



# 高等医药院校本科教材

供基础、预防、临床、口腔医学类专业用

# 医学物理学

主编 杨继庆



第四军医大学出版社

# 医学物理学

主 编 杨继庆

编 者 张建保 巨宏博 文 峻

屈学民 龙开平 管 忠

范 云 倪国晖 张晓军

## 内容提要

本书是为高等医药院校本科生编写的医学物理学教材。其内容新颖、翔实，既有本学科的基本知识、基本理论的介绍，又尽可能反映出该学科的新进展、新应用，如次声、生物力学、非线性动力学、非平衡态热力学、电磁场的生物效应、影像物理、医用激光、纳米技术等比较前沿问题的介绍。因此，本书是医学物理学方面有特色的教材。

本书可供医学生的医学物理学教学使用，也可作为医学专业研究生和相关专业人员的参考书。

## 图书在版编目 (CIP) 数据

医学物理学/杨继庆主编. —西安: 第四军医大学出版社, 2002. 6  
ISBN 7-81086-011-9

I. 医... I. 杨... III. 医用物理学 IV. R312

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 017630 号

### 第四军医大学出版社出版发行

(西安市长乐西路 17 号 邮政编码: 710032)

电话: 029-3376765 (发行部) 029-3376763 (总编室)

传真: 029-3376761 E-mail: fmmup03@fmmu.edu.cn

### 第四军医大学印刷厂印刷

\*

开本: 850×1168 1/16 印张: 18.25 字数: 370 千字

2002 年 7 月第 1 版 2002 年 7 月第 1 次印刷

印数: 1~3000 册 定价: 28.00 元

ISBN 7-81086-011-9/ R·10

(购买本社图书, 凡有缺、损、倒、脱页者, 本社负责调换)

# 前 言

物理学是研究物质的基本结构、基本作用和运动形态的一门科学。研究的目的在于揭示物质各层次的内部结构和认识物质运动的普遍规律。它是其它科学和生产技术发展的先导与基础。十九世纪以来，物理学曾长期处于整个自然科学的前沿，对科学和技术的发展、革新起了巨大的促进作用。今后，它仍将是基础学科的带头学科之一。

医学物理学是关于物理学理论与技术在医学领域应用的一门学科。因此，本质上它是一门应用学科，并和其它学科一样，它的根本进展是依赖物理学的理论、方法与技术的发展。医学物理学日益发展和壮大得益于医学发展的需要，反过来它又促进了物理学的发展。

军医大学医学物理学不同于理工院校物理学。它是一门充分体现医、工结合的交叉课程。有其鲜明的针对性，那就是医学的需要、军队的需要、时代的要求。医学物理学以医学基础及临床应用的物理学方法与技术为重点，以新技术、新知识为基础，使学员在有限的学时里了解世界科技动向，了解新技术在医学中应用的前景，在以后的工作中学会自我学习，把握科技发展的动向。使医学物理学的教学更加贴近于现代科技的发展，更加充分地体现为军服务的宗旨，更加充分地为医学研究及临床服务。

物理学在医学上的应用有着悠久的历史渊源，但只是在近二、三十年来，医学物理学作为一门应用学科才有了迅速而广泛的发展。在医学日益走向量化并深入探讨生命微观机制的今天，物理学的理论、方法与技术在医学领域中的应用概括起来主要包括三个方面。同时，这也是医学物理的主要内容。

首先，是用物理的概念和方法去认识人体（包括健康的和病态的）。我们知道，机体生活在周围环境之中。脱离环境而孤立的机体是不可思议的。医药卫生的任务，简单地说，就是研究人的机体怎样在所处的环境中健康地生活下去。为此，要了解人体在各种不同情况下的活动规律，就必须对它的客观环境，诸如力学、热学、光学、电磁学等物理环境及其它相关环境有基本的认识。人机体的运动形式属于高级运动形式，高级运动形式包含了基本的物理学运动原理。以生理过程为例，不管是呼吸、消化和血液循环，无不牵涉到各式各样的生物化学反应，而这些反映以及过程本身又都是和一些力学、分子运动论、热学和电学等过程分不开的。很明显，不掌握基本的物理规律就无法深入理解生命的本质。又如，要弄清血液在血管中的运动情况，在什么情况下容易形成栓塞，就必须知道流体动力学的规律；要了解人体在高速飞行过程中的情况，就必须较好的掌握力学知识；要分析神经的传导，不但需要电学知识，而且还需要非线性动力学的理论；要学习核医学和预防医学就必须学习原子和原子核物理；想用声、光、电、磁等物理因子治疗疾病就必须掌握，有时还需要自己去测量组织的声学、光学、电学、磁学、热学特性。

随着人类对生命现象认识的逐渐深入，医学研究已由组织、细胞层次发展到分子水平，在理论方面也出现了量子生物学。这样一来，必将更深入的触及到生命本质，如疾病发生的微观机理，机体内的调节和控制，新陈代谢的过程以及遗传与变异等的微观基础，从而在寻找防治疾病的根本途径中起到应有的作用。大量研究资料表明，物理学在医学中的应用越来越深入，两者的关系越来越密切。随着科学的发展，物理学在医学中必将发挥越来越大的作用。现在已有不少理论物理工作者和工程技术人员深入到了医学领域。

第二是利用物理的方法和技术，特别是物理研究的最新成果去诊断、治疗疾病。常见的光学显微镜、X光机、心电、脑电、肌电、超声和各种理疗器械对基础医学和临床诊断治疗的贡献为人们早已熟知。X-CT的出现是放射诊断技术上的一个革命性突破，它能消除大量重叠信息，更真实的显示出患部微小的解剖学改变。磁共振成像(MRI)是新发展起来的一种生物磁学核自旋成像技术，这种成像既无放射性损伤，又能获得其他成像技术所不能获取的器官和组织的功能信息。利用放射性核素的示踪作用可以做高灵敏度的监测，放射性示踪原子分析法在放射免疫分析中，可以把灵敏度提高很多倍。在激光医学中，利用激光的优异特性可以做很精细的手术，例如用激光做矫治眼睛屈光不正手术，损伤小、视力恢复稳定。还可用光纤把激光导向体内进行治疗。利用射线治疗肿瘤也有新突破，X刀、 $\gamma$ 刀可以在体外对肿瘤做精确的定位治疗。利用其它物理因子的治疗方法也在迅速发展，如利用微波治疗骨肿瘤已取得比较满意的效果，新的理疗技术也在不断出现。计算机对医疗技术现代化的重要性越来越明显，应用计算机和生物控制论研究人体生理和病理过程中各种控制调节系统，从而用新的观点研究疾病发生发展的机理，改进治疗措施，并在祖国医学等基本理论方面发挥积极的作用。

第三也许不太被人们注意，但却是最重要的问题，即确保医务工作者在日常工作中，能够不断获得并用上物理学的成果，特别是新成果。学员在学习医学物理课程时，学习的是基本知识、基本方法、基本技能。这些东西对他们以后的工作是非常有用的。有人说过“将来物理学的思想和方法在医学上的应用，取决于青年医学工作者在早期学习阶段医学物理所激发的想象力的深浅”。物理学在不断发展，新技术、新方法不断出现，医生在以后的工作中还必须不断学习，不断钻研，才能有所创新。许多物理学新理论、新成果将可能影响二十一世纪的科学和技术，明天的人才不能不了解今天的成就。因此以迎接新技术的挑战，实现我军跨世纪发展战略为目标的军医大学医学物理学教学内容的改革就显得十分必要。医生还要善于同物理工作者、工程技术人员合作。大家知道DNA结构的测定和遗传密码的解释构成了二十世纪科学的重大突破，但这项工作是生物学家、物理学家密切配合而完成的。现在的学习的目的是为了以后的应用和创新。在后续课程学习时把自己学习的物理学知识结合进去，学以致用。

这本教材是在多年医学物理系列课程教学的基础上编写而成。与以往的教材相比，内容上进行了较多的更新。考虑到实际应用与发展，本书以基本理论、基本知识为主，增加了医学物理学的最新内容。努力做到突出“军、新、用”的原则，即以物理学新

知识、新技术、新方法为基础，以为军服务和医学应用为重点。其目的是在现有条件下使学员掌握物理学新知识、新理论、新方法和新技术在医学应用的物理基础及应用前景，提高学员利用物理学方法分析问题、解决问题的能力，为学员学习后续课程打下一定的基础。

尽管作了很大的努力，但由于编者水平所限，缺点和错误在所难免。恳望广大读者给予指正。

编 者

2002.3 于西安第四军医大学

# 目 录

<b>第一章 医用声学</b> .....	1
§ 1.1 振动的基础 .....	1
1.1.1 简谐振动 .....	1
1.1.2 谐振动的合成与分解 .....	6
§ 1.2 波和声.....	11
1.2.1 简谐波.....	11
1.2.2 听觉的物理特性.....	15
§ 1.3 超声波.....	19
1.3.1 超声的物理性质及其生物效应.....	19
1.3.2 超声诊断的物理基础.....	20
1.3.3 超声诊断仪简介.....	22
1.3.4 超声治疗及超声的其它应用.....	25
§ 1.4 次声.....	25
1.4.1 次声的特性.....	25
1.4.2 次声在医学及其它方面的应用.....	26
习 题 .....	27
<b>第二章 生物力学</b> .....	29
§ 2.1 力学的基本概念和规律.....	29
2.1.1 运动与力.....	29
2.1.2 应力与变形.....	31
§ 2.2 液体的流动.....	35
2.2.1 流动的描述.....	35
2.2.2 液流连续原理.....	36
2.2.3 伯努利方程.....	37
2.2.4 泊肃叶公式.....	41
2.2.5 层流与湍流.....	42
§ 2.3 骨力学.....	43
2.3.1 骨骼的力学特性.....	44
2.3.2 骨骼的受力形式与性质.....	44
2.3.3 骨折.....	46
2.3.4 骨骼再造.....	47
§ 2.4 肌肉的力学特性.....	47

2.4.1	肌肉的力学模型	47
2.4.2	心肌的力学特性	48
2.4.3	Hill 方程	51
§ 2.5	心血管力学	52
2.5.1	血管的力学性质	52
2.5.2	动脉中的血液流动	54
2.5.3	静脉中的血液流动	62
2.5.4	压强、流量与血管重建	64
	习 题	65
<b>第三章</b>	<b>生物非线性动力学简介</b>	<b>66</b>
§ 3.1	运动及其相空间描述	67
3.1.1	相空间	67
3.1.2	吸引子	70
§ 3.2	混沌运动	71
3.2.1	混沌运动行为	72
3.2.2	奇怪吸引子	74
§ 3.3	分形与分维	74
3.3.1	自相似性	75
3.3.2	分数维	76
§ 3.4	生物系统非线性现象	78
3.4.1	心率变异性	78
3.4.2	可兴奋细胞的振荡和混沌	80
3.4.3	生物混沌控制	82
	习 题	84
<b>第四章</b>	<b>统计物理学和热力学基础</b>	<b>85</b>
§ 4.1	气体分子运动论	86
4.1.1	平衡状态和理想气体状态方程	86
4.1.2	麦克斯韦分子速率分布定律	87
§ 4.2	液体的表面现象	90
§ 4.3	平衡态热力学基础	93
4.3.1	热量和功	93
4.3.2	热力学第一定律	93
4.3.3	热力学第二定律	97
4.3.4	熵与熵增原理	99
§ 4.4	非平衡态系统热力学	100
4.4.1	输运过程	100
4.4.2	耗散结构	102

习 题.....	109
<b>第五章 电磁场及其生物效应.....</b>	<b>111</b>
§ 5.1 静电场和稳恒磁场 .....	111
5.1.1 静电场 .....	111
5.1.2 稳恒磁场 .....	116
§ 5.2 电介质和磁介质 .....	118
5.2.1 电介质及其极化规律 .....	118
5.2.2 磁介质及其磁化规律 .....	120
§ 5.3 电磁场和电磁波 .....	122
§ 5.4 电磁场的生物效应 .....	126
§ 5.5 微波基本理论及医学应用 .....	129
5.5.1 微波基本理论 .....	129
5.5.2 微波的生物效应 .....	132
5.5.3 微波治疗恶性肿瘤 .....	137
5.5.4 微波电磁场的防护 .....	139
习 题.....	141
<b>第六章 放射与影像物理学.....</b>	<b>142</b>
§ 6.1 氢原子的玻尔理论 .....	142
6.1.1 氢原子光谱的规律 .....	142
6.1.2 玻尔的氢原子理论 .....	144
§ 6.2 量子力学概貌 .....	146
6.2.1 光与粒子的二象性 .....	146
6.2.2 波函数的统计解释 .....	147
6.2.3 薛定谔方程及对氢原子的解 .....	149
6.2.4 量子力学对原子系统的描述 .....	150
§ 6.3 X 射线 .....	152
6.3.1 X 射线的产生 .....	152
6.3.2 X 射线谱 .....	152
6.3.3 X 射线的性质 .....	154
6.3.4 物质对 X 射线的吸收(衰减)规律 .....	155
6.3.5 X 射线在医学上的应用 .....	156
6.3.6 电子计算机 X 射线断层成像 .....	157
§ 6.4 原子核和放射性 .....	160
6.4.1 原子核的组成 .....	160
6.4.2 原子核的平均结合能 .....	161
6.4.3 (核)磁共振成像 .....	162
6.4.4 核衰变 .....	165

§ 6.5 射线与物质的相互作用 .....	168
6.5.1 带电粒子与物质的相互作用 .....	169
6.5.2 $\gamma$ 光子与物质的相互作用 .....	170
6.5.3 中子与物质的相互作用 .....	171
6.5.4 辐射剂量及探测 .....	172
§ 6.6 核医学成像与放射治疗 .....	174
习 题.....	177
<b>第七章 医用激光</b> .....	179
§ 7.1 激光的产生原理 .....	179
7.1.1 光源 .....	179
7.1.2 激光的产生原理 .....	180
§ 7.2 激光的模式 .....	183
7.2.1 谐振腔的谐振频率 .....	183
7.2.2 激光的纵模 .....	183
7.2.3 激光的横模 .....	184
§ 7.3 激光的特性 .....	185
7.3.1 激光的方向性 .....	185
7.3.2 激光的高亮度 .....	186
7.3.3 激光的单色性 .....	186
7.3.4 激光的相干性 .....	187
§ 7.4 医学中常用的激光器 .....	189
7.4.1 气体激光器 .....	189
7.4.2 固体激光器 .....	193
§ 7.5 激光的测量 .....	196
7.5.1 探测器的主要参数 .....	197
7.5.2 热探测器 .....	198
7.5.3 光电探测器 .....	199
§ 7.6 医用激光技术 .....	202
7.6.1 光导纤维及其在医学上的应用 .....	202
7.6.2 激光多普勒技术 .....	204
7.6.3 激光流式细胞计 (FCM) .....	205
7.6.4 激光共焦扫描显微镜 .....	206
7.6.5 激光全息术原理 .....	208
§ 7.7 激光的生物学作用 .....	209
7.7.1 激光参数的问题 .....	209
7.7.2 生物组织的光学特性 .....	211
7.7.3 激光对生物组织的作用 .....	212

§ 7.8 激光武器及其战伤防护 .....	214
7.8.1 战略激光武器的现状与发展动向 .....	215
7.8.2 战术激光武器的现状与发展动向 .....	215
7.8.3 激光战伤防护 .....	216
§ 7.9 激光的危害和防护 .....	217
习 题 .....	219
<b>第八章 医用电子仪器基础</b> .....	<b>220</b>
§ 8.1 晶体二极管 .....	220
8.1.1 N型半导体和P型半导体 .....	220
8.1.2 晶体二极管 .....	221
§ 8.2 晶体三极管 .....	222
§ 8.3 晶体管放大电路基础 .....	224
§ 8.4 放大器中的反馈 .....	225
8.4.1 反馈的概念与种类 .....	225
8.4.2 负反馈对放大器性能的影响 .....	226
§ 8.5 射极输出器 .....	228
§ 8.6 集成运算放大器 .....	228
8.6.1 集成运算放大器的组成与基本参数 .....	228
8.6.2 线性放大基本电路 .....	230
§ 8.7 医用传感器 .....	237
8.7.1 医用传感器的定义与组成 .....	237
8.7.2 医用传感器的作用与分类 .....	237
8.7.3 化学传感器 .....	239
8.7.4 生物传感器 .....	241
8.7.5 微生物传感器 .....	243
8.7.6 生物医用电极 .....	244
习题 .....	250
<b>第九章 纳米技术</b> .....	<b>252</b>
§ 9.1 纳米技术简介 .....	252
§ 9.2 扫描隧道显微镜 (STM) .....	253
9.2.1 STM 的基本原理 .....	253
9.2.2 STM 的应用 .....	254
9.2.3 STM 的局限性与发展 .....	256
§ 9.3 原子力显微镜 (AFM) .....	257
9.3.1 AFM 的工作原理 .....	257
9.3.2 AFM 微悬臂弯曲的检测方式 .....	258
9.3.3 AFM 的应用 .....	259

§ 9.4 纳米材料 .....	260
9.4.1 纳米材料的研究历史 .....	260
9.4.2 纳米材料与其他学科的关系 .....	261
9.4.3 纳米结构的研究进展 .....	263
9.4.4 纳米结构单元 .....	265
9.4.5 纳米材料的性能 .....	269
9.4.6 纳米材料的应用 .....	274
习 题 .....	276
<b>附录</b> .....	277
一、国际单位制 .....	277
二、基本物理常数 .....	280

## 第一章 医用声学

波动是振动的传播过程，同时也是一种重要的能量传播形式，比如声波就是机械振动在弹性媒质中的传播过程。本章主要介绍和讨论有关振动、波动及声波的基本知识和理论，并简要介绍可听声、超声及次声在生物医学方面的应用。

### § 1.1 振动的基础

物体在平衡位置附近来回往复的运动称为振动或振荡。自然界广泛存在着振动。钟摆的摆动，琴弦的振动是机械振动。广义地讲，振动不只限于机械振动，还有电的振动、磁的振动和光的振动等。即只要一个物理量在一定值附近来回变动就称之为振动，如交流电、电磁波等。对于人体来说，耳朵鼓膜的振动、声带的振动、心脏的跳动、脉搏的振动以及几乎所有的生物电磁信号——心电、脑电、心磁等等也都是振动。

各种振动的物理本质不尽相同，但其数学表达却有共同的规律。

#### 1.1.1 简谐振动

##### 一、简谐振动及其特点

最基本和最重要的振动是简谐振动（也称为谐振动）。因为任何复杂的振动，一般来说都可以被看作是由一些不同的谐振动所组成的。

一个作直线振动的质点，如果其位移随时间变化的规律遵从余弦或正弦函数（本章采用余弦函数表示），即：

$$x = A \cos \left( \frac{2\pi}{T} t + \varphi \right) \quad (1.1.1)$$

这一直线振动就是所谓的简谐振动。(1.1.1)式被称为简谐振动的位移方程。 $A$ 表示质点离开平衡位置( $x=0$ )最大位移的绝对值，称为振幅。 $T$ 是简谐振动的周期， $\varphi$ 称初位相。

在振动学中，常把 $2\pi$ 秒内的振动周期数称为圆频率，以 $\omega$ 表示。圆频率与频率 $\nu$ 以及周期 $T$ 三者之间的关系是

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad (1.1.2)$$

因而(1.1.1)式也就可写成：

$$x = A \cos (\omega t + \varphi) \quad (1.1.3)$$

显然，振动质点运动的速度  $v$  和加速度  $a$  可直接利用 (1.1.3) 式求得：

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.1.4)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) \quad (1.1.5)$$

由 (1.1.3) 式和 (1.1.5) 式容易得到：

$$a^2 = -\omega^2 x \quad (1.1.6)$$

位移、圆频率、加速度之间的这种关系是简谐振动的特征，所以 (1.1.6) 式就称为简谐振动的特征方程，它说明简谐振动的加速度与其位移成正比，但二者的方向总是相反的。也就是说，加速度永远指向平衡位置。例如大家熟悉的单摆，一般我们规定其平衡位置为坐标原点。当单摆向左边运动时，位移为负，但加速度为正（向右指向平衡位置）；当单摆向右运动时，位移为正，但加速度为负（向左但仍指向平衡位置）。简谐振动的这一运动学特征，也可以被作为简谐振动的另一种定义。

(1.1.6) 式还可改写为：

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (1.1.7)$$

上式称为简谐振动的运动方程。由于 (1.1.1) 式就是运动方程 (1.1.7) 式的解，所以简谐振动的两种运动学定义是一致的。

从动力学的范畴考虑，根据牛顿第二定律和 (1.1.6) 式可得

$$F = ma = -m\omega^2 x \quad (1.1.8)$$

即简谐振动质点受力的大小与位移成正比，但二者方向相反。也就是说，力的方向总是指向平衡位置。该特点也可作为简谐振动的动力学定义。

## 二、描述简谐振动的物理量

简谐振动的主要物理量是振幅  $A$ ，圆频率  $\omega$  和初位相  $\varphi$ 。其中  $A$  是大家所熟悉的物理量。这里主要讨论一下  $\omega$  和  $\varphi$  的物理意义。

### 1. 圆频率 $\omega$

根据 (1.1.2) 式不难看出，圆频率和频率一样都是表示振动快慢的物理量，由于  $\omega$  等于频率  $\nu$  的  $2\pi$  倍，因此称之为圆频率。在运算时，用圆频率  $\omega$  往往比用频率  $\nu$  更方便。所以， $\omega$  是很重要的物理量。

伽利略曾发现谐振动的周期与振幅无关，即（圆）频率与振幅无关。例如，对于水平放置的弹簧振子，根据虎克定律，小球  $m$  所受的弹性力为：

$$F = -kx \quad (1.1.9)$$

式中称为弹簧的倔强系数，它只决定于弹簧本身的性质。比较 (1.1.9) 和 (1.1.8) 可得：

$$\omega^2 = k/m \quad (1.1.10)$$

对于单摆,当摆角很小(一般指小于 $5^\circ$ )时可认为相应的运动是简谐振动。根据牛顿第二定律,摆球所受重力的切向分量为 $F=-mg\sin\theta$ ,因为 $\theta$ 很小,故可认为 $\sin\theta\approx\theta=x/l$ ,其中 $x$ 是位移, $l$ 是摆长,于是有:

$$F = -\frac{m}{l}gx \quad (1.1.11)$$

与(1.1.8)式比较可得:

$$\omega^2 = g/l \quad (1.1.12)$$

由(1.1.10)和(1.1.12)可知,不同的振动系统, $\omega$ 的表示形式各不相同,但共同的特点是 $\omega$ 的大小只决定于系统本身的性质( $k$ ,  $m$ ,  $g$ 和 $l$ 等)。也就是说,它的大小与振动的振幅及初始条件(初位移、初速度)等外界条件无关。故谐振动的周期、(圆)频率往往又称之为固有周期、固有(圆)频率。

## 2. 位相与初位相

由(1.1.3)式和(1.1.4)式可见,当振幅 $A$ 与圆频率 $\omega$ 一定时,位移和速度都决定于量 $(\omega t + \varphi)$ ,把 $(\omega t + \varphi)$ 称为振动的位相。位相不仅可以确定物体某一时刻的位移(当然也就能确定加速度),还可以确定该时刻的速度。因此, $(\omega t + \varphi)$ 是决定振动物体运动状态(位移和速度)的物理量。

$\varphi$ 是 $t=0$ 时的位相,称为初位相。它是决定振动物体在初始时刻运动状态的物理量。

虽然 $\varphi$ 和 $(\omega t + \varphi)$ 都是角量,但在实际的振动中却不一定代表角度。 $\varphi$ 的大小由初始时刻的运动状态决定。例如,某单摆初始时刻在平衡位置向右运动( $x$ 轴正向),即 $t=0$ 时 $x=0$ 且 $v>0$ ,于是由(1.1.3)和(1.1.4)式可确定初位相 $\varphi=-\pi/2$ 。

通常,只要知道 $t=0$ 时的位移 $x_0$ 和速度 $v_0$ (称为初始条件),就可以由(1.1.3)(1.1.4)式确定振幅 $A$ 和初位相 $\varphi$ :

$$A = \sqrt{x_0^2 + v_0^2/\omega^2}$$

$$\text{tg}\omega = -\frac{v_0}{\omega x_0} \quad (1.1.13)$$

例:如图1.1.1所示,轻弹簧悬挂质量为 $4.00\text{kg}$ 的重物后,其长度伸长了 $0.180\text{m}$ ,如果再用力使重物往下缓慢移动一段距离 $A$ ,然后放手。(1)试证明重物将作简谐振动;(2)求振动的周期和频率。

(弹簧自身质量与重物质量相比可忽略不计)。

解:(1)以未伸长弹簧下端点为原点,取 $x$ 轴沿弹簧指向下方。据虎克定律,弹簧的恢复力 $f$ 为:

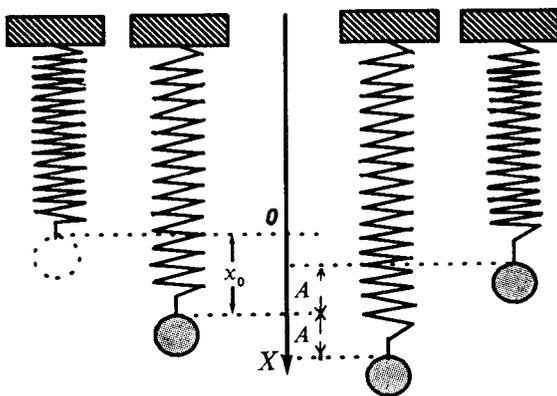


图 1.1.1 弹簧悬挂重物前后及其运动

$$f = -kx$$

悬挂重物后，弹簧伸长  $x_0$  且达到新的平衡，重物所受合外力为 0，则：

$$-kx_0 + mg = 0$$

故：
$$k = \frac{mg}{x_0}$$

当外力使重物进一步位移  $\Delta x$  时，它所受的合力为：

$$F = -k(x_0 + \Delta x) + mg = -k\Delta x$$

可见在弹力和重力的共同作用下，力与位移仍然满足谐振动的特征方程 (1.1.8) 式。这说明重物是在作谐振动。

(2) 可先求出倔强系数  $k$ ：

$$k = \frac{mg}{x_0} = \frac{4.00 \times 9.80}{0.180} = 218 \text{ N/m}$$

再由 (1.1.10) 求得振动周期  $T$  和频率  $\nu$

$$T = 2\pi \sqrt{m/k} = 0.851 \text{ s}$$

$$\nu = \frac{1}{T} = 1.81 \text{ Hz}$$

例：一物体沿 X 轴作谐振动，振幅 0.12m，周期 2.0s。 $t=0$  时的位移为 0.06m，且向 X 轴正向运动。求：(1) 初位相，(2)  $t=0.5$  s 时物体的位置、速度和加速度，(3) 若在  $x=-0.06$  m 处向 X 轴负向运动时，物体的速度、加速度以及从该位置回到平衡位置所需的时间。

解：(1) 因为物体作谐振动，所以据 (1.1.3) 式， $t=0$  时  $\varphi$  满足：

$$0.06 = 0.12 \cos \varphi$$

求得 
$$\cos \varphi = \frac{1}{2}, \varphi = \pm \frac{\pi}{3}$$

又因这时物体向 X 轴正方向运动，即  $v > 0$ ，故根据式 (1.1.4)，应取  $\varphi = -\pi/3$ 。

(2) 将  $A=0.12$  m， $T=2.0$ s， $t=0.5$ s 代入 (1.1.3) 至 (1.1.5) 式可得：

$$x = 0.12 \cos \frac{\pi}{6} = 0.10 \text{ m}$$

$$v = -0.12 \sin \frac{\pi}{6} = -0.19 \text{ m/s}$$

$$a = -0.12 \pi^2 \cos \frac{\pi}{6} = -1.0 \text{ m/s}^2$$

(3) 设  $t=t_1$  时刻， $x=-0.06$  m，则：

$$-0.06 = 0.12 \cos (\pi t_1 - \pi/3) \text{ 即：}$$

$$\cos (\pi t_1 - \pi/3) = -\frac{1}{2}, \text{ 得：}$$

$$\pi t_1 - \pi/3 = 2\pi/3 \quad \text{或：} \quad \pi t_1 - \pi/3 = 4\pi/3$$

由于已知该时刻物体是向 X 轴负方向运动，所以应取  $2\pi/3$  而非  $4\pi/3$ ，由此可得：

$$t_1 = 1.0 \text{ s}$$

该时刻的速度和加速度分别为：

$$v = -0.12\pi \sin(\pi - \pi/3) = -0.33 \text{ m/s}$$

$$a = -0.12\pi^2 \cos(\pi - \pi/3) = 0.59 \text{ m/s}^2$$

从  $x = -0.06 \text{ m}$  处回到平衡位置, 相当于振幅矢量回到位相  $3\pi/2$  处。也就是说, 如果设回到平衡位置处的时刻为  $t_2$ , 则该时刻的位相应等于  $3\pi/2$ , 即:

$$(\omega t_2 + \varphi) = (\pi t_2 - \pi/3) = 3\pi/2$$

于是可求得:  $t_2 = 11/6 \text{ s}$

所以从  $x = -0.06 \text{ m}$  处 ( $t_1$  时刻) 回到平衡位置 ( $t_2$  时刻) 所需的时间为:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{5}{6} \text{ s} = 0.83 \text{ s}$$

### 三、谐振动的旋转矢量表示法 (矢量图示法)

谐振动也可以用旋转矢量法来描述。该表示法能形象地说明简谐振动表示式中  $A$ 、 $\omega$  和  $\varphi$  的物理意义。旋转矢量法在研究和描述振动的合成、波的干涉以及正弦交流电等方面也有很大的方便之处。

如图 1.1.2, 从原点  $O$  作一个矢量  $OM$  (称为振幅矢量), 它的大小等于 (1.1.3) 式中的  $A$ 。设想该矢量在图平面内以匀角速度  $\omega$  逆时针旋转, 并设  $OM_0$  是该矢量在  $t=0$  时刻的位置,  $OM_0$  与  $OX$  轴之间的夹角等于 (1.1.3) 式中的  $\varphi$ 。则任时刻  $t$  矢量  $OM$  与  $OX$  轴之间夹角就等于 (1.1.3) 式中的位相  $(\omega t + \varphi)$ 。当矢量  $OM$  旋转时, 其端点  $M$  在以  $O$  为圆心、 $A$  为半径的圆周上作匀速圆周运动, 这个圆称为参考圆。端点  $M$  在  $OX$  轴上的投影点  $P$  在  $B$ 、 $C$  两点之间作来回往复的运动, 任时刻  $P$  点的位移为:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

这与 (1.1.3) 式相同。可见, 矢量  $OM$  匀速转动时, 其端点  $M$  在  $OX$  轴上的投影点  $P$  的运动就是简谐振动。

由图可见, 振幅矢量转动一周相当于物体振动一个周期; 位相  $(\pi t + \varphi)$  从 0 到  $2\pi$  变化时不同的取值代表了一个振动周期中各个不同的运动状态, 即位相是描述振动物体运动状态的物理量。此外, 由于  $\omega$  在矢量图示法中表示振幅矢量  $OM$  作圆周运动的角速度, 所以经常称之为圆频率或角频率。

### 四、简谐振动的能量

振动系统必须先从外部获得能量才能开始振动。也就是说, 要使物体振动就必须供给它能量。例如给单摆的摆球一个速度使其获得动能, 或者上提摆球达一定高度使其获得重力势能。因此, 振动能量是指引起系统振动的能量, 并不包括未振动时的能量。所以如果可能的话, 最好取未振动时平衡位置的总势能为零。

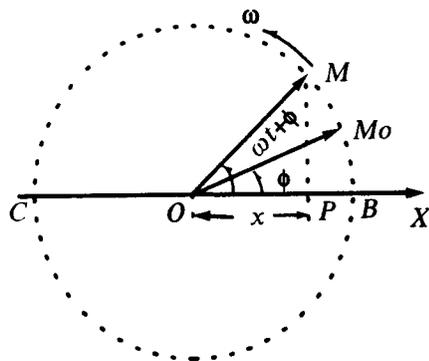


图 1.1.2 简谐振动的矢量图示法