WU NIAN ZHI
GAODENG ZHIYE JIAOYU

全国五年制高等职业教育通用教材

初等数学

主编　杜吉佩　李广全

高等教育出版社

全国五年制高等职业教育通用教材

初 等 数 学

主　编　杜吉佩　李广全

高等教育出版社

内容提要

本套教材是根据2000年教育部颁布的五年制高等职业教育“应用数学基础”课程基本要求编写的。全套教材分初等数学、高等数学、技术数学共三册出版。本书是第一册，其内容包括集合、不等式与逻辑用语、基本初等函数、数列、平面向量、解析几何与立体几何、排列、组合与二项式定理。标有“*”的内容，供不同专业选用。

本书的适用面比较宽，可以作为五年制高等职业教育教材。另外，第一册还可以作为中等职业教育教材，第二册和第三册还可以作为高中起点的三年制高等职业教育教材。

图书在版编目（CIP）数据

初等数学/杜吉佩，李广全主编. 一北京：高等教育出版社，2004.7

ISBN 7－04－014900－1

Ⅰ.初... Ⅱ.①杜... ②李... Ⅲ.初等数学一高等学校：技术学校一教材 Ⅳ.O12

中国版本图书馆CIP数据核字（2004）第047391号

策划编辑 邵 勇 责任编辑 王文颖 封面设计 李卫青 责任绘图 尹文军
版式设计 王艳红 责任校对 朱惠芳 责任印制 韩 刚

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010－64054588
社　　址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800－810－0598
邮政编码	100011	网　　址	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010－82028899		http://www.hep.com.cn
经　　销	新华书店北京发行所		
印　　刷	北京市鑫霸印务有限公司		
开　　本	787×1092　1/16	版　　次	2004年7月第1版
印　　张	23.5	印　　次	2004年7月第1次印刷
字　　数	490 000	定　　价	29.30元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有　侵权必究

全国五年制高等职业教育语文、数学课程教材编写委员会

主　任　王军伟

副主任　丘维声　倪文锦　邹德林

委　员　（以姓氏笔画为序）

王社光　王学进　白金良　朱　丹　纪　拓
刘景连　苏立康　杜吉佩　李广全　张志增
张晓献　邵　勇　常晓宝　章雪冬　董　强
谢宝善　谢海泉

数学教材编写组

主　编　杜吉佩　李广全

副主编　李茂强　郭　为

编　者　（以姓氏笔画为序）

王稳权（陕西）　叶　宁（宁夏）　杜吉佩（辽宁）
李广全（天津）　李茂强（河南）　李剑霞（天津）
郭　为（陕西）　董　强（吉林）　谢宽物（山西）
翟素娟（河北）

主　审　杨尚俊（数学）

前　言

本教材遵照教育部2000年2月颁布的五年制高等职业教育“应用数学基础”课程基本要求，根据高等职业技术特点和各专业实际需要精心编写而成。

全套教材分初等数学、高等数学、技术数学三个部分，并附有Mathematica软件操作简介。

第一册为初等数学，共分十章。主要内容包括集合与逻辑基本知识、简单不等式解法、基本初等函数、向量与复数、数列、平面解析几何和立体几何、排列、组合、二项式定理。总授课时数约需160至180学时。

第二册为高等数学，共分五章。主要内容包括极限与连续、微分学及其应用、积分学及其应用、常微分方程、级数。总授课时数约需80至100学时。

第三册为技术数学，共分五个模块。主要内容包括数学建模、线性代数初步、复变函数、积分变换、概率论与数理统计。供有关专业根据需要选学。

教材总的编写原则是注重实际应用。教材淡化数学理论推导，强化数学能力培养，突出数学模型的建立及数学工具的正确使用。

教材内容的选取以“必需、够用”为度，尽量做到有所创新。具体编排是按照由浅入深，由易到难，由具体到抽象，循序渐进的原则进行，并努力做到概念清楚，条理清晰，语言精练，便于理解和掌握。

教材在编写体例上，适应学生的年龄特征和心理特点；在知识处理上，符合学生各学段的认知规律，着重使用先进的教学手段和近代数学思想，培养学生的数学素养和综合能力；在语言表述上，力求通俗易懂，增强趣味性和可读性。

本套教材的主要特色如下：

1. **适用对象的宽泛性**　教材适用面比较宽，第一册符合中等职业学校的教学大纲的最低要求，可作为中等职业学校的教材；第二册和第三册可作为高中起点的高等职业学校的教材。

2. **数学知识的整合性**　注意与初中学段的数学内容的衔接。结合五年制高等职业教育的特点，对教学内容作如下的整合：

(1) 以向量为工具处理几何、复数等内容，并将“立体几何”和大学阶段的“向量代数”与“空间解析几何”进行整合；

(2) 将高中学段的“统计初步”与技术数学中“概率论与数理统计”内容整合为一体，这样避免了高中(中职)学段这部分内容与大学阶段这一内容的重复；

(3) 将高中(中职)阶段的“数列极限”与高等数学中的“函数极限”进行整合；

(4) 将一元函数与多元函数、一元函数微分学与多元函数微分学、一元函数积分与二重积

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

分整合为微分学、积分学，使得内容连贯，思路连续，一气呵成，且节省教学时数。

3. **教材内容的更新性**　根据信息时代的要求，适度更新了教学内容。由于计算机等技术的高速发展，离散数学的重要作用越来越被人们所认识，因此，我们将离散数学的知识渗透在教材中。例如，用映射的观点定义函数，理解函数的概念。

4. **知识运用的灵活性**　用向量作工具处理几何内容，使代数与几何、数与图形更紧密地结合。处理具体问题时，则注意灵活运用。当使用综合法比较简单时，则用综合法，不用向量法；当用综合法较繁，而用向量法较简单时，则用向量法。这样处理，既培养了学生的空间想像能力和逻辑思维能力，又可以使学生学会用较简捷的方法解决问题。

5. **教材设计的参与性**　教材的正文中灵活安排了想一想、做一做、议一议、小知识等相关内容，以利于学生主动参与教学的全过程，激发学习兴趣，培养举一反三的能力及创新精神。

6. **数学知识的应用性**　教材中对欲讨论的问题大多以生产、生活中的实例引入，展示数学应用的广泛性，使读者初步了解建立数学模型的方法，并将数学建模单列一章加以讨论，以培养学生的综合数学素质和应用能力。

7. **习题设计的系统性和科学性**　本教材对习题的设计，体现了系统性与科学性。

(1) 本套教材安排了十个数学实验。初等数学部分安排两个实验，主要以 CASIO *fx*－82*MS* 计算器为主；高等数学和技术数学两部分共安排八个数学实验，以软件包 Mathematica 4.0 为蓝本。通过系统的数学实验课的学习，使学生基本具备利用现代工具进行数学计算的能力。

(2) 本套教材每节后面都配有足够数量，为不同层次读者准备的习题。这些习题可以帮助读者检测本节的学习效果。有些题可以训练解题技巧，开拓思路；有些题则是正文内容的补充。读者演练这些习题定会有所收益。

(3) 教材每节后的第一题，均设计为简答题。通过简答题，给出读者在本节中必须掌握的内容。其目的是帮助读者理解基本概念，复习、巩固本节内容。

(4) 本套教材每章的最后一节是本章学习指导。它包括四个方面：一是以知识框图的形式，给出一章的知识要点、各节内容之间的相互联系；二是对重点和难点进行解析，疑难问题给予解惑；三是对典型例题进行详细解剖，其主要目的是帮助读者掌握本章的知识体系，掌握分析问题和解决问题的思想方法；四是安排一组检测题，这些检测题包含了本章的 80% 以上的知识点，供读者检测学习效果。

参加本套教材编写工作的有西安理工大学高等技术学院王稳权、宁夏吴忠市职业技术学院叶宁、渤海船舶职业学院杜吉佩、天津机电职业技术学院李广全、河南农业大学农业职业学院李茂强、天津工业职业技术学院李剑霞、陕西省教育科学研究所职成研究室郭为、吉林教育学院董强、山西省第二人民警察学校谢宽物、河北交通职业技术学院翟素娟。全书结构设计、统稿、定稿由杜吉佩和李广全完成。

安徽大学杨尚俊教授仔细审阅了本套教材的初稿，提出许多有价值的修改建议，在此编者表示衷心的感谢！

本套教材的编写过程中，得到辽宁、天津、吉林、河北、河南、山西、陕西、宁夏等省、市、自治区的教育行政部门及编者所在院校领导的大力支持，得到了有关专家和同行的帮助。高等教育出版社对本套教材的编写、出版给予了很大支持。高等教育出版社中职分社社长邹德

林、首席策划张东英、高级策划邵勇为本套教材的出版付出了大量的劳动。在此一并致谢！

限于编者的水平，不当之处，恳请读者提出宝贵意见。

杜吉佩

2004年3月于渤海船舶职业学院

目　录

第一章　集合、逻辑用语与不等式

先来看一个实际问题：

某一小区的居民中，订阅《老年报》的有150户，订阅《晨报》的有350户，订阅《青年报》的有100户，那么，这个小区中，共有多少户居民订阅了报纸？

如果回答，这个小区中，共有600户居民订阅了报纸，就不一定正确．因为订阅报纸的居民，有可能同时订阅两种或三种报纸．只有在每户居民只订阅一种报纸时，上面的回答才正确．

描述和解决这样的问题，就需要本章所介绍的集合的知识．本章还要介绍不等式与逻辑用语的有关知识．

集合是数学的基本概念，逻辑用语是数学的基础语言，不等式是研究和表示数或式子不等关系的基础知识．本章知识是学习数学和其他相关课程的基础和工具．

§1-1　集　　合

一、集合

我们先来看几个例子：

(1) 某学校一年级机电专业(一)班的所有学生组成的集体；

(2) 世界上，所有已经成功发射载人宇宙飞船的国家；

(3) 平面上到点 O 距离等于 3 cm 的所有的点形成的圆；

(4) 小于8的全体正整数；

(5) 大于4的全体实数．

上述例子都是由一些对象组成的整体，而这些对象又是能够被确定的．

集合 set
元素 element
自然数 natural number
整数 integer
正整数 positive integer
有理数 rational number
实数 real number

一般地，由某些确定的对象组成的一个整体就叫做**集合**(简称**集**)，集合里的每一个对象叫做这个集合的**元素**．例如，小于8的全体正整数的集合是由1，2，3，4，5，6，7这7个数组成的集合，而这7个数就是组成这个集合的元素．

含有有限个元素的集合叫做**有限集**．上面例子中，(1)，(2)和(4)都是有限集．含有无限个元素的集合叫做**无限集**．上面例子中的(3)和(5)都是无限集．

集合通常用大写的英文字母 A，B，C，…表示，元素通常用小写的英文字母 a，b，c，…表示．有时也用大写希腊字母来表示集合，相应的元素用小写希腊字母表示．

数学中几个常用的集合，用固定的大写字母来表示：

所有非负整数组成的集合叫做**非负整数集**(或**自然数集**)，记作 $\mathbf{N}$．

所有正整数组成的集合叫做**正整数集**，记作 $\mathbf{N}^*$(或 $\mathbf{N}_+$)．

所有整数组成的集合叫做**整数集**，记作 $\mathbf{Z}$．

所有有理数组成的集合叫做**有理数集**，记作 $\mathbf{Q}$．

所有实数组成的集合叫做**实数集**，记作 $\mathbf{R}$．

?

这几个常用的集合间有什么区别和联系？

非负整数 non-negative integer
空集 empty set
非空集合 nonempty set

如果 a 是集合 A 中的元素，就说元素 a 属于集合 A，记做 $a\in A$，读作“a 属于 A”；如果 a 不是集合 A 中的元素，就说元素 a 不属于集合 A，记做 $a\notin A$，读作“a 不属于 A”．例如，$3\notin\mathbf{N}$；$-3\notin\mathbf{N}$；$0\in\mathbf{N}$，$0\notin\mathbf{N}^*$；$\pi\in\mathbf{R}$．

观察由小于 -1 的自然数组成的集合．显然这个集合中不含任何元素．不含任何元素的集合叫做**空集**，记作 $\varnothing$．至少含有一个元素的集合叫做**非空集合**．

例1 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空：

(1) 5 ____ $\mathbf{Z}$； (2) 3.45 ____ $\mathbf{R}$； (3) 0 ____ $\mathbf{N}^*$； (4) $\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{Q}$．

解 (1) $5\in\mathbf{Z}$；(2) $3.45\in\mathbf{R}$； (3) $0\notin\mathbf{N}^*$； (4) $\sqrt{2}\notin\mathbf{Q}$．

二、集合的表示方法

我们知道，中国古代四大发明的集合是由指南针、造纸、活字印刷及火药四个元素组成，所以这个集合可以表示为

{指南针，造纸，活字印刷，火药}．

加上大括号的原因是因为集合是指一个整体．

一般地，把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内用来表示集合的方法叫做**列举法**．对于元素不太多的有限集合，一般经常采用这种方法来表示．

用列举法表示集合的时候，要注意以下几点：

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

(1) 要列举出所有的元素，不要遗漏；

(2) 每个元素只列举一次，不要重复；

(3) 集合与元素列举的顺序没有关系，只要元素都相同，无论按什么顺序去列举元素，都表示同一个集合.

例 2　用列举法表示下列集合：

(1) 方程 $x-2=0$ 的解集；

(2) 20 以内能够被 3 整除的自然数；

(3) 小于 100 的自然数组成的集合；

(4) 小于 1 的自然数组成的集合.

解　(1) $\{2\}$；

(2) $\{0,3,6,9,12,15,18\}$；

(3) 这个集合中的元素如果全部列出需要好几行才能写下，为了简单起见，一般把它写作 $\{0,1,2,\cdots,99\}$；

(4) $\{0\}$.

！

由方程的解组成的集合叫做这个方程的**解集**.

解集 solution set

观察由大于 5 的实数所组成的集合. 因为集合中含有无穷多个元素，所以我们无法用列举法来表示它. 那么，怎样表示这个集合呢？

？

集合 $\{0\}$ 与空集 $\varnothing$ 一样吗？和数字 0 一样吗？它们之间有什么关系？

分析这个集合中的元素，我们发现它们所具有的特征：都是实数并且都大于 5. 利用这些特征，这个集合表示为

$$\{x\in\mathbf{R}\mid x>5\}.$$

一般地，给定 x 的取值范围 A，如果属于集合 M 的任一元素 x 都具有性质 $p(x)$，并且，具有性质 $p(x)$ 的元素都属于集合 A，这时性质 $p(x)$ 叫做集合 M 的**特征性质**. 集合 M 利用它的特征性质可以表示为

$$\{x\in A\mid p(x)\}.$$

这种把集合的特征性质描述出来，写在大括号内表示集合的方法叫做**描述法**. 如果从前后关系看，集 A 已经很明确，特别是当 A 为实数集 $\mathbf{R}$ 时，集合可以表示为

$$\{x\mid p(x)\}.$$

例如，大于 5 的实数组成的集合可以表示为 $\{x\mid x>5\}$.

例 3　用描述法表示下列集合：

(1) 方程 $x^2-2x-3=0$ 的解集；

(2) 大于 -2 且小于 8 的整数组成的集合；

(3) 所有正偶数组成的集合；

(4) 所有奇数组成的集合；

(5) 函数 $y=2x+1$ 图像上的所有点组成的集合；

(6) 直角坐标平面第一象限内所有点组成的集合.

解　(1) $\{x\mid x^2-2x-3=0\}$；　(2) $\{x\in\mathbf{Z}\mid -2<x<8\}$；

(3) $\{x \mid x=2k,\ k\in\mathbf{N}^*\}$；　　(4) $\{x \mid x=2k-1,\ k\in\mathbf{Z}\}$；

(5) $\{(x,y) \mid y=2x+1\}$；　　(6) $\{(x,y) \mid x>0, y>0\}$.

有些集合可以有几种不同的表示方法．例如，例 3 中的(1)，还可以表示为$\{x \mid x=3$，或 $x=-1\}$和$\{-1,3\}$．如果不指定集合的表示方法，一般我们选用更加简单的表示法．如上例中选用$\{-1,3\}$来表示．

例 4　自选一种方法来表示下列集合：

(1) 方程 $x+5=2$ 的解集；

(2) 被 4 整除的所有正整数组成的集合；

(3) 直角坐标平面上，第二象限内所有点组成的集合；

(4) 反比例函数 $y=\dfrac{1}{x}$的图像上的所有点组成的集合；

(5) 大于 3 小于 11 的偶数组成的集合．

偶数　even number

解　(1) $\{-3\}$；　　(2) $\{x \mid x=4k,\ k\in\mathbf{N}^*\}$；

(3) $\{(x,y) \mid x<0,\ y>0\}$；　　(4) $\left\{(x,y) \,\middle|\, y=\dfrac{1}{x}\right\}$；

(5) $\{4,\ 6,\ 8,\ 10\}$．

三、集合之间的关系

子集　subset

观察集合$\{1,2\}$和集合$\{1,2,3\}$，我们发现：集合$\{1,2\}$中的所有元素都是集合$\{1,2,3\}$中的元素．

一般地，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的**子集**，记作 $A\subseteq B$（或 $B\supseteq A$），读作“**A 包含于 B**”（或“**B 包含 A**”）．

符号$\subseteq$也可以用$\subset$代替，符号$\supseteq$也可以用$\supset$代替．

由于非空集合 A 的任何一个元素都属于 A，故任何非空集合 A 都是它本身的子集，即 $A\subseteq A$．

我们还规定：空集是任何集合的子集，即$\varnothing\subseteq A$．

由子集的定义，容易看出包含关系具有传递性．即若 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$．例如，$\mathbf{N}^*\subseteq\mathbf{N}$，$\mathbf{N}\subseteq\mathbf{Z}$，故 $\mathbf{N}^*\subseteq\mathbf{Z}$．

当集合 A 不是集合 B 的子集时，记作 $A\nsubseteq B$ 或 $B\nsupseteq A$．读作“A 不包含于 B”，或“B 不包含 A”．

由上面的分析，我们知道$\{1,2\}\subseteq\{1,2,3\}$，但是，$\{1,2,3\}\nsubseteq\{1,2\}$．这是因为 $3\notin\{1,2\}$．

一般地，如果集合 A 是集合 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 叫做集合 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B$ 或 $B\supsetneqq A$．

真子集　proper subset

由真子集的定义，空集是任何非空集合的真子集，即$\varnothing\subsetneqq A$．例如$\varnothing\subsetneqq\{2\}$．

真包含关系也有传递性，即如果 $A \subsetneqq B$，$B \subsetneqq C$，那么 $A \subsetneqq C$.

通常我们用一条封闭曲线的内部表示一个集合. 图 1-1 表示集合 A，图 1-2 表示集合$\{1,2,3\}$. 如果集合 A 是集合 B 的真子集，那么就把表示集合 A 的区域画在表示集合 B 的区域的内部，如图 1-3 所示.

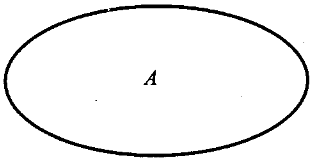

图 1-1

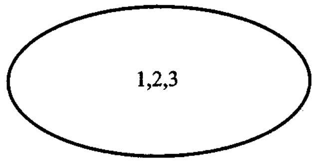

图 1-2

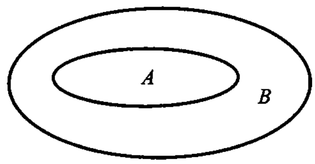

图 1-3

用图形表示集合或集合之间的关系的方法叫做**图示法**，如图 1-1，图 1-2 和图 1-3 所示.

用来表示集合与集合之间关系的图形也称为文(John Ven, 1834—1923 年，英国逻辑学家)氏图.

例 5　写出集合$\{1,2,3\}$的所有子集和真子集.

解　子集有：$\varnothing$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{1,2\}$，$\{1,3\}$，$\{2,3\}$，$\{1,2,3\}$.

上述集合中，除去集合$\{1,2,3\}$本身外，剩下是所有的真子集.

观察集合$\{-1,1\}$和集合$\{x \mid x^2-1=0\}$. 这两个集合的元素完全相同，即

$$\{-1,1\} \subseteq \{x \mid x^2-1=0\},\quad \{x \mid x^2-1=0\} \subseteq \{-1,1\}.$$

一般地，对于两个集合 A 和 B，如果集合 A 是集合 B 的子集，并且集合 B 也是集合 A 的子集，那么我们就说这两个集合相等，记作"$A=B$".

例 6　用适当的符号($\in$，$\notin$，$\subsetneqq$，$\supsetneqq$，$=$)填空：

(1) a ______ $\{b,c\}$；

(2) $\{1,2\}$ ______ $\{1,2,3,4\}$；

(3) $\{-2,2\}$ ______ $\{x \mid x^2-4=0\}$；

(4) $(1,3)$ ______ $\{(x,y) \mid y=2x+1\}$.

解　(1) $a \notin \{b,c\}$；

(2) $\{1,2\} \subsetneqq \{1,2,3,4\}$；

(3) $\{-2,2\} = \{x \mid x^2-4=0\}$；

(4) $(1,3) \in \{(x,y) \mid y=2x+1\}$.

习题　1-1

1. 简答题：

(1) 什么是集合？什么是集合的元素？它们之间有什么关系？举例说明.

(2) 什么是有限集？什么是无限集？什么是空集？举例说明.

(3) 表示一个集合有哪些方法？

(4) 什么是集合的特征性质？

(5) 什么是集合的子集和真子集？它们有什么区别？

(6) 所有的集合是否有一个共同的真子集？是否有一个共同的子集？

(7) 怎样的两个集合才相等？

(8) 怎样用图形来表示集合间的关系？

2. 下列语句是否能表示一个集合：

(1) 某学校中长得非常漂亮的学生；

(2) 世界上最高的山峰；

(3) 某班级中个子比较高的同学；

(4) 所有等腰直角三角形.

3. 用列举法表示下列集合：

(1) 大于 -6 且小于 6 的所有奇数组成的集合；

(2) 方程 $x^2-9=0$ 的解集；

(3) 由1，2 这两个数字抽出一部分或全部组成的没有重复数字的数的集合；

(4) 12 的所有正约数组成的集合.

4. 用描述法表示下列集合：

(1) 不等式 $3x-9\leqslant 0$ 的解集；

(2) 不小于 7 的所有自然数的集合；

(3) 直角坐标平面第二象限内所有的点组成的集合；

(4) 所有等边三角形组成的集合.

5. 选择适当的方法表示下列集合，并指出是有限集还是无限集：

(1) 方程 $x^2-x-2=0$ 的解集；

(2) 大于 -2 且小于 4 的所有整数组成的集合；

(3) 大于$\sqrt{2}$的所有实数组成的集合；

(4) 被 4 整除的所有正整数组成的集合；

(5) 不大于 3 的所有有理数组成的集合；

(6) 函数 $y=x-1$ 图像上的所有点组成的集合；

(7) 大于 -3 且不大于 5 的所有实数组成的集合；

(8) 函数 $y=3x$ 的图像和函数 $y=x+2$ 的图像的交点组成的集合.

6. 写出集合$\{a,b,c\}$的所有子集和真子集.

7. 用适当的符号填空：

(1) 5 ____ $\{5\}$；　　(2) d ____ $\{a,b,c\}$；

(3) $\{5\}$ ____ $\{1,3,5\}$；　　(4) $\{1,2\}$ ____ $\{x\mid x^2-3x+2=0\}$；

(5) $\varnothing$ ____ $\{0\}$；　　(6) $\{2\}$ ____ $\{x\mid x^2=4\}$.

8. 指出下列集合之间的关系，并用图形表示它们之间的关系：

(1) $A=\{x\mid x$ 是正方形$\}$，$B=\{x\mid x$ 是矩形$\}$；

(2) $A=\{x\mid x^2-5x+4=0\}$，$B=\{1\}$，$C=\{1,4,6\}$.

§1－2 集合的运算

和数字相类似，集合之间也可以进行运算．集合的运算是指已知集合按照某种约定的方式，构造新的集合．主要有交、并、补三种运算．

一、交集

先看下面的例子：

如果某班参加数学竞赛的同学组成的集合是：

$$A=\{李明,王平,张强,刘峰\},$$

参加英语竞赛的同学组成的集合是

$$B=\{郭进,王平,胡军,刘峰\}.$$

则该班两项竞赛都参加的同学组成的集合是

$$\{王平，刘峰\}.$$

显然，这个集合是由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素(同学)组成的．

一般地，由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合叫做集合 A 与集合 B 的**交集**，记作 $A\cap B$，读作"A 交 B"．即

交 intersection

$$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}.$$

两个集合 A 与 B 的交集可用图 1－4 中的阴影部分表示．

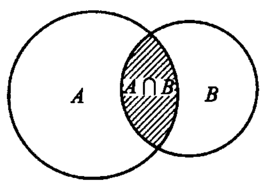

图 1－4

由交集的定义，容易得出下面的性质：

对任意集合 A，B，有

(1) $A\cap B=B\cap A$；

(2) $A\cap A=A$；

(3) $A\cap\varnothing=\varnothing$；

(4) $A\cap B\subseteq A$，$A\cap B\subseteq B$．

求交集的运算叫做交运算．

?

如果 $A\subsetneqq B$，那么 $A\cap B$ 与 A 和 B 各有何种关系？如果 $A\subseteq B$，情况是否会发生变化？

例 1 已知集合 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{1,3,5,7\}$，求 $A\cap B$．

解 $A\cap B=\{1,2,3,4,5\}\cap\{1,3,5,7\}=\{1,3,5\}$．

例 2 已知集合 $A=\{(x,y)\mid x+2y=5\}$，$B=\{(x,y)\mid 5x-2y=1\}$，求 $A\cap B$．

解 $A\cap B=\left\{(x,y)\left|\begin{cases}x+2y=5\\5x-2y=1\end{cases}\right.\right\}=\{(1,2)\}$．

例 3 设集合 $A=\{x\mid -2<x<1\}$，$B=\{x\mid -1<x<3\}$，求 $A\cap B$．

解 $A\cap B=\{x\mid -2<x<1\}\cap\{x\mid -1<x<3\}$
$=\{x\mid -1<x<1\}$(图 1－5)．

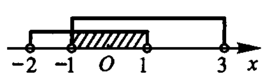

图 1－5

二、并集

在本节开始的例子中，该班至少参加一项竞赛的所有同学组成的集合是

$$\{李明，王平，张强，刘峰，郭进，胡军\}.$$

显然，这个集合是由所有属于集合 A 或属于集合 B 的同学所组成的.

并 union

一般地，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合叫做集合 A 与集合 B 的**并集**，记作 $A\cup B$，读作"A 并 B"，即

$$A\cup B=\{x\mid x\in A \text{ 或 } x\in B\}.$$

由并集的定义可知，$A\cup B$ 是由至少属于 A，B 两个集合中的一个集合的所有元素所组成的集合.

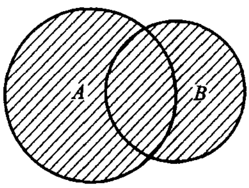

图 1-6

集合 A 与集合 B 的并集可用图 1-6 中的阴影部分表示.

由并集的定义，容易得出下面的性质：

对任意集合 A，B，有

(1) $A\cup B=B\cup A$；

(2) $A\cup A=A$；

(3) $A\cup\varnothing=A$；

(4) $A\cup B\supseteq A$，$A\cup B\supseteq B$.

?

如果 $A\subsetneqq B$，那么 $A\cup B$ 与 A 和 B 有何关系？如果 $A\subseteq B$，情况是否会发生变化？

求并集的运算叫做**并运算**.

例 4　已知集合 $A=\{-1,1,2\}$，$B=\{0,2,3\}$，求 $A\cup B$.

解　$A\cup B=\{-1,1,2\}\cup\{0,2,3\}$
$=\{-1,0,1,2,3\}$.

例 5　设 $A=\{x\mid |x|=2\}$，$B=\{x\mid x-2=0\}$，求 $A\cup B$.

解　因 $A=\{x\mid |x|=2\}=\{-2,2\}$，
$B=\{x\mid x-2=0\}=\{2\}$，

故
$$A\cup B=\{-2,2\}.$$

例 6　设 $A=\{x\mid -1<x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid 0<x\leqslant 5\}$，求 $A\cup B$.

解　$A\cup B=\{x\mid -1<x\leqslant 2\}\cup\{x\mid 0<x\leqslant 5\}$.
$=\{x\mid -1<x\leqslant 5\}$(图 1-7).

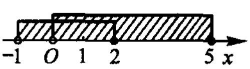

图 1-7

三、全集、补集

先看一个例子：

设集合 U 表示某校一年级所有同学的集合，集合 A 表示一年级中所有参加数学竞赛的同学的集合，集合 B 表示一年级中所有没参加数学竞赛的同学的集合.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com