

中国数学

史大系

南北

朝

隋

唐

数

学

纪志刚  
著

王渝生

刘钝

主编

河北科学技术出版社

国数学史大系

南朝隋唐数学

纪志刚 著

王渝生 刘钝 主编

河北科学技术出版社

A Series of the History of Mathematics in China  
Chief Editors Wang Yusheng & Liu Dun

**Mathematics in the Northern - Southern ,  
Sui and Tang Dynasties**

Ji Zhigang

Hebei Science and Technology Publishing House  
1999

## 图书在版编目 (CIP) 数据

南北朝隋唐数学/纪志刚著. —石家庄: 河北科学技术出版社, 2000  
(中国数学史大系/王渝生, 刘钝主编)  
ISBN 7-5375-1890-4

I . 南… II . 纪… III . ①数学史-中国-南北朝时代②数学史-中国-隋唐时代 IV . 0112

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 11834 号

中国数学史大系

### 南北朝隋唐数学

纪志刚 著

---

河北科学技术出版社出版发行(石家庄市和平西路新文里 8 号)

河北新华印刷厂印刷 新华书店经销

---

850×1168 1/32 12.5 印张 324000 字 2000 年 2 月第 1 版  
2000 年 2 月第 1 次印刷 印数: 1 -3000 定价: 35.00 元

## 编委会成员

**顾问** 苏步青 吴文俊 程民德 杜石然

**主编** 王渝生 刘 钝

**编委** (以姓氏笔画为序)

孔国平 王浩荧 纪志刚 孙天放

刘永亭 何绍庚 劳汉生 杜同彦

张奠宙 邹大海 郭书春 韩 琦

傅祚华

# 《中国数学史大系》编委会工作会议



著名数学家吴文俊院士与《中国数学史大系》  
编委会部分人员合影

前排左起：郭书春 张奠宙 吴文俊 何绍庚 王浩英  
后排左起：孔国平 韩琦 傅祚华 王渝生 杜同彦  
刘钝 刘永亭 邹大海

振兴中华  
复兴中华传统数学  
斗祝  
《中国数学史大系》  
出版问世

吴文俊 敬贺  
一九九八.十二.二十八

# 序

中国古代数学是中国传统科学文化百花园中一朵璀璨的奇葩。自先秦以迄清末，在广袤的中国大地上，出现了一批又一批天才的数学大师，撰写了一部又一部经典的数学名著，取得了一项又一项领先世界的辉煌成就。近代以来，中国数学家又在艰难困苦中，继承中国古代数学的优秀传统，汲取西方近代数学的精华，中西结合，融会贯通，努力攀登数学高峰。可以预料，中国将在 21 世纪成为世界上的数学大国，其前景灿烂，令人备受鼓舞。

中国数学史的现代研究，肇始于李俨（1892—1963 年）、钱宝琮（1892—1974 年）两位前辈。近百年来，中国数学史家人才辈出，中国数学史专著蔚为大观。中国数学史的研究成果极大地丰富了中国传统科学文化的宝库，增强了炎黄子孙的民族自尊心和自信心；而且



所发掘出来的中国传统数学思想和方法，对当代数学学科前沿研究也有很大的借鉴和启发作用，中国机械化数学的崛起就是其中成功的一例。

中国科学院自然科学史研究所两位比较年轻的数学史学者王渝生和刘钝，是改革开放以来中国招收的第一批数学史专业研究生。他们积 20 年来的学习心得和研究成果，组织了 10 多位老、中、青数学史学者，编撰了这套 12 卷本的《中国数学史大系》，以时间顺序为经，以重要人物、典籍、成就、事件等内容为纬，纵横交识出一部中国数学发展历程的宏伟画卷；不仅涉及到重要的数学家、数学著作、数学思想、理论和方法，而且兼及数学与其他学科以及政治、经济、文化的关系和中外数学交流与比较等，叙述较为全面、系统和新颖，具有自己的风格和特色。

中国科学院将此套丛书的编撰列为“九五”重点科研课题，河北科学技术出版社斥资支持此项研究工作并高质量、高速度地出版这套丛书，我闻讯至为欣慰，是为序。



1999 年 8 月 12 日  
于上海

# 前 言

从公元 386 年拓跋珪称代王，北魏肇始，至公元 907 年，最后一位唐代皇帝被废黜，在这长达 520 余年的历史长河中，中国的政治由南北对峙走向隋唐统一，中国的文化呈现出南朝的清谈、北朝的渊综与隋唐的兼容并蓄这种多元文化的交融发展。在这样一个广阔的历史背景下，此一时期的数学以其新的方法、新的成果和新的方向，使秦汉以降的古典数学获得了新的发展，从而为宋元时期中国数学新的创造作了充分的准备。本书以时间顺序为经，以重要人物、经典著作、代表性成就和重大事件等内容为纬，纵横交织，力求展示出这一时期数学发展的宏伟历程。

本书所论内容概述如下：

首先简要叙述了从南北朝迄至隋唐的历史发展，勾勒出其时代背景。通过对南北朝与隋唐不同文化内涵的深层次的分析，以及对其数学研究方法、成果的比较，揭示出南朝数学“清通简要”、北朝数学“渊综广博”的特点，及其在“学术官守”思想统领下隋唐数学的“大一统”特征。

南北两朝不同的学术风格，必然导致特色互殊的数学成就。本书以何承天、祖氏父子为代



表人物展开了对南北朝数学的论述。其中何承天“调日法”、祖冲之“割圆术”、祖暅“开立圆术”这些脍炙人口的经典之作仍是研究的重点。不过，本书介绍的以一种被称为“组合加速技术”来探讨祖冲之的“缀术”的观点，颇应引起注意。

《孙子算经》中的“物不知数”开启了中国古代数学关于同余理论研究的新方向。本书详细论述了算经中的筹算制度、典型算例与算法；并从算经有关“九九算法”中，分离出“九九表”、“九九平方表”、“九九表求和”三种重要算法。通过对算经中“开方法”的分析，阐明其“超位退位”算法是对《九章算术》“开方法”的重要改进。此外，在中国古代有机论自然观的文化背景下，分析了《孙子算经》篇首文辞骈丽的《序言》中所蕴含的数学哲理，认为《序言》提出了以“算”为万物本体的哲学命题，这在中国数学思想史上深具意义。

《张丘建算经》是一部典型的北朝数学的作品。其编著模式、内容题材皆以《九章算术》为依归，而同时又在分数的公共周期、开立方术、盈不足类问题的算术解法以及等差级数等方面创造出富有特色的新颖算法。通过对算经中勾股比率问题的算法构造剖析，揭示其似采用了“平行线”移动以构成相似三角形的技巧，这是中算几何学发展中值得注意的动向。更要指出的是《张丘建算经》中的等差数列问题，无论是题目的数量、丰富的内容，还是完备的算法，都是此一时期算经中最为突出的。它们构成了一个完整的系统，不仅是中国古代数学在这一领域中的理论总结，而且为后来高阶等差数列研究的发展奠定了基础。算经中的“百鸡问题”是中国古代数学关于不定方程研究之滥觞，但“百鸡原术”如何理解却成为千古之谜，本书对各家解法的综合分析，有助于解开这一疑窦。

北周的甄鸾是结束北朝数学的人物。书中重点介绍了他的《五曹算经》、《五经算术》，并对《数术记遗》与甄鸾的关系作了探讨。

隋朝为国虽短，却开启了中国历史的新时代，它所创设的国家数学教育对中国古代数学产生了深远的影响。书中以《算经十书》

的编纂为主线,考查了隋唐数学教育制度,特别是以杨损提出“为吏之最,孰先于书算”,来择优录用官吏的故事,阐明了算学在“官学”中的地位。李淳风是唐代数学史中一位突出的代表人物,书中介绍了他在《周髀算经》注释中将刘徽的“重差术”发展为“斜面重差”,从而赋予了中国古代勾股测望之学以新的数理内涵;并对他于《九章算术》注释中所贯穿的“据摭诸家”、“存善去非”、“术从省约”古算校勘纲领作了深入的剖析。王孝通《缉古算经》是一部重要的唐代数学典籍,本书以其“堤积都术”为核心,从算理结构、造术本原、舛误校勘等方面进行了深入的研究,特别是通过对其“开带从三次方”算法的复原与分析,指出其为宋元数学数字高次方程数值解法的诞生铺平了道路。

隋唐历法中的数学思想与数学方法是本书着力探讨的主要内容。书中以刘焯二次内插算法为重点,从中国古典数学机械化、构造性与程序化算法的特点入手,剖析刘焯二次内插算法的构建原理,阐明了中国古代二次内插算法在唐代从等间距到不等间距的嬗变。并通过对皇极历、大业历、麟德历、大衍历、崇玄历等隋唐著名历法中的定气算法、定朔算法、晷影算法、黄赤道差算法、太阳视赤纬算法、月亮视黄纬算法和五星算法等精彩纷呈的典型算法的全面探讨,阐明了中国古代历法的计算模式在隋唐时期完成了划时代的转变,从而进一步展示出中国古代数理天文学的丰蕴内涵与卓越成就。

“实用数学”是唐代中晚期数学发展的新特点。如敦煌算书记录了唐代后期边塞地区的经济活动和军事制度;以《夏侯阳算经》为名的传世算经,实为一部唐代中晚期的作品,书中在简便算法上获得的计算技术的进步表明唐代商业活动对数学的影响。此外,刘晏在经济管理中创造性的应用数学方法,扭转了因安史之乱而造成唐王朝财政上捉襟见肘的窘境。刘晏的成功再次表明“明于计数”的数学思想在管理工作中的重要作用。

最后，本书对隋唐时期中外数学交流进行了较为广泛的探讨。以《九章算术》为核心的中国古代数学，对朝鲜半岛和日本的数学教育和数学研究产生了深远的影响。但是，关于中印数学交流的探讨却是一项十分艰难的工作。本书在前人工作的基础上，从中国和印度古代数学中的典型问题入手，分析了其中广泛存在的形式与内容上的相似性。鉴于时代上的差异，这种相似性应被视为中国古代数学对印度数学产生过重要影响的依据。

纪志刚

1999年于徐州

# 目 录



<b>第一章 绪论</b>	.....	(1)
第一节 历史概述与时代背景	.....	(1)
第二节 南北朝数学及其特点	.....	(5)
第三节 大一统下的隋唐数学	.....	(9)
<b>第二章 何承天与祖氏父子</b>	.....	(13)
第一节 何承天与“调日法”	.....	(13)
一、何承天	.....	(13)
二、“调日法”及其数学原理	.....	(14)
第二节 祖冲之父子的数学成就	.....	(24)
一、祖冲之、祖暅合传	.....	(24)
二、“缀术”与圆周率	.....	(25)
三、祖暅“开立圆术”	.....	(37)
<b>第三章 《孙子算经》</b>	.....	(45)
第一节 《孙子算经》简介	.....	(45)
一、《孙子算经》及其成书年代	.....	(45)
二、《孙子算经》序言的数学哲理	.....	(49)
第二节 《孙子算经》中的筹算制度	...	(54)
一、算筹的记数方法	.....	(54)
二、筹算的计算方法	.....	(55)
三、“九九算表”	.....	(57)
四、“大数之法”	.....	(61)



第三节 《孙子算经》中的算例与算法.....	(62)
一、问题的分类.....	(62)
二、比率诸术 .....	(63)
三、开方术的进步 .....	(67)
四、盈不足术 .....	(74)
五、“物不知数”与孙子定理 .....	(76)
<b>第四章 《张丘建算经》.....</b>	<b>(82)</b>
第一节 《张丘建算经》简介.....	(82)
一、《张丘建算经》及其注释者 .....	(82)
二、《张丘建算经》对《九章算术》的继承与发展 .....	(86)
第二节 《张丘建算经》的算法特色.....	(88)
一、分数的约分与通分 .....	(88)
二、分数的公共周期 .....	(91)
三、开带从平方法 .....	(94)
四、开立方算法的新发展.....	(96)
五、“盈不足”类问题的算术解法 .....	(103)
六、勾股比率与勾股测量.....	(108)
七、等差数列 .....	(114)
第三节 百鸡术.....	(119)
一、古算文献中的“百鸡问题” .....	(119)
二、关于“百鸡原术”的探究 .....	(121)
<b>第五章甄鸾的数学工作.....</b>	<b>(127)</b>
第一节 甄鸾的生平.....	(127)
第二节 甄鸾的著述.....	(128)
一、甄鸾撰注的数学典籍.....	(128)
二、《五曹算经》.....	(131)
三、《五经算术》.....	(134)
第三节 《数术记遗》.....	(136)

---

一、《数术记遗》作者的真伪 .....	(136)
二、《数术记遗》的内容分析 .....	(138)
<b>第六章 《算经十书》与隋唐数学</b> .....	(146)
第一节 隋唐时期的数学教育 .....	(146)
一、早期的数学教育 .....	(146)
二、隋代数学教育的创举 .....	(147)
三、唐代数学教育的发展 .....	(149)
第二节 《算经十书》.....	(152)
一、“十部算经”的编纂及其历史影响 .....	(152)
二、关于李淳风等人“注释”的评述 .....	(154)
第三节 《缉古算经》.....	(174)
一、王孝通与《缉古算经》 .....	(174)
二、“造仰观台”题疏解 .....	(178)
三、“开河筑堤”题分析 .....	(189)
四、中国堤积公式 .....	(198)
五、开带从立方法 .....	(203)
<b>第七章 隋唐历法的创造性转变</b> .....	(213)
第一节 历法计算结构的数学化 .....	(213)
一、张子信的发现 .....	(213)
二、隋唐历法的计算结构 .....	(217)
第二节 刘焯二次内插算法 .....	(220)
一、大业、皇极二历“日躔表”的构造分析 .....	(220)
二、刘焯二次内插算法与造术原理 .....	(224)
第三节 唐代历法对“日躔盈缩”算法的改进与发展 .....	(231)
一、从等间距到不等间距 .....	(231)
二、相减相乘法 .....	(242)
<b>第八章 隋唐历法中的典型算法</b> .....	(250)
第一节 定气算法 .....	(250)

第二节 定朔算法	(258)
一、大业历对定朔算法的重要修正	(258)
二、皇极历定朔算法及其数理分析	(260)
第三节 暴影算法	(271)
一、麟德历暴影算法	(271)
二、崇玄历暴影算法	(279)
第四节 黄赤道差算法	(283)
一、皇极历等差级数法	(283)
二、崇玄历分段抛物插值法	(287)
第五节 太阳视赤纬算法	(289)
一、麟德历表格算法	(289)
二、崇玄历的公式化算法	(293)
第六节 月亮极黄纬算法	(295)
一、麟德历“月去日道度”的二次插值法	(295)
二、崇玄历月亮极黄纬计算公式	(298)
第七节 五星算法	(302)
一、五星入气加减法	(302)
二、一行算法	(304)
三、五星行度计算法	(307)
<b>第九章 敦煌算书与唐代实用数学</b>	(318)
第一节 敦煌算书简介	(318)
第二节 敦煌算书内容分析	(319)
一、“算经一卷并序”	(319)
二、“立成算经”	(328)
三、“算表”	(332)
四、“算书”	(334)
第三节 “韩延算书”与唐代中期的实用算术	(338)
一、传本《夏侯阳算经》考辨	(338)