

神奇的能力：与生俱来还是后天习得？

数学脑

天生我才 $1+1=?$

〔英〕布赖恩·巴特沃思(Brian Butterworth) 著

吴 辉 译



The Mathematical Brain

中国出版集团
东方出版中心

神奇的能力

华北水利水电学院图书馆



207172824

是后

B842.1

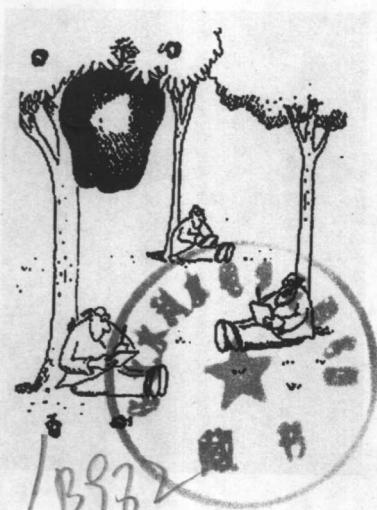
B982

数学脑

天生我才 $1+1=?$

[英] 布赖恩·巴特沃思(Brian Butterworth) 著

吴 辉 译



B842.1/B982

The Mathematical Brain

中国出版集团

207172824

图书在版编目 (CIP) 数据

数学脑/(英)巴特沃思(Batterworth, B.)著;吴辉
译.—上海:东方出版中心,2004.5

书名原文: The Mathematical Brain

ISBN 7-80186-191-4

I. 数... II. ①巴... ②吴... III. ①脑科学-普及
读物②数字-认知科学-普及读物 IV. ①R338.2-49
②B842.1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 041751 号

Copyright: 1999 by BRIAN BUTTERWORTH

This Edition Arranged With CURTIS BROWN - U. K.

Through Big Apple Tuttle - Mori Agency, Inc.

Simplified Chinese Edition Copyright:

200X ORIENT PUBLISHING CENTER

All Rights Reserved.

中文版权©2004 东方出版中心

经授权, 东方出版中心拥有本书的中文(简体)版权

登记号: 09-2001-515

数学脑

出版发行: 东方出版中心

地址: 上海市仙霞路 335 号

电话: 62417400

邮政编码: 200336

经销: 新华书店上海发行所

印刷: 上海望新印刷厂

开本: 850 × 1168 毫米 1/32

字数: 290 千

印张: 12.25

印数: 1—6000

版次: 2004 年 5 月第 1 版第 1 次印刷

ISBN 7-80186-191-4

定价: 22.00 元

版权所有, 侵权必究。

献给会计数的艾米、安娜和黛

前 言

我不是一个数学家,事实上,我的数学和算术学得还并不太好。但和其他人一样,我每天都得和数字打交道。数字甚至还会侵入我的梦乡和幻想、希望与忧愁。或许正是因为我们在睡梦中看待这个世界时都拿不下这副数字眼镜,所以我们很难意识到数字对我们有多么重要。我就拿我现在正在看的今天早上报纸的头版来举个例子吧,我想它应该是具有代表性的。

这份报纸售价 45 便士,发行于 1998 年 6 月 12 日;体育新闻在第 28 页;财政大臣将出售价值 120 亿英镑的国有资产,一年 40 个亿,地方政府预计将筹集 27.5 亿英镑,公务员工资将增长 2.25%,政府投资下降了 0.8% 个 GDP,到 2002 年基础设施的净投资额将达到 140 亿英镑,政府支出将上升 2.75%,政府将通过出售未动用资产每年筹集 10 亿英镑,评论栏目在第 19 页,金融分析在第 21 页;凯瑟琳·库克逊(Catherine Cookson)在过 92 岁生日前 13 天去世,终年 91 岁,她共写了 85 本畅销书,从 1950 年算起平均每年 2 本,这些书的总销量达到了 1 亿册,为她赢得了 1,400 万英镑的收入,使她在英国女富人榜上排第 17 位,她的丈夫汤姆(Tom)现年 87 岁,她曾在 1996 年向一个慈善团体捐赠了 100,000 英镑,她的邻居格特鲁德·罗伯茨(Gertrude Roberts)现年 78 岁,库克逊的讣告刊登在第 20 页,作家哈蒙德·英尼斯(Hammond Innes)逝世的消息刊登在第 4 页;18 岁的斯蒂芬·劳伦斯(Stephen Lawrence)于 1993 年被谋杀,他的母亲现年 45 岁,有 5 个人被法庭传唤提供证据,他们的年龄分别是 21、22、21、20 和 22 岁;9

月底前,大东电报局(Cable & Wireless)星期六的电话费最多不超过 50 便士,欲知详情,请致电 0800 056 8182;第 3 页报道了一起恐怖的种族谋杀案件;报纸的其他内容包括第 5、15、17、18、20、23、24 和 29 页的国内新闻以及第 31 页的广播节目表,这份报纸的条形码是 9770261307354。

报纸中有一页有 51 个不同的数字,我在吃早饭时花了近 5 分钟的时间才把它看完。这就是我非常喜好的体育版,上面有世界杯结果和板球比赛的分数——这可是一大堆的数字。因此,在翻阅这份报纸的半个小时的时间里面,我可能看到了 300 个左右的视觉数字。而同时由于我还在听着第 4 电台,93.5 千赫,因此还有其他一些数字进入了我的耳朵,其中有一些也引起了我的注意(而那些没有引起我注意的数字也并非就没有得到处理)。我还得检查我手表上的数字——10 点钟——以确保我还来得及给我的女儿安娜(Anna)做咸肉片——我答应给她做 3 片。在我读书、烧饭时,厨房橱柜上挂着的两个电子钟又走了 35 分钟。安娜的姐姐艾米(Amy)的学校组织外出旅游,需要 70 英镑。当我送安娜去学校时,我们路过了 73 幢房子,每幢房子都有一个数字的门牌号码,我们还看到很多小汽车,每辆小汽车都有一个数字车牌。当然,在工作中还会碰到更多的数字。

粗略估计一下,我想我每小时会处理约 1,000 个数字,每天(睡觉时间除外)会处理约 16,000 个数字,而一年则会处理近 600 万个数字。那些在超市、银行、博彩点、学校和交易所工作的、需要整天与数字打交道的人则会处理更多的数字。

在这些数字后面还有由其他数字构成的庞大体系。现在时间的设定是基于一天 24 小时、1,440 分钟。今天日期的设定是基于从公元 1 年 1 月 1 日开始过去的天数;人死时的年龄就取决于这个数字体系。财政大臣的数据是基于其他公共账目和经济增长数据,而这一些数据则又是来自许许多多政府机构、私营企业和个人

的日常、每周和月度交易,这其中包括了库克逊女士、她的出版商、印刷厂、会计和公关公司的交易。

数字各不相同。在报纸的首页既有整数,也有小数。有表示集合中物体数目的数字;有像5个人这样真实、具体的事物,也有像91年这样抽象的事物,此外还有些潜在的具体事物,如50便士、100,000英镑或是14,000,000,000英镑。有些数字只用于给序列中的事物排序,譬如库克逊的第92个生日、6月份的第12天和第15页。有些数字的数值和次序都没有意义:电话号码和条形码,它们只不过是一种数字标签。

刚开始时,我并没有关注数字对于我们的重要性,直到有一天,作为神经心理学家的我碰到了一些不会使用数字的病人。其中最值得一提的是一位意大利的旅店经理,她一直是旅店的会计,可是有一天当她得了中风以后,她就完全看不懂、听不懂4以上的数字了。这样一来,她就无法上街购物、打电话以及做其他许多她以前能够轻松完成的事情了。

后来,我又碰到一位聪明、有学位和专业职称的年轻人。他甚至还擅于统计工作,但前提是要能借助于计算机。可是他却无法像常人那样做一些极其简单的数字问题。他的算术非常糟糕,而且情况还远比这复杂。我们中的大多数人在事物个数不超过5个的情况之下,不需要计数就能一眼看出事物的个数。但这个年轻人却连两个事物都需要数一下!这就不是他接受的教育的问题了——这完全属于另一种性质的问题了。

在20世纪80年代,一些学术期刊上刊登了有关不会计数的新生儿能够完成这个年轻人所不能完成的任务——一眼看出事物的数目——的实验报道。于是,我就在我们刚出生4个星期的女儿身上进行了其中的一个实验。我们让她坐在一个原先用来运尿布的大硬纸箱里看一个深绿色电脑屏幕上出现1、2、3或4个浅绿色的长方形图案,然后图案再消失。我们以她吮吸一个橡胶奶

头的频率来判断她对看到的东西的反应,这个奶头连接在一个与电脑相连的压力传感器上。她吮吸的越多,则说明她越感兴趣。实验结果非常理想,不过到了最后,我们的实验对象决定罢工,再也不肯吮吸奶头了。而且自此以后,我们家的这个女儿再也不愿做没有意义的事情了。

当时我就在想(不过还没有认真考虑)既然人生来就具有识别出看到的事物的数目的能力,那么在这方面也就一定存在着出现先天性缺陷的可能性,而这种缺陷会导致这种能力无法得以正常发育。当时我还在想在数字方面是否也存在着类似于先天性色盲这样的缺陷呢?又过了10年,我开始考虑像这个年轻人这样连两个物体都需要数一遍的病患者的病因是否即在于此呢?后来我就按照这样的思路开始设想人类的基因组中是否含有在大脑中建立专门负责数字的回路的指令呢?而这样的回路是专为该目的而建立,还是为其他目的而建立然后因处理数字的需要而被占用的呢?

彩色视觉是普遍存在的。除了那些具有特别基因异常疾病的患者以外,每个人看到的都是彩色的世界。那么除了那些具有异常基因的患者以外,是否每个人也都以数字来看和思考这个世界呢?如果数字思维需要学习的话,那么就应该存在由于没接受过教育因而不能以数字思考的人。

生活在这个科技和贸易非常发达的社会之中的我们必须会会使用数字,数字能力已成为我们教育体系中的一个关键组成部分。但是那些“石器时代”的、没有什么技术和贸易可言的社会又会是怎样一种情况呢?它们是否也使用数字呢?它们是否也计数呢?数字能力是否普遍存在呢?

要找到这些问题的答案并不像它们看起来那么容易。举个例子。要确定一种文化是否使用数字,有一种方法就是看一下它是否拥有数字的符号表示,这种符号表示可以是书面的也可以是口头的。英语有表示数字的专门词语,还有一个使我们能够读出任

意大小数字的句法。可是澳大利亚的大多数土著语言则只有表示“一”、“二”和“很多”的词语。这些语言的使用者——尤其是那些生活在中部沙漠(Central Desert)的仍以狩猎和采集为生的土著居民——很少进行贸易,而他们的技术,尽管非常适应他们的生活方式,却仅限于制造如飞去来器、树皮做的盾牌和容器之类的工具。如果要寻找不使用数字,不以数字思考世界的人的话,那他们就是最好的人选。但问题是怎样辨别呢?现在的土著居民都接触到了西方的金钱文化和英语的数词和书面数字,这就使得我们的问题成为了一个过去式的问题:在接触西方文化和英语以前,他们是否在使用数字呢?如果他们没有使用的话,那么这对认为专门数字能力普遍存在的观点就是一个打击。

有些人对这种做法持反对意见,他们认为就是在同一个社会当中,每个人的数字能力也是不一样的,有些人非常优秀,而另外一些人则非常害怕和讨厌数字。当然,如果我们的大脑生来就具有类似的数字回路的话,那么我们的能力应该是相差无几的,这就如同我们绝大多数人生来即具有类似的辨色和语言能力(人们认为它们也由专门基因所决定,不过是何基因则尚未被发现)一样。不过,苛求每个人都具有相同的数字能力可能就像要求每个人对穿衣和装潢房子具有相同的颜色搭配品位,和要求每个人在遣词造句方面都能写出精美的文章和诗歌一样是不现实的。也许一些基本能力的确是先天的和普遍存在的,而经验和受教育程度则决定了成人在表现上会存在差异。

顺着这种思路下去,我就开始思考究竟哪些能力属于基本能力呢?由于婴儿从未受过教育,因此在我看来,从他们所具有的能力开始研究应该是一种不错的选择。那么,婴儿是怎么思考这个世界的呢?他们是否也像以颜色来看待这个世界一样用事物的个数来看待它的呢?此外还有另一种方法,这就是找出哪些数字概念是自然和容易掌握的。譬如,我在我的孩子身上发现“真分数”

($1/2$ 、 $3/4$ 、 $7/8$)学起来比较容易,而“假分数”(3/2、5/4、8/7)学起来则比较困难。大多数人都觉得概率学起来晦涩难懂。微积分是否可以变得容易些呢?有些概念之所以自然而容易,是因为它们是生来即有的,还是因为我们学习它们的时间比较早、对它们的掌握比较好呢?

对于数学学习,很多人都心存焦虑。儿童学不好,会觉得沮丧,他们的父母也一样。政府则会担心他们的国民有没有足够的素质立足于这个科技高度发达,即非常数字化的世界之中。如果一个教育体系能够更多地将数学教学建立在我们生来即有的数学工具箱的基础之上的话,那么这是否会有助于我们更好地理解数学概念呢?

正是这些问题促成我写下了这本书,并把我带入很多我原先一无所知的世界:对岩石表面的热致发光计龄法(thermoluminescent dating)和威尼斯特别的房屋编号方式,澳大利亚土著居民的符号语言和新几内亚人的身体部位计数法,埃塞俄比亚人的耕田方式和古代印度河流域的诗歌,数词的起源和圣徒比德(Venerable Bede)的手指数体体系。此外,它们也使我不得不重新审视我原先对数字和大脑的理解。

在写作过程中,我从很多人那里获得了无私的帮助。许多我并不认识的专家都乐于在百忙之中抽出时间来回答我的很多无知,有时甚至是愚蠢的问题。这些专家包括让·克洛特斯(Jean Clottes)、戈登·康威(Gordon Conway)、约瑟芬·弗拉德(Josephine Flood)、莱斯·希亚特(Les Hiatt)、里斯·琼斯(Rhys Jones)、德博拉·霍华德(Deborah Howard)、亚历山大·马斯哈克(Alexander Marshack)、凯伦·麦克可蒙(Karen McComb)、伯特·罗伯茨(Bert Roberts)、罗伯特·希勒(Robert Sharer)、斯蒂芬·谢南(Stephen Shennan)和大卫·威尔金斯(David Wilkins)。

在写作的几年中,我还就大脑处理数字的方式与很多非常出

色的科学家进行过密切合作,从中我受益良多,他们是:鲍勃·奥德莱(Bob Audley)、莉萨·西波洛蒂(Lisa Cipolotti)、玛格丽特·迪莱泽(Margarete Delazer)、佛朗哥·丹尼斯(Franco Denes)、马库斯·贾昆托(Marcus Giaquinto)、卢伊萨·吉雷利(Luisa Girelli)、乔恩克希尔(Jonckheere)、卡洛·西门泽(Carlo Semenza)、伊丽莎白·沃灵顿(Elizabeth Warrington)和马可·佐齐(Marco Zorzi)。本书还得到了欧盟委员会和维康基金会(Wellcome Trust)的慷慨支持。

我还从与下面这些人士的交谈讨论中获得了很大帮助:马克·阿什克拉夫特(Mark Ashcraft)、彼得·布赖恩特(Peter Bryant)、加米·坎贝尔(Jamie Campbell)、玛瑞丽娜·卡佩莱蒂(Marinella Cappelletti)、阿方索·卡拉马泽(Alfonso Caramazza)、洛朗·科恩(Laurent Cohen)、理查德·寇文(Richard Cowan)、斯坦尼斯拉斯·德黑尼(Stanislas Dehaene)、安·道克(Ann Dowker)、凯伦·富森(Karen Fuson)、兰迪·加里斯特尔(Randy Gallistel)、罗谢尔·戈尔曼(Rochel Gelman)、亚里西亚·格拉纳(Alessia Grana)、帕特里克·哈格德(Patrick Haggard)、托姆·海德(Thom Heyd)、乔-安妮·勒菲弗(Jo - Anne LeFevre)、朱塞佩·朗戈(Giuseppe Longo)、丹妮拉·卢坎格利(Daniela Lucangeli)、乔治·曼德勒(George Mandler)、费伦斯·马顿(Ference Marton)、迈克尔·麦克洛斯基(Michael McCloskey)、玛丽-帕斯卡勒·诺埃尔(Marie - Pascale Noel)、特里津哈·鲁尼斯(Terezinha Nunes)、莫罗·佩森提(Mauro Pesenti)、玛纽埃拉·皮亚萨(Manuela Piazza)、劳伦·雷斯尼克(Lauren Resnick)、索尼娅·夏玛(Sonia Sciamma)、泽维尔·塞朗(Xavier Seron)、蒂姆·夏利斯(Tim Shallice)、大卫·斯库思(David Skuse)、法拉内·瓦加-卡德姆(Faraneh Varga - Khadem)、约翰·韦伦(John Whalen)、凯伦·韦恩(Karen Wynn)和已故的尼尔·奥康纳(Neil O' Connor)。有些交谈是在

一次名为“数字和简单算术的概念”(The Concept of Number and Simple Arithmetic)的研讨会上进行的,该研讨会是由蒂姆·夏利斯组织的。肖恩·霍金斯(Sean Hawkins)和马丁·希尔(Martin Hill)为我提供了很多宝贵的资料。我在学术期刊《数学认知》(Mathematical Cognition)中担任的编辑一职使我得以知晓该领域的最新进展情况,该期刊由心理学出版社(Psychology Press)发行。

哲学家马库斯·贾昆托(Marcus Giaquinto)给了我很多启发,而且他还审读了本书的所有章节,并提供了很多深刻而有益的建议。设计师和电影制作人斯托姆·索格森(Storm Thorgerson)和我一起将书中的有些内容作了调整以供其他形式媒体使用,以确保这些内容既容易理解又引人入胜。我的女儿艾米和安娜也给了我很多启发,这不仅仅是由于她们常常在不经意间为我提供了儿童是怎样构建数字概念的数据,而且她们还主动提供了对自己心理过程的分析。我的伴侣黛安娜·劳里劳德(Diana Laurillard)在如此多的方面作出了如此大的贡献,以至我现在无法区分出哪些功劳该属于她,除了相反的情况:错误的内容与她无关。

莉萨·西波洛蒂、玛格丽特·迪莱泽和诺拉·弗里德里克森(Norah Frederickson)仔细阅读了部分章节。我在麦克米伦(Macmillan)出版社的原来的编辑克莱尔·亚历山大(Clare Alexander)负责本书的出版,并就前两章提供了颇有见地的建议。麦克米伦的乔治娜·莫莉(Georgina Morley)和迈克尔·罗杰斯(Michael Rodgers)博士就文字的很多方面提供了详尽的建议。我在美国的出版社——自由出版社(Free Press)的斯蒂芬·莫罗(Stephen Morrow)就整本书的结构提供了重要建议以及其他很多帮助。约翰·伍德罗夫(John Woodruff)认真编辑了本书。

如果没有我的代理人彼得·鲁宾逊(Peter Robinson)的努力的话,可能这一切都不可能成为现实,正是他对人们愿意读一本题目中含有“数学”一词的书的坚定信念使我和我的出版商相信写

这本书是可行的。

写这本书对于我而言,是一次对形成我们世界观的思想进行历史学、人类学、心理学和神经科学方面探索的神奇之旅。我希望你们也能获得同样的感受。

布赖恩·巴特沃思(Brian Butterworth)

1998年10月

目 录

前 言	1
第一章 数字思维	1
第二章 人人会计数	21
第三章 天生会计数	101
第四章 大脑中的数字	155
第五章 手、空间 and 大脑	206
第六章 孰大孰小	238
第七章 孰优孰劣	258
第八章 家里、街头和学校的数学	304
第九章 困难和容易的数字	340



第一章 数字思维

要理解这本巨著、这个宇宙……,就必须首先学会理解语言和构成语言的字母,而它是用数学写成的。——伽利略

第一节 数字的世界

我们之所以能由穴居的石制工具的使用者进化为伟大城市和现代科学的创造者,最重要的一点就是我们有使用数字的能力,同时这也是最不为我们所知的能力。对数字的传统研究往往局限于它在科学发展中所起的作用。但其实数字几乎影响到我们人类生活的所有方面。从有历史记录之时起我们就在使用数字,而这一历史甚至还可以上溯到远古时代。本书旨在解释为什么我们都用数字概念来思考世界。

现在,我们天天使用数字。我们用数字计数、计时、统计、赌博和买卖商品。甚至易货贸易也需要数字:如果你给我2头猪,我就给你6把匕首。我们还用数字来排列比赛次序、标识地址(门牌号码和邮编)和阅卷打分。血压、温度和智商都被赋予数值。汽车和它的引擎、电视台和电话线都有数字标号。商店中的商品有条形码。人们有社会保障号码、银行账户号码和护照号码。你的身高、体重和年龄也都以数字表示。

数字的重要性不仅限于它显而易见的实用功能,而且还表现在它是如何影响到我们对世界的思考。它是我们建立科学理论的语言。正如爱因斯坦所说,数字“和宇宙同等重要”;没有它,我们

无法进行测算,从而也就无法获得支撑我们理论的关键证据。“如果你无法进行测算……那么你的知识就是贫乏和欠缺的”,19世纪的伟大科学家凯尔文勋爵(Lord Kelvin)如此说过。并非巧合的是,他发明了用来测量绝对温度的计量方法。

为了明白数字的重要性,我们只需试着想象一下如果没有它,世界会变成怎样。世界上将没有钱,没有计数,没有所得税。没有数字,贸易也将仅限于面对面的易货交易。我能够看到你打算用来交换的猪,而你也可以看到我的匕首,可交易一旦隔了距离,就会变得非常困难:我该怎样表述我愿意和你交换猪的我的匕首的数目,和我愿意接受的用来交换我的匕首的你的猪的数目?

没有数字,就不会有我们所熟悉的体育运动,譬如足球、棒球和网球,因为它们都需要用数字来确定一边有几名队员和进行记分。很多体育项目大量使用数字记录——田径是个很好的例子。要想参加奥运会就必须超越某个数字确定的标准。这个传统可以追溯到奥林匹克运动诞生之际,“奥林匹克运动会”(Olympiad)一词本来就代表了一个确定的年数,即四年的周期。有些比赛项目的数字记录保留至今。据记载,克罗托内(Croton)镇的法伊路斯(Phayllus)跳出了55英尺(16.8米)的成绩,这一数字可能使你怀疑希腊人的测算能力。有些现代比赛项目,譬如七项全能运动(heptathlon),则是以运动员参加的比赛项目数来命名的。

没有数字,我们将无法建立物理学的基本理论,譬如开普勒行星运动定律、牛顿运动定律、或是爱因斯坦的 $E = mc^2$ 。而如果没有按数字排序的化学元素周期表,将对化学家们大大不利。对人类自身的研究也往往需要依靠数字来量化心理特点,譬如智力、读书年龄或是内向程度。

知觉基本定律是人类学研究中使用数字的又一个很好的例子。要让人感觉到一盏本来就很亮的灯光变得更亮所需的绝对能量的增加要大于使一盏暗淡的灯光变得更亮:要让人感觉到本来

就很吵的声音变得更响所需的绝对能量的增加要大于本来就不是很响的声音。不管用不用数字,科学家们都可能会问有没有某个通行定律能估算出亮度或声音增加多少时,才能被人察觉。事实是的确存在这样一个定律,这个定律是在1834年由恩斯特·韦伯(Ernst Weber)发现的。该定律指出刚好被人察觉的亮度变化取决于能量的相对增幅,而不是绝对增加。能使人刚好察觉到变化的增幅值是多少呢?经过测算得出,能量增加1%左右时,可以使我们察觉到亮度的变化,10%左右时,可以察觉到声音的变化。如果没有数字,韦伯定律(Weber's law)就不可能产生,甚至都无法想到。

显然,数字非常有用,然而还有一个问题:如何用数字来描述和表现我们的世界呢?如果我们没有数字的话,世界上是否有某样东西会迫使我们发明数字呢?很多有用但是艰难的发明,譬如字母表、复式记账法或是电路板,一旦发明出来就立刻传遍全世界。这样,就有这样一种可能。古时候有一个爱因斯坦式的人物发明了数字,当他取得这一突破以后,其重要性很快就被周围人所发现。因而很快就被他的邻居所采纳,然后又被邻居的邻居所采纳,就这样一传十、十传百地传播了出去。这一设想暗示远离这一发明家的文化要比他身边的那些文化较晚获得数字的概念,甚至可能没有获得。字母表即是如此,有些亚马孙河畔的部落就至今尚未学会读写。

另一方面,很多其他的发明似乎要简单些,譬如植物家养、陶艺和火,它们在很多不同的地方独立发展起来。数字的概念会不会属于这样一种相对简易的发明,是由很多社会自己发展起来的呢?可即使是简单发明,也要取决于当地条件。由庄稼种植和动物驯养构成的农耕业这一发明就取决于要有适合家养、驯化的动植物。尽管贸易产生了计数的需要(如我在第二章中所述),但我们并不清楚什么使得数字的发明更难或更易。