^2 l_0$$

$$\approx\left(1+\frac{60}{43170}\right)l_0 \cdots\cdots(6)$$

为了使慢钟准确，应缩短摆长$\varDelta l$，

$$\varDelta l=l-l_0 \cdots\cdots(7)$$

(2)、(6)、(7)联立可得：

$$\varDelta l=\frac{60}{43170}\cdot\frac{2^2\times9.8}{4\times3.14^2}〔\mathrm{m}〕$$

$$=0.0014〔\mathrm{m}〕=1.4〔\mathrm{mm}〕$$

答：应缩短摆长1.4毫米。

206. 单摆在振动过程中由于阻力能量要损失，而做减幅振动。设摆长为l〔米〕，摆球质量为m〔千克〕，开始振动时摆角为α，经过一次全振动后摆角减小为β。问在每次全振动中必须供给此摆多少能量，才能使单摆的振动为等幅振动？

解：补充给单摆的能量，应等于其损失的能量。即：

$$\begin{aligned}\Delta E &= E_1 - E \\ &= mgl(1-\cos\alpha) - mgl(1-\cos\beta) \\ &= mgl(\cos\beta - \cos\alpha)〔J〕\end{aligned}$$

207. 电车以v〔米/秒〕的速度沿半径为R〔米〕的水平弯道行驶。电车内天棚上悬挂一个长度为l〔米〕的单摆，则摆线向圆心的反对侧偏离，如图7—3。试问：

(1) 摆线偏离竖直方向的角度θ多大？

(2) 若在(1)问的状态下，使摆做小的振动，则其振动周期T是多少？

解：(1) 以地面为参照物，观察者看到摆球也在做圆运

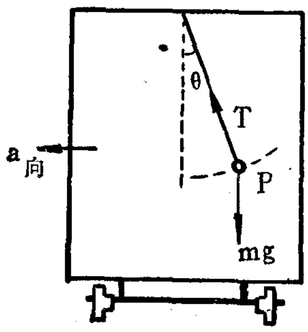

图 7—3

动，而相对于车静止。它所需的向心力为mg、T在$a_向$方向上的合力。由牛顿第二定律有：

$$mg\,\mathrm{tg}\theta = m\frac{v^2}{R} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$\therefore \quad \mathrm{tg}\theta = \frac{v^2}{Rg}$$

$$\theta = \mathrm{tg}^{-1}\frac{v^2}{Rg}$$

(2) 摆球以P点为中心（平衡位置）做振动。此时摆在P点与一般摆在平衡位置所受的重力相当的力是：沿拉力T反方向上的力，即：

$$(mg')^2 = (mg)^2 + (mg\,\mathrm{tg}\theta)^2$$

$$\therefore \quad g' = \sqrt{g^2 + \frac{v^2}{R^2}}\,[\mathrm{m/s^2}]$$

$$\therefore \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + v^2/R^2}}}\,[\mathrm{s}]$$

208. 某种车辆下的弹簧组，因车厢自重和载重所产生的压缩量是250毫米。车辆的总重量是60吨。求这个车辆在竖直方向上的振动频率。

已知：$m = 60\times10^3\,[\mathrm{kg}]$；

$x = 0.25\,[\mathrm{m}]$；

$F = 60\,[\mathrm{t}] = 5.88\times10^5\,[\mathrm{N}]$。

求：$f = ?$

解：车厢振动频率由车辆下弹簧组的弹性和车辆的质量决定。平衡时车辆的重力与弹簧给它的弹性力F大小相等。即：

$$mg = Kx$$

$$\therefore \quad K = mg/x$$

$$= \frac{5.88 \times 10^5}{0.25} \text{〔N/m〕}$$

$$= 2.35 \times 10^6 \text{〔N/m〕}$$

由弹簧振子的振动周期公式，有：

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{K/m}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2.35 \times 10^6}{6 \times 10^4}} \text{〔Hz〕}$$

$$\approx 1 \text{〔Hz〕}$$

答：车辆在竖直方向上振动频率为 1 赫芝。

209. 一物体沿 x 轴做简谐振动，振幅为12厘米，周期是 2 秒。当 $t = 0$ 时物体位移为 6 厘米，并且向 x 轴的正向运动。试求：

（1）振动物体的初位相；

（2）$t = 0.5$秒时物体的位置；

（3）振动能量是多少？设物体质量为10千克。

已知：$A = 0.12$〔m〕；

$T = 2.0$〔s〕；

$x_0 = 0.06$〔m〕；

$m = 10$〔kg〕。

求：（1）$\phi = ?$　（2）$x_t = ?$　（3）$E = ?$

解：（1）设物体的简谐振动方程为：

$$x = A\cos(\omega t + \phi) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$\because \quad A = 0.12 \text{〔m〕}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi[s^{-1}]$$

$\therefore$ $x = 0.12\cos(\pi t + \phi)[m]$ ………………(2)

当 $t = 0$ 时，由(2)式有：

$$x = 0.06 = 0.12\cos(0 + \phi)$$

$\therefore$ $\cos\phi = \frac{1}{2}$ $\quad \phi = \pm\frac{\pi}{3}$

$\because$ 此时物体沿 x 轴正向运动，

$\therefore$ 应该取 $\phi = +\frac{\pi}{3}$

(2) 当 $t = 0.5[s]$时，

$$x = 0.12\cos\left(\pi \cdot 0.5 + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 0.12\cos\frac{5\pi}{6}$$

$$\approx -0.1[m]$$

(3) $\because$ $E = KA^2$ ………………………(3)

$K = m\omega^2 = m\frac{4\pi^2}{T^2}$ …………(4)

$\therefore$ $E = m\frac{4\pi^2}{T^2}A^2$

$$= 10 \cdot \frac{4\pi^2}{2^2} \times 0.12[J]$$

$$= 11.8[J]$$

答：(1) 振动的初位相为$\frac{\pi}{3}$；

(2) $t = 0.5$秒时位移为-0.1米；

(3) 振动能量为11.8焦耳。

210．一振动物体，其位移 x 与时间 t 的关系如图7—4所示。试根据此图线回答下列问题：

（1）它的振动周期、频率和振幅是多少？

（2）它的振动方程式如何？

（3）在什么时刻它的速度最大？在什么时刻它的速度最小？

（4）在什么时刻它的加速度最大？在什么时刻它的加速度最小？

解：（1）周期是它完成一次全振动所用的时间，即：

$$T=0.8[s]$$

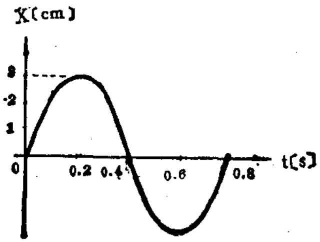

图 7—4

它的频率是：

$$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{0.8}[Hz]=1.25[Hz]$$

振幅是物体离开平衡位置的最大位移，

$$A=x_{max}=3[cm],$$

（2）物体的振动方程，根据：

$$x=A\sin(\omega t+\phi) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

∵ $A=3[cm]$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.8}\,[s^{-1}]$$

$$\phi = 0$$

$\therefore$ $x = 3\sin(2.5\pi t + 0)\,[cm]$ ………………(1)′

(3) 简谐振动物体的速度公式是：

$v = A\omega\cos\omega t$ ……………………………(2)

这一公式，可以这样推导出：设时刻 t 的位移 $x_1 = A\sin\omega t$；时刻 $(t+\Delta t)$ 的位移为 $x_2 = A\sin[\omega(t+\Delta t)]$，根据速度公式：$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ 则有：

$$v = \frac{x_1 - x_2}{\Delta t}$$

$$= \frac{A\sin\omega t - A\sin[\omega(t+\Delta t)]}{\Delta t}$$

将 $\sin[\omega(t+\Delta t)]$ 展开，并因 Δt 很小，利用：$\sin\omega\cdot\Delta t \approx \omega\cdot\Delta t$，$\cos\omega\cdot\Delta t \approx 1$，则可以得出：

$$v = A\omega\cos\omega t$$

v 与 t 的关系可用图7—5来表示，可知：

在0、0.4[s]、0.8[s]时 v 最大；

在0.2[s]、0.6[s]时 v 最小。

(4) $\because$ $a = \frac{F}{m} = \frac{-Kx}{m}$ ……………(3)

$K = m\omega^2$ ……………………………(4)

(1)、(3)、(4) 联立，可得：

$$a = -\omega^2 x$$

$$= -A\omega^2\sin\omega t$$

a 与 t 的关系可用图7—5来表示。因此，可知：