

模糊理论基础

胡宝清 编著

模糊理论与工程系列丛书



全国优秀出版社
武汉大学出版社



模糊理论与工程系列丛书

模糊理论 基础

■ 胡宝清 编著



全国优秀出版社
武汉大学出版社



图书在版编目(CIP)数据

模糊理论基础/胡宝清编著. —武汉: 武汉大学出版社, 2004. 10
(模糊理论与工程系列丛书)
ISBN 7-307-04335-1

I. 模… II. 胡… III. 模糊数学 IV. O159

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 084766 号

责任编辑: 李汉保 责任校对: 刘 欣 版式设计: 支 笛

出版发行: 武汉大学出版社 (430072 武昌 珞珈山)
(电子邮件: wdp4@whu.edu.cn 网址: www.wdp.whu.edu.cn)

印刷: 湖北恒吉印务有限公司

开本: 787×980 1/16 印张: 33.5 字数: 595 千字

版次: 2004 年 10 月第 1 版 2004 年 10 月第 1 次印刷

ISBN 7-307-04335-1/O · 305 定价: 48.00 元

版权所有, 不得翻印; 凡购我社的图书, 如有缺页、倒页、脱页等质量问题者, 请与当地图书销售部门联系调换。

模糊理论与工程系列丛书编委会

名誉主编 刘应明

名誉副主编 汪培庄 王国俊 吴从炘 何新贵
郭桂蓉 吴望名

主 编 欧阳绵

副 主 编 王新洲(常务) 胡宝清 应明生
张文修 郑崇友 任 平
罗懋康 蔡开元 陈水利
张南伦

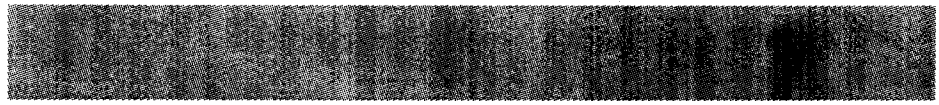
编 委 (按姓氏拼音排序)

陈国青	陈世权	陈国权	陈图云
陈永义	程里春	曹炳元	董长清
方锦暄	黄崇福	贺仲雄	哈明虎
韩立岩	李洪兴	刘增良	刘文斌
陆余楚	汤服成	吴孟达	徐 扬
徐晓泉	邹开其		

内 容 简 介

本书系统介绍了模糊集理论及其应用的基本原理与基本方法。全书共分十四章,内容包括模糊集理论的三个基本概念——模糊集合、模糊关系、模糊隶属函数;模糊集理论的三大基本原理——分解定理、表现定理和扩张原理;模糊集理论的三个基本应用——模糊聚类分析、模糊模式识别和模糊综合评判;模糊集理论的三大热门专题——模糊决策理论、模糊逻辑系统、模糊测度理论。书中重要概念附有英文对照,便于相关英文文献的检索;每章后附有小节,便于最新研究成果的追踪;书后附有符号说明和名称索引,便于读者阅读方便。

本书可作为从事模糊集理论与应用研究的工程技术人员和广大教师的参考书,也可作为大专院校高年级本科生、研究生的教材或教学参考书。



胡宝清,男,1962年3月出生于湖北仙桃,武汉大学数学与统计学院教授、博士生导师。1982年获得学士学位,学习基础数学。1987年获得硕士学位,主攻专业为模糊数学。2001年获得武汉大学博士学位。2003年9月至2004年3月作为访问教授前往澳大利亚西澳大学进行为期半年的访问学习。多次前往香港城市大学与香港理工大学进行合作研究。1997年后被聘为武汉大学教授,是信息与计算科学学科的学术带头人之一,兼任武汉大学数学与统计学院信息与计算科学系主任,湖北省暨武汉市数学学会模糊数学专业委员会主任,武汉模糊理论与工程学会副理事长、秘书长,人工智能学会可拓工程专业委员会副秘书长,广州工业大学可拓工程研究所兼职研究员等职。胡宝清教授长期从事模糊数学与水文水资源的跨学科研究,在智能计算与不确定性信息处理、水文非线性系统与不确定性理论研究方面做出了成绩。主持和参加国家自然科学基金项目、国家“八五”攻关项目、国家教育部博士学科点基金项目、香港政府研究资助局项目、国家教育部骨干教师计划基金等十多项科研项目。参加的东北电网水库调度自动化系统的合作项目达到国际先进水平,主持其中的实用化软件开发达到国际领先水平。在国内外重要学术刊物发表论文60余篇。



序

1965年,美国计算机与控制论专家 L. A. Zadeh 教授提出了 Fuzzy 集概念,创造了研究模糊性或不确定性问题的理论方法,迄今已成为一个较为完善的数学分支。

近四十年来,模糊理论与技术得到了迅猛发展,国内外学者在这个领域做了大量卓有成效的工作,其中许多探索是具有突破性的。模糊理论与技术一个突出的优点就是能较好地描述与仿效人的思维方式,总结和反映人的体会与经验,对复杂事物和系统可进行模糊度量、模糊识别、模糊推理、模糊控制与模糊决策。尤其是模糊理论与人工智能在神经网络和专家系统等方面相互结合的研究已涉及到计算机、多媒体、自动控制以及信息采集与处理等一系列高新技术的开发与利用,有力地推动了应用科学、决策科学、管理科学与社会科学的进步,这种学术理论体系不断完善的新成果正在迅速地转变成生产力促进社会物质文明水平的不断提高。

为了系统地归纳总结模糊理论与技术的学术成就,系统地向广大读者介绍、普及模糊数学的基础理论与基本知识,进一步推动该学科的发展,使之有利于为社会经济建设服务,我们经过多年的酝酿、策划与探索,决定组织出版“模糊理论与工程系列丛书”。这套系列丛书中的大部分既可作为理工类本科生、硕士生的教材,也可作为高等院校教师、相关科技工作者与模糊理论爱好者的参考读本。

“模糊理论与工程系列丛书”能够顺利出版主要得益于两方面的大力支持:

其一,得益于我国模糊数学界广大专家、学者的支持。2002年11月全国第11届模糊数学年会在厦门集美大学召开,我们为组织该丛书的出版广泛征求了意见,得到了广大与会者的大力支持,不少学者表示愿承担该系列丛书的撰写工作。尤其是王国俊教授、吴从炘教授、应明生教授、张文修教授、罗懋康教授、韩立岩教授等,在表示支持组织出版该丛书的同时,对该丛书的理论构架、选题定位以及一些具体操作细节上提出了许多宝贵的指导性意见。特别值得提及的是,厦门会议以后,得到了刘应明院士以及广大专家、学者的的大力支持,组成了以刘应明院士为名誉主编的本系列丛书编委会。组织这个编委会的目的一是对该丛书的指导思想、选题思路以及今后的趋势将经常听取编委们的意见;二是对本

系列丛书中拟将出版的每一本书都要由相关编委审核把关,尔后付梓,以确保丛书质量。

其二,得益于武汉大学出版社的大力支持,武汉大学出版社是被中共中央宣传部,国家新闻出版署联合授予的全国优秀出版社之一。该社以出书严谨著称,建社二十多年来,所出版的一大批专著、教材曾荣获“中国图书奖”、“国家图书奖”、“五个一工程奖”等国家级奖励。武汉大学出版社社长、总编与相关编辑对本系列丛书的出版给予了大力支持,多年来他们做了许多深入细致的工作,使这套系列丛书的第一批作品得以顺利出版。

在此我代表本系列丛书的全体作者,对各位专家、学者,武汉大学出版社的领导与编辑表示由衷的感谢!真诚地希望广大专家、学者对本系列丛书提出宝贵的意见,使之日臻完善;热诚地欢迎广大专家、学者积极参与本丛书的编撰工作,使之日渐丰富。组织出版这套系列丛书本身就是一项系统工程。需要各位专家、学者以及方方面面的鼎力相助。倘若这套系列丛书能对广大读者有所裨益,能在浩瀚的书海中泛起一片闪光的涟漪,作为本系列丛书的主编,我就喜出望外了。谨此为序。

欧阳绵

2004年4月于武汉大学

前 言

自从罗特夫·扎德(Lotfi Zadeh)博士于1965年在《信息与控制》杂志上发表一篇开创性论文《模糊集合》以后,模糊集理论引起了学术界的高度关注,从此模糊集理论走过了一段长长的历程。从模糊集的提出到粗糙集的引入,从模糊逻辑的发展到软计算(soft computing)的形成,模糊集理论已遍地开花。特别是模糊逻辑技术在日本的成功应用,使得美国开始重视模糊逻辑。1989年,Frost & Sullivan 国际营销研究机构提出,鉴于模糊逻辑产业的年增长率高达20%,它将成为21世纪的全球最热门的十大技术之一。全美技术信息服务中心(NTIS)在1990年和1991年对与美国攸关的外国技术作的意见表明模糊逻辑技术对未来将有重大的影响。模糊技术越来越成为解决当今复杂问题的一种实用手段。

迄今为止,国内外关于模糊集理论及其应用的学术专著很多,但这些书要么是针对某一数学理论问题,要么是针对某一应用专题;要么过于理论作抽象描述,要么过于粗略作简单介绍。由于各自的研究目的和撰写角度不同,对模糊集理论的基础,特别是应用基础,进行综合性与系统性介绍的书还是不多。作者想借武汉大学出版社组织出版“模糊理论与工程系列丛书”之契机,向读者提供一本较为完整地介绍模糊理论基础的书。

本书系统地介绍了模糊集理论及其应用的基本原理与基本方法。全书共分十四章,内容包括模糊集理论的三个基本概念——模糊集合(第一章)、模糊关系(第三、七章)、模糊隶属函数(第一、八章);模糊集理论的三大基本原理——分解定理、表现定理和扩张原理(第二章);模糊集理论的三个基本应用——模糊聚类分析(第四章)、模糊模式识别(第五章)和模糊综合评判(第六章);模糊集理论的三大热门专题——模糊决策理论(第九、十四章)、模糊逻辑系统(第十、十一章)、模糊测度理论(第十二、十三章)。

本书具有以下特点:

第一,重基础。对Fuzzy集理论的基础问题,特别是应用基础,进行了重点介绍。

第二,重方法。对于某些关键问题给出多种算法,并给出程序化步骤,便于工程应用人员上机实现。

第三,重拓展。给出了 Fuzzy 集和 Fuzzy 算子的各种推广形式,为多种模型的选择提供了理论基础。三角模算子与区间值穿插全书,关于 Fuzzy 值与格值的推广也作了介绍。

第四,重实用。书中重要概念附有英文对照,便于读者对相关英文文献的检索;书中某些定义、定理和例子等都标明出处,便于读者查寻其背景与详细内容;书中不同章节里再次出现的概念和方法也注明出处,便于读者选择阅读;每章后附有小节,便于读者对最新研究成果的追踪;书后附有符号说明和名称索引便于读者阅读方便;书后的参考文献以字典序排列便于读者对文献的查阅。

本书得到包括刘应明院士在内的模糊理论与工程系列丛书编委会所有成员和包括应明生教授在内的中国系统工程学会模糊数学与模糊系统专业委员会诸委员的热诚支持,给作者以极大的鼓舞。武汉大学数学与统计学院的亲切关怀,给作者以极大的鞭策。武汉大学出版社的无私帮助,给作者以莫大的安慰。丰富的文献与专著的引入,使本书生辉。在此一并致谢。

倘若该书能对那些对模糊集感到神秘而又无从下手的探索者、想从事模糊集应用研究而又苦于理论贫乏的求知者有所帮助,作者就感到由衷地欣慰了。由于作者才疏学浅,错误与纰漏在所难免,诚望广大读者批评斧正。

胡宝清

2004 年 5 月于武汉珞珈山

目 录

第一章 Fuzzy 集合及其运算	1
§ 1.1 Fuzzy 集的定义与表示法	1
§ 1.2 Fuzzy 集的基本运算与性质	5
§ 1.3 Fuzzy 集的其他运算	10
§ 1.4 Fuzzy 性的度量	29
§ 1.5 Fuzzy 集的推广	42
第二章 分解定理、表现定理与扩张原理	51
§ 2.1 Fuzzy 集的截集	51
§ 2.2 分解定理	56
§ 2.3 表现定理	59
§ 2.4 扩张原理	66
§ 2.5 Fuzzy 数及其扩张运算	76
§ 2.6 区间数及其运算	88
§ 2.7 Fuzzy 数的表现定理	94
§ 2.8 Fuzzy 集的模扩张运算	96
§ 2.9 分布数的扩张运算	100
第三章 Fuzzy 关系、Fuzzy 矩阵与 Fuzzy 图	103
§ 3.1 Fuzzy 关系的定义与性质	103
§ 3.2 Fuzzy 关系的复合	107
§ 3.3 Fuzzy 矩阵的概念及其运算	116
§ 3.4 Fuzzy 关系的自反性	118
§ 3.5 Fuzzy 关系的对称性	121
§ 3.6 Fuzzy 关系的传递性	123
§ 3.7 Fuzzy 等价关系与 Fuzzy 相似关系	129

§ 3.8 Fuzzy 偏序关系	131
§ 3.9 区间值与格值 Fuzzy 关系	136
§ 3.10 Fuzzy 图	139
第四章 Fuzzy 聚类分析	148
§ 4.1 基于 Fuzzy 等价关系的 Fuzzy 聚类分析	148
§ 4.2 最优 Fuzzy 聚类	161
§ 4.3 基于 Fuzzy 划分的 Fuzzy 聚类分析	162
§ 4.4 基于保序 Fuzzy 划分的 Fuzzy 聚类分析	169
§ 4.5 基于 Fuzzy 预序关系的 Fuzzy 聚类分析	175
第五章 Fuzzy 模式识别	179
§ 5.1 Fuzzy 模式识别的基本原则	179
§ 5.2 几何图形识别	183
§ 5.3 方格矩阵法	186
§ 5.4 Fuzzy 方位转换技术	192
§ 5.5 Fuzzy 聚类分析与 Fuzzy 模式识别	194
第六章 Fuzzy 综合评判	198
§ 6.1 Fuzzy 映射	198
§ 6.2 Fuzzy 变换	199
§ 6.3 Fuzzy 综合评判模型	202
§ 6.4 基于 Fuzzy 数的 Fuzzy 综合评判	210
§ 6.5 多层次综合评判	218
第七章 Fuzzy 关系方程与广义逆	223
§ 7.1 Fuzzy 关系方程的性质	223
§ 7.2 区间值与格值 Fuzzy 关系方程的性质	225
§ 7.3 最大-最小型 Fuzzy 关系方程	228
§ 7.4 最大-乘积型 Fuzzy 关系方程	248
§ 7.5 Fuzzy 关系不等式	253
§ 7.6 变次 Fuzzy 相似关系方程	259
§ 7.7 Fuzzy 矩阵的广义逆	263

第八章 隶属函数与 Fuzzy 统计	271
§ 8.1 确定隶属函数的思路	271
§ 8.2 Fuzzy 统计	272
§ 8.3 二元对比排序	279
§ 8.4 集值统计	289
§ 8.5 其他方法	291
§ 8.6 Fuzzy 分布	293
第九章 Fuzzy 规划与优化	301
§ 9.1 Fuzzy 环境下的条件极值	301
§ 9.2 对称型 Fuzzy 规划	306
§ 9.3 非对称型 Fuzzy 规划	312
§ 9.4 Fuzzy 线性规划	313
§ 9.5 多目标 Fuzzy 规划	319
§ 9.6 区间目标线性规划	324
§ 9.7 Fuzzy 目标线性规划	330
§ 9.8 Fuzzy 动态规划	333
§ 9.9 Fuzzy 关系不等式约束下的格化线性规划	337
第十章 Fuzzy 语言与 Fuzzy 逻辑	340
§ 10.1 Fuzzy 变量	340
§ 10.2 语言变量	343
§ 10.3 Fuzzy 词与 Fuzzy 算子	346
§ 10.4 Fuzzy 语言的文法	354
§ 10.5 Fuzzy 命题与 Fuzzy 逻辑公式	356
§ 10.6 Fuzzy 逻辑公式的化简	362
§ 10.7 语言值逻辑	373
第十一章 Fuzzy 推理与 Fuzzy 控制	376
§ 11.1 Fuzzy 判断句及其逻辑演算	376
§ 11.2 Fuzzy 推理句	377
§ 11.3 不同变元的 Fuzzy 推理句	379

§ 11.4	似然推理·····	383
§ 11.5	Fuzzy 条件语句 ·····	385
§ 11.6	多重 Fuzzy 条件语句 ·····	388
§ 11.7	Fuzzy 控制原理 ·····	390
第十二章	Fuzzy 测度与 Fuzzy 积分 ·····	395
§ 12.1	Fuzzy 测度 ·····	395
§ 12.2	几种特殊的 Fuzzy 测度 ·····	397
§ 12.3	Fuzzy 积分 ·····	407
§ 12.4	Fuzzy 集的 Fuzzy 测度与 Fuzzy 积分 ·····	420
§ 12.5	区间值与 Fuzzy 值 Fuzzy 测度及其 Fuzzy 积分 ·····	428
第十三章	可能性分布与 Fuzzy 概率 ·····	434
§ 13.1	可能性分布·····	434
§ 13.2	多元可能性分布·····	437
§ 13.3	Fuzzy 事件的概率 ·····	441
§ 13.4	事件的 Fuzzy 概率·····	449
§ 13.5	Fuzzy 事件的语言概率 ·····	455
第十四章	Fuzzy 预测与决策 ·····	457
§ 14.1	Fuzzy 时间序列分析 ·····	457
§ 14.2	Fuzzy 回归预测 ·····	464
§ 14.3	因素空间与 Fuzzy 决策 ·····	469
§ 14.4	变权分析与多因素 Fuzzy 决策 ·····	474
附录 I	符号说明 ·····	484
附录 II	名称索引 ·····	486
参考文献	·····	491

第一章 Fuzzy 集合及其运算

19 世纪末,德国数学家 G. Cantor 首创集合论,并迅速渗透到各个数学分支,对于数学基础的奠定有着重大贡献. 1965 年美国计算机与控制论专家 L. A. Zadeh 第一次提出了 Fuzzy 集概念,对 Cantor 集合理论作了有益的推广,受到广泛重视,迄今已形成一个较为完善的数学分支,且在很多领域中获得了卓有成效的应用,特别是以模糊推理为核心的人工智能技术,在许多领域取得了明显的成果和经济效益. 本章介绍 Fuzzy 集的定义与运算、Fuzzy 性的度量和 Fuzzy 集的各种推广.

§ 1.1 Fuzzy 集的定义与表示法

对于一个经典集合 A ,空间中任一元素 x ,要么 $x \in A$,要么 $x \notin A$,二者必居其一. 这一特征可用一个函数表示为

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

$\chi_A(x)$ 即为集合 A 的特征函数. 将特征函数推广到 Fuzzy 集,在经典集合中只取 0,1 两值推广到 Fuzzy 集中为区间 $[0,1]$.

定义 1.1.1 设 $\tilde{A}$ 是论域 X 到 $[0,1]$ 的一个映射,即

$$\tilde{A}: X \rightarrow [0,1], x \mapsto \tilde{A}(x)$$

称 $\tilde{A}$ 是 X 上的 Fuzzy 集, $\tilde{A}(x)$ 称为 Fuzzy 集 $\tilde{A}$ 的隶属函数 (membership function) (或称为 x 对 Fuzzy 集 $\tilde{A}$ 的隶属度 (grade of membership)).

例 1.1.1 如给 5 个同学 x_1, x_2, x_3, x_4 和 x_5 的性格稳重程度打分,按百分制给分,再除以 100,这样给定了一个从论域 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ 到闭区间 $[0,1]$ 的映射 $\tilde{A}$.

$$x_1: 85 \text{ 分, 即 } \tilde{A}(x_1) = 0.85$$

$$x_2: 75 \text{ 分, } \tilde{A}(x_2) = 0.75$$

$$x_3: 98 \text{ 分, } \tilde{A}(x_3) = 0.98$$

$$x_4: 30 \text{ 分}, \quad \tilde{A}(x_4) = 0.30$$

$$x_5: 60 \text{ 分}, \quad \tilde{A}(x_5) = 0.60$$

这样确定出一个 Fuzzy 集 $\tilde{A}$. □

例 1.1.2 设论域 $X = [0, 100]$, Fuzzy 集 $\tilde{A}$ 表示“年老”, $\tilde{B}$ 表示“年轻”. Zadeh 给出 $\tilde{A}, \tilde{B}$ 的隶属函数分别为

$$\tilde{A}(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 50 \\ \left[1 + \left(\frac{x-50}{5} \right)^{-2} \right]^{-1}, & 50 < x \leq 100 \end{cases}$$

$$\tilde{B}(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 25 \\ \left[1 + \left(\frac{x-25}{5} \right)^2 \right]^{-1}, & 25 < x \leq 100 \end{cases}$$

相应的曲线如图 1.1.1 所示.

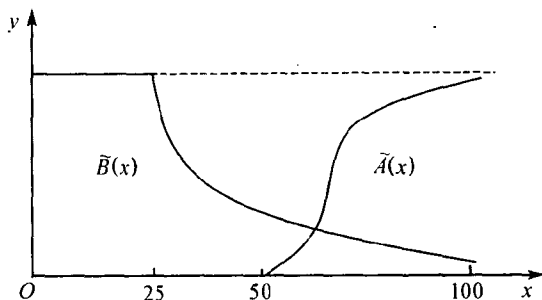


图 1.1.1 “年老”、“年轻”的隶属函数曲线

$\tilde{A}(70) \approx 0.94$, 即“70 岁”属于“年老”的程度为 0.94. 又易知 $\tilde{A}(60) = 0.8$, $\tilde{B}(60) = 0.02$, 故可认为“60 岁”是“较老的”. □

例 1.1.3 设论域 $X = (0, 2.00]$, 用 $\tilde{A}$ 表示“高个子男人”的集, 并认为身高 1.80m 以上的男人必为高个, 而 1.60m 以下的男人都不是高个. 用 x 表示某男人的身高, 并给出 $\tilde{A}$ 的隶属函数如下

$$\tilde{A}(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < 1.60 \\ 2 \left(\frac{x-1.60}{0.2} \right)^2, & 1.60 \leq x < 1.70 \\ 1 - 2 \left(\frac{x-1.80}{0.2} \right)^2, & 1.70 \leq x < 1.80 \\ 1, & 1.80 \leq x \leq 2.00 \end{cases}$$

取 x 分别等于 1.65, 1.70, 1.75, 则 $\tilde{A}(x)$ 分别等于 0.125, 0.50, 0.875, 即身高 1.65m, 1.70m, 1.75m 的男人, 分别以 0.125, 0.50, 0.875 的程度属于高个子男人。 $\tilde{A}$ 是“高个子男人”对应的 Fuzzy 集, 其相应的曲线如图 1.1.2 所示。

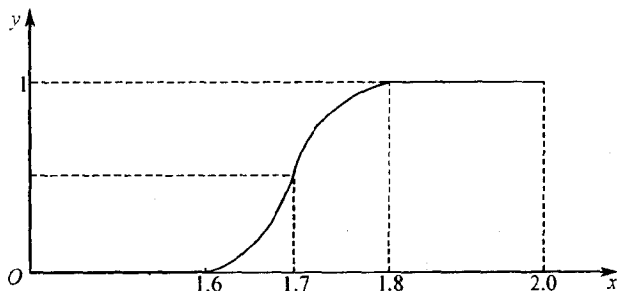


图 1.1.2 “高个子男人”的隶属函数曲线：

X 上的全体 Fuzzy 集所构成的集合记为 $\mathcal{F}(X)$. 如果 $\tilde{A} \in \mathcal{F}(X)$, 且 $\tilde{A}: X \rightarrow \{0, 1\}$, 则 $\tilde{A}$ 为经典集, 即 $\tilde{A} \in \mathcal{P}(X)$, 从而经典集也可视为 Fuzzy 集的特例. 也就是说, 经典集 A 与特征函数 $\chi_A(x)$ 分别是 Fuzzy 集与隶属函数的特例. 反之, Fuzzy 集 $\tilde{A}$ 与隶属函数 $\tilde{A}(x)$ 是经典集与特征函数的推广.

为了书写方便起见, 在不混淆的情况下, 后面将不加说明地省去 Fuzzy 集 $\tilde{A}$ 上面的“ $\sim$ ”而简写成 A .

对于 Fuzzy 集合, 有下列不同表示方法:

1. Fuzzy 集可表述为

$$A = \{(x, A(x)) | x \in X\}$$

称这种表示法为序对表示法.

例 1.1.4 (1) A = “比 10 大得多的数”(如图 1.1.3 所示)

$$A = \{(x, A(x)) | x \in \mathbb{R}\}$$

其中

$$A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 10 \\ (1 + (x - 10)^{-2})^{-1}, & x > 10 \end{cases}$$

(2) B = “接近 10 的数”(如图 1.1.3 所示)

$$B = \{(x, B(x)) | B(x) = (1 + (x - 10)^2)^{-1}, x \in \mathbb{R}\}.$$