

鋒生與高空變形場的改變

И. И. ВЕТЛЮВ 原著
陶詩言譯

中國科學圖書儀器公司
出版

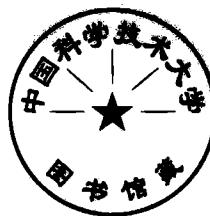
蘇聯中央預告所叢刊 1951 年第 20(47) 號

鋒生與高空變形場的改變

ФРОНТОГЕНЕЗ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫСОТНЫХ
ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПОЛЕЙ

И. П. ВЕТЛОВ 著

陶 詩 言 譯



中國科學圖書儀器公司
出版

內容介紹

本書原著是蘇聯氣象預告所叢刊之一，著者將平流動力分析預告方法作更進一步的推廣，並提供了關於高空氣壓場預告的新方法。該項方法在蘇聯天氣分析預告工作中已被廣泛採用，故在實用上的意義很大。

本書原由軍委會氣象局付印作為全國氣象預告員之業務學習用書。茲為盡量介紹蘇聯新穎理論及先進經驗起見，經軍委會氣象局同意後，特再出版，以便作為大學氣象系及氣象專修科教學之用。

鋒生與高空變形場的改變

ФРОНТОГЕНЕЗ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫСОТНЫХ
ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПОЛЕЙ

原著者 И. П. ВЕТЛОВ

譯者 陶詩言

出版者 中國科學圖書儀器公司
印刷 上海延安中路 537 號 電話 64545

總經售 中國圖書發行公司

版權所有 ★ 不可翻印

MT. 1. — 0 25 開 120 面 105 千字 每千冊用紙 4.94 合
新定價 ¥ 8,100 1953 年 10 月初版 0001—2500

上海市書刊出版業營業許可證出 027 號

譯者前言

本書係譯者在中央氣象台業務學習班上的講義。曾由人民革命軍事委員會氣象局刊印，作為一九五三年全國預告員業務學習用書之一。但為了使蘇聯的先進氣象科學經驗，能向全國氣象學者們介紹起見，經商得氣象局同意，利用原來的排版和鉛版，交上海中國科學圖書儀器公司出版。因此本書的問世曾得到氣象局的贊助甚大，譯者應在此致感謝之意。

中國科學圖書儀器公司附啟

本書原由軍委會氣象局交我公司承印，繼因原譯者商得氣象局同意，將版權授讓與我公司代為出版，使蘇聯的先進氣象科學經驗，得向更廣大的學者和研究者傳播。我公司除與原譯者依照規定手續訂立出版權授予契約外，因需利用原書的活字版和鋅版打成紙型，特向氣象局備案表示感謝之意。因此而節約了排版和製版費用，使本書成本減低不少，我公司已將定價盡量抑低，藉以減輕讀者的負擔。

鋒生與高空變形場的改變

И. П. 梵脫洛夫 著

蘇聯中央預告所叢刊，1951年，第20(47)號

叢刊編者的說明

在這篇論文中，本文的作者根據基培爾的方程式，求得了一個鋒生條件與氣壓動力變化的關係的公式。這個式子是適用於任意形狀的溫度場與氣壓場的構造的。作者又根據了對流層下部溫壓場的構造與鋒生條件，從質的方面討論了動力變壓區域加強與減弱的原因及其移動的原因。另外作者還提出了一些高空變形場氣旋型與反氣旋型改變的新的徵象。這些預告的徵象還用實際顯著的例子來作試驗。

本文的結果在牠出版之前，在中央預告所早已應用於實際工作之中，並且在編纂關於分析預告方法的文件時，亦已引用了本文的結果。從這兩方面看來，本文的實用價值毫無疑問是確定了。

目 錄

緒論.....	1
第一章 氣壓變化的流體力學理論基礎	
1. 氣壓的平流與動力變化.....	9
2. 對流層中的鋒區與氣壓變化.....	16
3. 關於平流變化過程與動力變化過程的關係.....	20
第二章 鋒生與對流層溫壓場的改變	
1. 通論.....	25
2. 個別鋒生.....	28
3. 局地鋒生的條件.....	38
4. 鋒區的構造與動力變壓區域的發展.....	47
5. 鋒區的變形與動力變壓區域的移動.....	53
6. 鋒生與氣旋及反氣旋生成的關係.....	60
7. 高空變形場及其變形.....	63
第三章 高空溫壓場改變的例子	
1. 1940年2月14日至15日高空溫壓場改變的質的分析.....	71
2. 1943年5月20日至21日高空變形場反氣旋型改變的質的分析.....	78
3. 1942年3月11日至14日高空溫壓場的改變與天氣過程發展的質的分析.....	82
4. 1948年2月3日至6日高空溫壓場改變的質的分析.....	96
結論.....	106
文獻目錄.....	111

緒論

在對流層裏面，有兩種不同氣團之間的地區上，時常出現了溫度差異的增大或減小現象。這種溫度差異的增大或減小，亦即鋒生或鋒消現象，與對流層中的過程的發展——與氣旋生成及反氣旋生成過程——是有直接的關連的。由於蘇聯氣象學者的研究結果，我們已經把對流層中鋒生作用與氣旋及反氣旋生成過程相互關連的機械結構弄清楚了。在蘇聯氣象學者進行這種研究之前，T. 貝吉龍(Bergeron) [註19]，與 S. 貝得森(Petterssen) [註22]曾經研究過鋒生的運動學理論。然而他們所討論的鋒生過程只是指地面氣流變形場與溫度場上的鋒生過程，並不能表示出整個對流層中鋒生過程的特徵，所以鋒生與氣壓場發展的關係仍然是沒有弄明白。

1938年 A. Φ. 迪北克(Дюбок) [註4] 在中央預告所，進行了關於鋒生的研究。他求得了一個鋒生的公式，並詳細地討論鋒生過程的運動學，研究在梯度風條件下氣壓場的移動，在1940年，X. II. 帕哥香與 H. II. 戴波洛夫斯基 [註12]首先已經將對流層中部的高空變形場，引用於大氣過程的分析中。

高空變形場的討論的可能性，是與天氣過程的大規模研究工作的開展是有關連的，又與在1938-1939年開始在中央預告所繪製高空等壓面圖，是有關連的 [註11]。在這個時期中，帕哥香與戴波洛夫斯基研究指出，對流層裏面的溫度差異如果達到了一定的數值，同時又在對流層中部氣流有輻散時，地面的低氣壓就要發展起來。關於對流層中部氣流的輻散，對於反氣旋區域的氣壓變化的重要性，B. M. 米海爾 [註3]首先早已指出過的。在“高空變形場及其對於氣旋與反氣旋生成的作用”一文中 [註12]，帕哥香與戴波洛夫斯基得到下面這一個結論：由於在對流層中部氣流有輻散或輻合，在不穩定氣流場中所出現的氣壓變化，引起了對流層中平流的改變。同樣，在適當的條件下，對流層的平流作用能引起溫度

水平梯度的增大，換言之，促成了鋒區的形成。

由於在溫度平流作用所引起的氣壓變化與氣流輻散或輻合區域中的氣壓動力變化之間有着相互關係的結果，這便引起地面低氣壓或高氣壓的生成，因而亦形成了氣流的變形場。

帕哥香與戴波洛夫斯基曾指出，高空變形場是由二個高空氣旋與二個反氣旋所組成的，高空氣旋是相當於對流層中的冷區，而高空反氣旋是相當於對流層中的暖區。這是因為高空氣壓場的構造很大一部分是由其下部氣層的平均溫度構造決定的。在高空氣旋與反氣旋中的地區——早先的名稱是叫做高空鋒區，是暖冷氣團最接近的地區，因而亦就是溫度梯度與氣壓梯度最大的地區。所以高空的變形場，至少從質的方面看來，是代表對流層中環流能量的貯蓄；並且根據鋒區氣壓與溫度梯度的大小，高空變形場，還能給予我們關於冷暖氣團的分佈與相互作用的觀念，但從地面的變形場上我們却不可能看出這些。在這一方面帕哥香與戴波洛夫斯基得到這樣一個結論：如果僅僅根據地面的材料而去研究氣旋與反氣旋的生成，這是不可能使我們得到關於兩種過程的發生原因與物理本質的完全明晰的觀念。從這個觀點出發，我們看出對流層中的高空變形場是具有非常重要的意義的。

由此可見，由於大氣的斜壓性，大氣是常常處在擾動的狀態中，單純的大氣穩定的環流是看不見的。帕哥香和戴波洛夫斯基還指出，高空變形場是個不穩定的系統，並且根據氣壓變化與溫度變化的平流和動力因素的相互配合作用牠是常常在改變着的。與高空變形場發生改變同時，地面的氣壓系統亦發生了改變，因而便使氣旋與反氣旋生成或發展起來。

在帕哥香和戴波洛夫斯基後來的另外幾篇作品中〔註14,16,17.〕，他們特別注意於高空變形場改變的過程以及高空變形的改變與地面氣壓波動的發展的關係問題。他們指出，地面低氣壓是在對流層中部氣流有輻散時，在高空變形場上的鋒區的下面生成的；並且地面的低氣壓，在其發展的過程中，轉變成爲高空冷低氣壓系統。同樣，地面高氣壓是在對流層中部氣流有輻合時，在高空鋒區的下面生成的。並且地面的高氣壓，在其發展的過程中，轉變成爲高空暖高氣壓系統。根

據氣壓的平流與動力變化之間的相互關係性的分析，帕哥香和戴波洛夫斯基便能確定了上述氣旋與反氣旋發展的條件，並且還指出氣旋與反氣旋的靜止，原因究竟是在什麼地方。

由於在蘇聯有了上述這些研究，天氣學的新方向便建立了。這個新方向能够使我們將各種單獨的事實廣泛綜合起來，並且把現有的天氣學上的一些觀念，予以修改。在上述這種天氣過程的大規模研究工作中，蘇聯的許多氣象學者都參加了這個工作。

因為天氣學新方向的基本要素是在於決定對流層中溫壓場的平流變化與動力變化之間的關係與相互約制性，所以帕哥香和戴波洛夫斯基所研究得到的天氣學的新方法，稱做為平流—動力分析法。

平流動力分析法，大大地擴充了對大範圍的天氣過程的動力學的理解，並且還能對於已經發生了的過程與預期的過程之間的經驗關係，予以物理的解釋。對流層中的高空變形場是天氣學上的一個基本對象，牠能對於大範圍天氣過程的相互經驗關係，予以物理的解釋。

在帕哥香和戴波洛夫斯基的工作中，他們對於高空氣壓場的變化過程的研究，是根據對流層中溫度的平流變化與地面變壓區的配合分析與考慮得到的。例如：他們會指出，如果在高空氣壓場上的某個地區，對流層中有暖平流發生，但如在地面上為正變壓，則在這個高空氣壓場的這個地區上，要形成一個高壓脊或者使已經存在着的高脊發展起來。如果在高空氣壓場上某地區，對流層中有冷平流發生，但在地面上却出現了負變壓，則在這個高空氣壓場上，有低槽形成或者使已經存在着的低槽發展起來。按照氣壓靜力學公式，如果地面上的氣壓變化，與對流層的平流變化，對於高空氣壓場所引起的氣壓變化，是相反的話，則高空氣壓場，就沒有什麼變化。

在高空氣壓場的各種變化之中，主要可以分成二種大型天氣過程，即高空變形場的反氣旋型與氣旋型改變。其中第一類改變的發生，是在兩個作為變形場成員的高空高氣壓中間地區上發展出一道高氣壓的提壩，(即生成了一個高氣壓區域)。第二類改變的發生，是在變形場上兩個高空低氣壓中間的地區上發展出一

個低氣壓的區域來。因此第一類的改變引起了高空變形場上的兩個高空反氣旋合併起來，第二類的改變則引起兩個高空氣旋的合併。

從高空變形場改變的方向來看，亦可以分成兩種極端情形：即高空變形場的經向（南北向）與緯向（東西向）改變，當高空變形場發生經向改變時，高空的高壓脊與低壓槽是向經線方向（南北方向）伸展的，當高空變形場發生緯向改變時，高空的高壓脊與低壓槽是向緯圈方向伸展的。非常明顯，高空變形場的經向改變，與南北緯度之間氣團交換的加強是有關連的。而在高空變形場有緯向改變時，氣團南北之間的交換是比較弱的。

帕哥香與戴波洛夫斯基用圖例方法曾討論過高空變形場的改變，並指出高空變形場改變的發生是互相牽引着的，譬如，假如有一個變形場一發生了氣旋型的改變，則和牠相鄰近的變形場要發生反氣旋型的改變，反過來說，亦是如此。同時如果有一個變形場的氣旋型改變愈是強烈，則和牠相鄰近的變形場的反氣旋型改變，也將愈強烈。

帕哥香和戴波洛夫斯基還注意到一個情況，這就是高空變形場改變的機械結構是具有普遍性的，牠與地理的條件關係很小，地理因素對於變形場改變的性質的影響，主要是只在於在某幾種地理條件下所出現的某幾種變形場改變過程的頻率，是不同於在另外幾種地理條件下所發生的某種改變過程頻率。但在另外一方面，高空變形場的個別改變過程在不同的地理條件下是有不同的強度的。

在 1943 年戴波洛夫斯基指出，根據變形場上內在構造的不同，高空變形場的改變的性質亦是不同的。在某些情形之中，變形場的改變，能引起大氣過程的方向的改變，亦即引起自然天氣週期的改變，但在另外一些情況中，却祇引起在同一自然天氣週期中的環流性質的改變。此外，還有更大規模的改變過程出現，其範圍是整個一季的環流改變過程。

關於高空變形場的改變與自然天氣週期的改變的關係，C. T. 帕加華〔註 9〕會詳細研究過。他確定了下列二個重要事實：第一在某一個自然天氣週期之中，高空變形場的方向，符號是維持不變的，雖然在變形場上細小的變化是時時在發生着的。第二、兩個自然天氣週期的分界線，是由高空變形場改變的性質決定的。

帕加華根據了高空變形場的研究，求出週期趨勢期中的等變高線圖，是有預告的意義的，而且又證明 B. II. 穆爾羌諾夫斯的原理——這就是說在同一個自然天氣週期中必有一定方向的天氣過程發展出來——是正確的。

根據上述這些結果，帕加華從等壓面圖的分析得到了一系列有價值的預告規則，這些規則不但能指示我們在現時這個自然週期中，高空變形場上將有那些細小的變化發生。亦能指示我們，高空氣壓場在未來將發生那些大型改變，因而引向了新的自然天氣週期的開始，在這個基礎上帕加華研究了一個適用於質的預告的中期預告法。這個方法在現時已經有效地在蘇聯應用了。由此可見高空變形場的研究，能使優秀的天氣學者們進行關於短期(1—2)天，與比較長時間的預告方法的深入的研究。

同時，在蘇聯進行着的關於天氣過程大規模的經驗研究是需要有數學的理論基礎來充實牠們的完整性。這裏所指數學的理論基礎就是流體力學和熱力學方程式，如果我們所尋求得的一些經驗規則，有了理論的基礎，這些經驗規則便變成了非常鞏固的物理原理。

從單獨的熱力學或流體力學方程式所求得的關於變化過程的釋說，一方面是片面，而且亦不能完全尋求出天氣現象的物理本質。由於片面考慮流體力學方程式的結果，常常會引起在各個學者的理論模型中許多缺點。例如，結合連續方程，我們可以得到了一個結果。這個結果在過去長時期許多人都用來表示氣壓趨勢，但在外國在現時皮葉克尼斯與貝得蓀的門生們還在繼續沿用着。

數學理論的困難是在於根據現在的分析方法，我們是不能得到流體力學和熱力學方程式組的全部正確的解答。

在 1943 年戴波洛夫斯基曾想用上述的連續性方程式，對平流動力分析的原理給予理論的基礎；然而他無法將氣壓與溫度變化的平流與動力因素分別開來，亦沒有成功尋求出氣旋與反氣旋的生成與發展的動力學解釋。

自從 1940 年 I. A. 基培爾的方程式出來以後〔註 7〕平流動力分析的理論解釋，便有了可能性。基培爾對流體力學與熱力學方程式給予了一個比較簡單的解答。這個解答適用於在任意的氣壓與溫度分佈的起始條件下的理想的斜壓大

氣。基培爾的解答是天氣學上的一個卓越的成就，從基培爾的公式，我們便能進行過去認為不可能的關於最重要的氣象要素溫度與氣壓的計算問題。

基培爾的公式亦可以用於分析氣壓與溫度變化的直接原因，這種分析一直到現在是天氣學中最複雜的問題，基培爾的公式，對於客觀的並且具有物理基礎的天氣過程的預告問題，創造了一新的解決基礎。此時天氣學補充了新的，可靠的，並且具有物理基礎的原理。

根據基培爾的理論而作天氣過程的理論分析，是在 1945—1947 之間由戴波洛夫斯基進行的。戴波洛夫斯基的“斜壓大氣的流體力學理論與天氣學的基本問題”一文〔註 18〕便是這個工作的結果，戴波洛夫斯基完全求出大氣過程的物理機械結構，並且在天氣過程分析的問題上，他得到了極有價值的結果。基培爾的解答，使得帕哥香和戴波洛夫斯基所研究出來的平流動力分析法得了堅固的理論的基礎，而且這個方法的許多原理與基礎，因而亦是發展了並更精確了。關於氣旋與反氣旋生成與發展的天氣學的基本問題，亦得到了解答，而這個問題對於挪威派的氣象學者來說，却好比是一塊礁石。大家知道挪威派的學者（貝吉龍〔註 19〕皮葉克尼斯及其他〔註 21〕）沒有法子解決關於氣旋和反氣旋生成的真正原因以及牠們發展的原因的問題。在他們關於氣旋的觀念中，氣旋是發生在鋒上的波動，但波動生成的真正原因，仍舊是不明白；此外，為什麼在鋒上生出來的波動會經過氣旋的青年期，並開始加深，然後却填塞起來，亦是沒有弄明白。所以在他們的著作中關於氣旋發展的敘說是形式主義，而且是有疑問的。

根據基培爾的解答，戴波洛夫斯基還尋求出許多過去所沒有解決的關於高空變形場上鋒區的變形與構造以及關於在高空鋒區中氣壓動力變化的機械結構等問題的解答，並且又確定了氣壓動力變化的加強與減弱的符號與鋒區過程的關係，最後他還指出，大氣過程的原因與其物理本質是可以根據對流層下半部高空變形場的溫壓場構造推求得到的。

不久以前，迪北克〔註 5〕根據基培爾的流體力學理論，研究了關於地面及高空氣壓中心的發展與移動問題，亦求得了對於質與量的天氣過程的預告具有價值的結果。

因此在現時，大氣過程的物理性質，已充分完全尋求到了。因而這替天氣過程發展的更有根據的預告創造了條件。然而從物理的分析過渡到預告，仍然還有許多困難，所以物理規律的應用，還需要作更深入的研究。

短期預告的基礎，是決定在未來 1-2 天中天氣過程的型式，並且要將在大範圍中天氣過程的三度空間構造表示出來。如果要想預告(1-2 天)以上的天氣，就至少須要分析在整個自然天氣區域內的天氣過程發展，這樣才有可能性。

戴波洛夫斯基所進行的基培爾公式理論分析〔註 18〕是根據許多簡單化步驟，而且祇解釋了與天氣過程發展有關的一些原則問題。在作溫壓場質的分析時，戴波洛夫斯基祇分析了溫壓場上幾個特殊點子上的情形，這是為了能使公式簡單化，所以他所得到的結論只能夠告訴我們關於在這些特殊點子氣壓變化的性質，同時戴波洛夫斯基在分析溫壓場時，對於在大範圍中各種過程間的相互關係與相互約制性的機械結構，亦沒有予以詳細討論，雖然他在文章中，曾數度提起這個問題。此外，他對於與高空變形場相關連的對流層，鋒生的動力學性質，討論不够充分，而且亦沒有研究高空變形場改變的條件的問題。

在 1946 年 Г. II. 彼權夫從等壓面圖分析指出，在鋒生與對流層的動力變化過程之間是有相互關係存在的，然而他在討論這個問題時，只限於用幾個圖例來表示而已，他亦沒有引用能够決定氣壓場與溫度場之間的內在關係的流體力學方程式。帕哥香與戴波洛夫斯基在“鋒面分析的平流動力基礎”一文中〔註 16〕對於鋒生的動力學意義作了廣泛的研究。在這篇文章中他們求得了一個公式，可以用來決定鋒生與氣壓動力變化之間的關係，但這個式子祇適用於最簡單的氣流場——即等高線成幅合或幅散的條件下。在他這篇文章還沒有出版之前，我們已經求得了一個更普遍公式，這可以在任意的溫度的氣壓場之下求得鋒生與氣壓動力變化之間的關係。在我們這篇文章中要詳細討論鋒生的理論，與鋒生的內在關係。這種內在的關係，是在溫度場與氣壓場之間存在着的。

在本文中我們拿基培爾理論作為基礎，提出了下列幾個問題，第一是擴充與深究大氣過程的物理觀念。第二是根據溫壓場上的鋒生條件，討論在大範圍中大氣過程的相互關係的機械結構。

因此在這篇文章中，我們從平流動力分析的觀點去研究對流層鋒生的過程，並尋求鋒生過程的預告可能性。在這個基礎上，我們認為，我們是可以做出關於大規模的過程的預告的推斷。在本文中，對於高空變形場改變的一般型式與變形場改變的指示形跡等問題，我們亦作了研究。另外我們研究所得的變形場改變的指示形跡，還用實際的材料來作試驗。

在本文第一章中，我們引用基培爾的溫度氣壓變化公式作為基礎，同時亦引用了戴波洛夫斯基的關於在平流動力分析中，基培爾公式應用的結論。此外我們還對於戴波洛夫斯基的結論作了一些補充並提出了一些意見。

在第二章中我們研究鋒生與溫壓場構造的關係，鋒生與氣壓變化的關係，我們把鋒生作為基礎，討論了關於對流層溫壓場變化的平流動力機械結構的問題，與高空變形場改變的問題。並且確定了高空變形場改變的一些預告的形跡。

在第三章中我們舉了四個分析例子，說明了對流層鋒生過程的預告可能性，全文的目的是在於給預告員們以分析大氣過程發展的必要的理論，與實際的方法。同時亦說明了鋒生問題的現狀。

第一章

氣壓變化的流體力學基礎

1 氣壓的平流變化動力變化

II. A. 基培爾的關於氣壓與溫度變化的簡化解答的公式，由二種近似值組成：第一種近似值是假定空氣的運動是適合梯度風的公式，第二種近似值是假定空氣的運動和梯度風之間有偏差存在，亦即我們還顧算了空氣運動的加速度。氣壓變化的第一近似值，亦即當空氣是依照梯度風運動時所發生的氣壓變化，戴波洛夫斯基稱牠做氣壓的平流變化，而氣壓變化的第二近似值，亦即當空氣不是依照梯度風運動時所發生的氣壓變化，戴波洛夫斯基稱牠做氣壓的動力變化。根據基培爾的第一近似值，地面氣壓 P_o 與溫度 T_o 對時間 t 的局部導來函數可用下面兩式表示之：

$$\left(\frac{\partial P_o}{\partial t} \right)_1 = -\alpha \left(\frac{\partial T_o}{\partial x} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial y} - \frac{\partial T_o}{\partial y} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial x} \right) = -\alpha(T_o, P_o) \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial T_o}{\partial t} \right)_1 = \beta \left(\frac{\partial T_o}{\partial x} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial y} - \frac{\partial T_o}{\partial y} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial x} \right) = \beta(T_o, P_o) \quad (1')$$

其中 α, β 在短時間和有限地域中是個正值常數。第 (1) 與 (1') 兩式指出，地面上的氣壓平流變化和溫度平流變化是互相關連的，換言之氣壓的平流變化是與溫度的平流變化同時發生的。而且因為在任意的氣壓與溫度分佈的情況下， $\frac{\partial P_o}{\partial t}$ 與 $\frac{\partial T_o}{\partial t}$ 的符號是相反的，所以在地面上高氣壓的平流是和冷空氣平流(低溫平流)同時發生的，而低氣壓的平流是和暖空氣平流(高溫平流)同時發生的。在地面氣壓系統的中心或中性點上，因 $\frac{\partial P_o}{\partial x} = \frac{\partial P_o}{\partial y} = 0$ ，氣壓與溫度的平流變化

等於零，故 P_o 與 T_o 維持不變。

將(1)式乘以 β ，而將(1')式乘以 α ，並將牠們加起來，我們得到

$$\beta \left(\frac{\partial P_o}{\partial t} \right)_1 + \alpha \left(\frac{\partial T_o}{\partial t} \right)_1 = 0 \quad (2)$$

求(2)式的積分，我們得到

$$\alpha T_o + \beta P_o = \theta(x, y), \quad (2')$$

式中 θ 是不隨時間變化的常數(積分常數)。

我們先求(2')式對 x 的微分，其次求(2')式對 y 的微分，我們應用了這個關係便可將(1)式中 $\frac{\partial T_o}{\partial x}$ ， $\frac{\partial T_o}{\partial y}$ 與(1')式中的 $\frac{\partial P_o}{\partial x}$ ， $\frac{\partial P_o}{\partial y}$ 各項消去，此時(1)與(1')二式變成

$$\frac{\partial P_o}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial y} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial x} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial y} \quad (3)$$

$$\frac{\partial T_o}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial y} \cdot \frac{\partial T_o}{\partial x} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \cdot \frac{\partial T_o}{\partial y} \quad (4)$$

最後這二個式子指出在第一近似值中，在地面上每一點氣壓與溫度的變化，好像在溫度壓力場上的每一點是沿着等 θ 線的方向而運動，其速度則正比於 θ 場的梯度即 $\frac{\partial \theta}{\partial x}$ 與 $\frac{\partial \theta}{\partial y}$ 。

同樣在對流層中任何高度上的溫度變化，亦可用第(4)式表示，祇要溫度的垂直梯度(即垂直遞減率 r)是個常數的話，換言之如果 r 不隨時間與地點而變化。

戴波洛夫斯基在解釋無向量 $\theta(x, y)$ 的性質時，曾經指出，等 θ 線的場是和某一定高度(H)上的等壓面的等高線場完全相等的。

他求氣壓公式對時間 t 的微分得到

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{P}{P_o} \frac{\partial P_o}{\partial t} + \frac{g\rho Z}{T_o} \frac{\partial T_o}{\partial t}$$

將(1)與(1')式中的 $\frac{\partial P_o}{\partial t}$ 與 $\frac{\partial T_o}{\partial t}$ 的每一項代入上式裏面，我們便得到任意