



北京万向思维书业教育数学研究中心成果

## 高二数学

# 教材知识讲解

下A

总主编 刘增利

[审订] 清华大学 王志

章节详解 + 课后解答 + 学科综合 + 思路导航

打造100万销量



北京万向思维



北京教育出版社



一网打尽系列

# 教材知识 详解

高二数学(下A)

主 编: 朱春光 任宏彬  
作 者: 朱春光 任宏彬  
李丽丽

北京万向思维

北京教育出版社

BEIJING EDUCATION PUBLISHING HOUSE

## 北京万向思维幸运之星奖学金评选活动

**参加办法** 凡购买北京万向思维任意产品，填写所附“幸运之星奖学金申请卡”，并于 2005 年 11 月 30 日之前邮寄给我们，就有机会获得万向思维幸运之星奖学金。

**抽奖时间** 第一次：2005 年 6 月 10 日

第二次：2005 年 12 月 10 日

**奖金** 每次均抽出以下奖项：

一等奖 1 名，奖学金 5 000 元

二等奖 10 名，奖学金 1 000 元

三等奖 50 名，奖学金 100 元

鼓励奖 1 000 名，每人赠送一套学习信息资料

一、二、三等奖奖金均为税前，个人所得税由北京万向思维国际教育研究中心代扣代缴。

以上获奖者还将有幸成为万向思维幸运之星，参加全国性、地方性宣传推广活动。

**抽奖结果** 中奖名单将于 2005 年 6 月 30 日和 2005 年 12 月 31 日在万向思维学习网上公布，届时我们还将

以电话或信件方式通知本人，敬请关注。

本次抽奖活动的最终解释权归北京万向思维国际教育研究中心。

本次抽奖活动经北京市海淀区公证处公证

## ● 版权所有 翻印必究 ●

教材知识讲解 高二数学(下 A)

策划设计：北京万向思维基础教育教学研究中心  
中学数学教研组

总主编：刘增利

主编：朱春光 任宏彬

责任编辑：刘振华 马静

责任校对：任宏彬 李丽丽

封面设计：魏晋

出版发行：北京教育出版社

印 刷：陕西思维印务有限公司

经 销：各地书店

开 本：890×1240 1/32

印 张：14.25

字 数：383 千字

版 次：2004 年 12 月第一版

印 次：2004 年 12 月第一次印刷

书 号：ISBN 7-5303-2628-7/G·2595

定 价：15.80 元

# 一网打尽系列 丛书编委会

## 一线名师大联手

清华附中	北大附中	北师大附中	首都师大附中	北京二一四中	北京一零一中学
北京三中	北京五中	北京十四中	北京十一学校	天津渤海中学	北师大实验中学
白云二中	大峪中学	北京十五中	北京十六中	东城教研中心	海淀教师进修学校
育英中学	卫国中学	北京十九中	北京三十一中	西城教研中心	大兴教师进修学校
北医附中	郑州二中	北京二十中	北京四十四中	崇文教研中心	顺义教师进修学校
矿院附中	郑州中学	中央村中学	北京六十六中	朝阳教研中心	教育学院丰台分校
黄村四中	四平二中	如春中学	北京一三八中	密云教研中心	教育学院通州分院
黄村七中	四平十七中	花园村中学	北京一五九中	石家庄教科所	门头沟教师进修学校
黄村八中	嘉诚教研室	梨树第四中学	梨树第一中学	德州五十七中	天津市河西区教研室
郑州五中	太平路中学	梨树师范附中	梨树第二中学	德州大学二附中	郑州市教育局教研室
郑州八中	北京教科院	郑州三十四中	郑州外语中学		河南省第二实验中学

地政司	孙 洋	孙伯云	李 娜	崔 哲	孙君贵	王玉河	朱传世	张春卉
邢冬方	胡明辉	徐 坡	孙伟民	王利平	齐书强	潘晓娟	张连环	杨 利
宋秀英	康京益	吕江人	王潮生	李淑霞	王 兰	孙汉一	陈典月	曾占林
穆昭	赵宝柱	李永波	孙前	熊虹红	刘晓静	徐 珍	马东杰	夏 宇
李瑞航	褚晓波	高乃苗	史玉海	赵经平				
高广伟								
黄玉芳	孙 炯	李星辰	张 平	关 高	张小燕	孙 喆	王文晖	李 德
马玉珍	杜志芳	张素洁	严瑞芳	贾玉娟	周书丽	杨红群	王利华	
刘 威	于 庆	李慧敏	卢晓霞	高红艳	石 娟	陈 梓	刘占林	马三红
应 劲	周先玉	郭玉芬	黄 方	钟静霞	孙妍	张晓燕	张树军	朱建华
何玉玲	戴 明	杜 欣	王开宇	丛广晋	布升彤	李春霞		
陈立华	孙惠平	金文力	王树明	赵 帅	李桂华	唐丽丽	刘 洪	
张文理	湛学清	戚世强	李 莉	吴希莲	张京久	文瑞林	雷晓强	郎含群
边 红	王维诚	陈翠梅	杨艳青	任晓全	张丽霞	王春艳	鲁桂英	程晓丽
杨柏青	郑 哲	韩惠安	李维忠					
马京莉	魏 安	魏新华	谢 红	顾健英	李玉秀	刘怡桦	程文皓	赵玉玲
吴海琴	郭熙娟	曹 帆	毛 海	史立立	孙惠君	于占清	常如正	代明芳
海 涛	徐 先	孙晓君	李东红					
朱 勇	罗 娜	舒嘉文	沈义明	李克峰	张根成	宋 萍	葛本红	陈立华
高红艳	王河丽	郭 娜	荆国海	秦晓明	李 李			
谢丽平	张瑞平	郭文英	张 勇	李文胜	李慧敏	张 升	刘 楠	
陶 利	孟胜修	丁伯乾	高 枫	卢翠瑾	史民春	李 深	刘文宝	孙淑民
赵京秋	刘 峰	孙 岩	李 平	王 新	姜 珊	邓光春	师立新	徐连珠

## 数学审读

## 万向思维专家顾问团

王大捷

语文特级教师，享受国务院特殊津贴的专家。北京市教育学会语文学科研究会常务理事，北京市教育科学规划课题组研究员。光明日报《考试》杂志编委。

多年从事研究教学与高考阅卷，有较高学术与国家级地位；学制曾读到硕士十种，多次在中央电视台、中央人民广播电台、中央教育频道、北京电视台及新闻联播、搜狐网等媒体嘉宾讲座，每年应邀到全国各地讲学。

寄语：立先生云高峰，攀登圣山陡路，是师生共同的希望；而攀登高峰，登上峰顶，靠双手自己！

王乐宏

英语特级教师。2001年被评为北京市优秀教师和师德标兵，享受国务院政府津贴。教学50余年，先后中学和大学各种教材，擅长听读和训练学生用英语思维进行书面表达，经他培养在全国各地讲学。

寄语：丰富的语言知识和较强的综合运用能力是你成为英语才士。

周密宣

物理特级教师，兼北京十五中期校校长。人民教育出版社物理教材编审。光明日报《考试》杂志编委。长期担任北京市物理教研员和研究员。多次组织了人教社《高中物理教材》，编写多部学生用书及教师用书。高中学生物理教材书和教师用书教材等。

寄语：脚踏实地，扎实无华，潜移默化，循序渐进。

程耀东

化学特级教师，北京市教育局评估与督导处副处长，参与人民教育出版社《新课程标准高中化学》课本的编写。中国教育学会教育统计与测量专业委员会委员兼副秘书长，常委；曾获全国基础教育改革奖、中央广播电视台十大名师。著述有《化学基础》，《化学教育新探》，《化学教育新探》。

寄语：白发苍苍，白尾归宿，当一辈子忠于你的人。

夏伯川

生物特级教师。兼北京市教育科学研究院基础教育数学研究中心生物室主任。全国生物学专业委员会常务理事，北京市生物委员会生物学科主任；首都师范大学研究生教育系教授。

寄语：既要通过对生物的学习，加深理解，又要主动参与，不断创新，全面提高自身的生物科学素养。

王建元

数学特级教师，享受国务院特殊津贴的专家。中国教育出版社资深出版教科书，多次被评为“全国先进工作者”、“全国教育系统先进工作者”，被评为“全国优秀共产党员”，被授予“全国优秀教师”称号。

多次在中央人民广播电台、中央电视台、中央教育电视台、北京电视台、香港亚洲电视等做客讲课。

寄语：从医读书，深入浅出，寓而能进精神。而得教学思想，从教学的学习中，获得世博会上发展的教学魅力。

徐光耀

政治特级教师。兼北京市教育科学基础教育教研室高中政治教研室主任，参加全国高校教材编写工作10余年，组织并主编《北京市中学生思想政治课教学大纲评价标准》，北京市《中学思想政治课教材》和教材《现代思想政治课教材》等。

寄语：正确的世界观、人生观、价值观和道德观，是形成良好行为习惯的基础，深邃的理论知识，变形或反形的判断能力和基础，分析问题和解决问题的地方是练出来的，只有多运用所学知识去认识事物，才是不断超越自己认识世界和改造世界的能力。

孟广臣

历史特级教师。兼北京教科院基础教育教研室高中历史教研室主任，全国优秀班主任，全国优秀教育工作者，全国优秀教师，北京市优秀教师，历史教育革新奖，全国优秀教育工作者，基础教育革新奖，全国优秀教师。

寄语：历史知识的真理性，通常同她的深邃性，才能展现的全面性，与历史史料的交叉性，再加学习方法的多样性，掌握这三性，知识一定掌握。

郭正权

地理特级教师。兼中学地理教材编写组，曾负责编写中学地理教材。10多年来致力于中学地理教育事业，并编写教材《中国自然地理简识问答》、《中学地理教材中的名人》、《现代中学生地理教学研究》等地理教育专著，发表地理教学论文数十篇。

寄语：坚定地热爱环境、资源、人口和可持续发展这个主题，密切地联系当地实际，学会分析和思考地理问题的方法，还是学好地理知识的一条必由之路。

## 万向思维学生顾问团



王亦致：2002年以山西省理科第七名的高考成绩考入北京大学，现就读于北大元培计划实验班。

座右铭：Tomorrow is another day.

对学弟学妹的寄语：把握现在，把握自己，用自己的努力创造自己的明天。



王 旋：清华大学2002级电子工程系电子科学与技术专业。高中时获得山西省化学、生物、英语竞赛一等奖，物理竞赛二等奖，大一曾担任班级组织委员。



刘亚清：现就读于北京大学金融系。高中时曾获山西省奥林巴斯青少年物理二等奖，化学二等奖。

2002年高考总分659分（理科），山西省第42名，大同市第一名。



李 静：现就读于北京大学金融系。2002年高考成绩文科状元。中学时曾多次获得省三好学生和优秀班干部称号。

人生格言：自信是远航一切的人生法宝！



李光明：清华大学2001级工业工程系的学生。高中时担任班长三年，参加了全国奥林匹克物理竞赛并在全国高中生比赛中独占鳌头，取得物理一等奖，数学二等奖的成绩。



黄林博：北京大学法学院2003级本科生。

最喜欢的名言是：  
让快乐和必要营养的人多比吃  
的很多的人更健康；同样地，真正  
的学者往往不是读了很多书的人，  
而是读了有用的书的人。

——(古希腊) 亚里士多德



何 畏：就读于清华大学信息学院自动化系，任班长职务，获清华大学新生一等奖学金。

2002年吉林省理科第五名，曾获全国中小学生作文竞赛优秀奖、吉林省中小学作文竞赛二等奖、吉林省化学竞赛二等奖、四平市优秀毕业生干部、吉林省优秀学生干部（高考加10分）等荣誉。

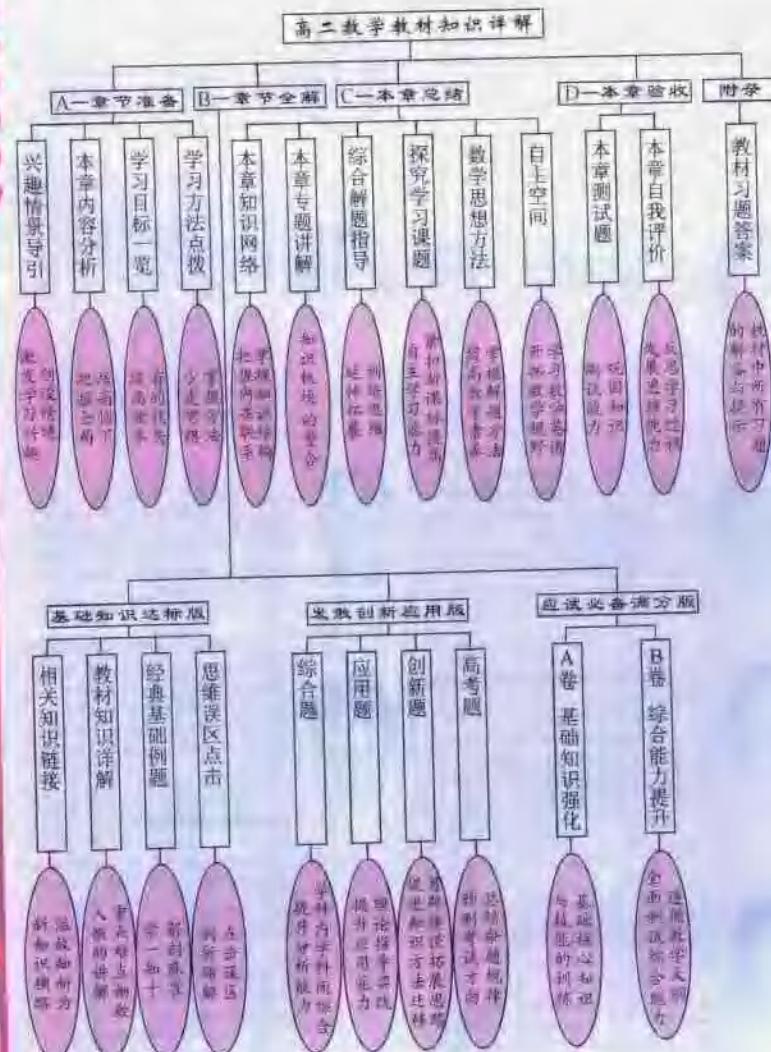


王朝辉：北京大学2002级日语系本科生。在四年日本期间的交流活动中担任日文主持，并兼任北大校长的日文翻译。现担任北大外国语学院学生会副主席，北大中日青年交流会会长兼团长秘书，北大广播台学生节目主任兼播音、记者。

新作为中央电视台音乐频道少年电视艺术团的团员在各地演出，并于“全国城市童声合唱节”获得比赛一等奖。高中时获得北京市优秀学生干部称号，兼任北京十五中学生会文艺部部长，广播台台长，成功策划的广播剧名列区政府第三名。荣膺之金，获中央电视台、北京大学电视台、北京广播电台光华奖，参与了多项栏目的录制活动，暑期曾代表首都大学生远赴澳大利亚进行艺术文化交流活动，在当地引起巨大轰动。

自己的格言：生命中，没  
有什么是绝对的目标。生命的底，因不断生长，而永远找  
不到停泊的那一天。

### 来自作者的使用说明



# CONTENTS 目录

## 第九章 直线、平面、简单几何体

### A——章节准备

- 一、兴趣情景导引 ..... (1)
- 二、本章内容分析 ..... (1)
- 三、学习目标一览 ..... (1)
- 四、学习方法点拨 ..... (2)

### B——章节全解

#### 9.1 平面

- I 基础知识达标版 ..... (2)
- 一、相关知识链接 ..... (2)
- 二、教材知识详解 ..... (3)
- 三、经典基础例题 ..... (6)
- 四、思维误区点击 ..... (10)
- II 发散创新应用版 ..... (11)
- 一、综合题 ..... (11)
- 二、应用题 ..... (12)
- 三、创新题 ..... (13)
- 四、高考题 ..... (14)
- III 应试必备满分版 ..... (14)

- A 卷 基础知识强化 ..... (14)
- B 卷 综合能力提升 ..... (15)
- 参考答案与点拨 ..... (16)

#### 9.2 空间直线

- I 基础知识达标版 ..... (18)
- 一、相关知识链接 ..... (18)
- 二、教材知识详解 ..... (18)
- 三、经典基础例题 ..... (23)
- 四、思维误区点击 ..... (27)
- II 发散创新应用版 ..... (28)

- 一、综合题 ..... (28)
- 二、应用题 ..... (28)
- 三、创新题 ..... (29)
- 四、高考题 ..... (30)

### III 应试必备满分版 ..... (32)

- A 卷 基础知识强化 ..... (32)
- B 卷 综合能力提升 ..... (33)
- 参考答案与点拨 ..... (35)

#### 9.3 直线与平面平行的判定和性质

- I 基础知识达标版 ..... (40)
- 一、相关知识链接 ..... (40)
- 二、教材知识详解 ..... (40)
- 三、经典基础例题 ..... (41)
- 四、思维误区点击 ..... (43)

### II 发散创新应用版 ..... (44)

- 一、综合题 ..... (44)
- 二、应用题 ..... (46)
- 三、创新题 ..... (47)
- 四、高考题 ..... (47)

### III 应试必备满分版 ..... (48)

- A 卷 基础知识强化 ..... (48)
- B 卷 综合能力提升 ..... (49)
- 参考答案与点拨 ..... (51)

#### 9.4 直线与平面垂直的判定和性质

- I 基础知识达标版 ..... (56)
- 一、相关知识链接 ..... (56)
- 二、教材知识详解 ..... (56)
- 三、经典基础例题 ..... (62)
- 四、思维误区点击 ..... (68)

### II 发散创新应用版 ..... (69)

- 一、综合题 ..... (69)
- 二、应用题 ..... (71)

# CONTENTS 目录

三、创新题	(73)	Ⅲ应试必备满分版	(133)
四、高考题	(74)	A 卷 基础知识强化	(133)
Ⅲ应试必备满分版	(76)	B 卷 综合能力提升	(134)
A 卷 基础知识强化	(76)	参考答案与点拨	(136)
B 卷 综合能力提升	(77)	9.7 棱柱	
参考答案与点拨	(79)	I 基础知识达标版	(143)
9.5 两个平面平行的判定和性质		一、相关知识链接	(143)
I 基础知识达标版	(85)	二、教材知识详解	(143)
一、相关知识链接	(85)	三、经典基础例题	(144)
二、教材知识详解	(85)	四、思维误区点击	(145)
三、经典基础例题	(89)	II 发散创新应用版	(146)
四、思维误区点击	(93)	一、综合题	(146)
II 发散创新应用版	(95)	二、应用题	(147)
一、综合题	(95)	三、创新题	(149)
二、应用题	(98)	四、高考题	(154)
三、创新题	(99)	Ⅲ 应试必备满分版	(156)
四、高考题	(100)	A 卷 基础知识强化	(156)
Ⅲ 应试必备满分版	(101)	B 卷 综合能力提升	(157)
A 卷 基础知识强化	(101)	参考答案与点拨	(158)
B 卷 综合能力提升	(103)	9.8 棱锥	
参考答案与点拨	(104)	I 基础知识达标版	(163)
9.6 两个平面垂直的判定和性质		一、相关知识链接	(163)
I 基础知识达标版	(109)	二、教材知识详解	(163)
一、相关知识链接	(109)	三、经典基础例题	(164)
二、教材知识详解	(109)	四、思维误区点击	(166)
三、经典基础例题	(115)	II 发散创新应用版	(167)
四、思维误区点击	(123)	一、综合题	(167)
II 发散创新应用版	(126)	二、应用题	(170)
一、综合题	(126)	三、创新题	(172)
二、应用题	(128)	四、高考题	(177)
三、创新题	(129)	Ⅲ 应试必备满分版	(180)
四、高考题	(130)	A 卷 基础知识强化	(180)

# CONTENTS 目录

B 卷 综合能力提升 ..... (181)	B 卷 综合能力提升 ..... (210)
参考答案与点拨 ..... (182)	参考答案与点拨 ..... (211)
研究性学习课题:多面体 欧拉定理的发现	
I 基础知识达标版 ..... (190)	I 本章知识网络 ..... (219)
一、相关知识链接 ..... (190)	二、本章专题讲解 ..... (219)
二、教材知识详解 ..... (190)	三、综合解题指导 ..... (222)
三、经典基础例题 ..... (190)	(一) 学科内综合题 ..... (222)
II 发散创新应用版 ..... (191)	(二) 学科间综合题 ..... (223)
一、综合题 ..... (191)	(三) 应用题 ..... (224)
二、应用题 ..... (192)	(四) 创新题 ..... (225)
三、创新题 ..... (193)	(五) 高考题 ..... (227)
III 应试必备满分版 ..... (195)	四、探究学习课题 ..... (228)
A 卷 基础知识强化 ..... (195)	五、数学思想方法 ..... (229)
B 卷 综合能力提升 ..... (196)	六、自主空间 ..... (232)
参考答案与点拨 ..... (197)	(一) 双语教学 ..... (232)
9.9 球	
I 基础知识达标版 ..... (200)	(二) 漫游数学世界 ..... (233)
一、相关知识链接 ..... (200)	D——本章验收
二、教材知识详解 ..... (200)	I 本章测试题 ..... (235)
三、经典基础例题 ..... (201)	参考答案与点拨 ..... (238)
四、思维误区点击 ..... (202)	II 本章自我评价 ..... (243)
II 发散创新应用版 ..... (203)	<b>第十章 排列、组合和二项式定理</b>
一、综合题 ..... (203)	A——章节准备
二、应用题 ..... (204)	一、兴趣情景导引 ..... (244)
三、创新题 ..... (206)	二、本章内容分析 ..... (244)
四、高考题 ..... (207)	三、学习目标一览 ..... (244)
III 应试必备满分版 ..... (209)	四、学习方法点拨 ..... (244)
A 卷 基础知识强化 ..... (209)	

# CONTENTS 目录

## B——章节全解

B——章节全解	
10.1 分类计数原理和分步计数原理	
I 基础知识达标版	(245)
一、相关知识链接	(245)
二、教材知识详解	(245)
三、经典基础例题	(246)
四、思维误区点击	(249)
II 发散创新应用版	(249)
一、综合题	(249)
二、应用题	(251)
三、创新题	(251)
四、高考题	(252)
III 应试必备满分版	(254)
A 卷 基础知识强化	(254)
B 卷 综合能力提升	(255)
参考答案与点拨	(257)
10.2 排列	
I 基础知识达标版	(263)
一、相关知识链接	(263)
二、教材知识详解	(263)
三、经典基础例题	(264)
四、思维误区点击	(267)
II 发散创新应用版	(268)
一、综合题	(268)
二、应用题	(269)
三、创新题	(270)
四、高考题	(271)
III 应试必备满分版	(272)
A 卷 基础知识强化	(272)
B 卷 综合能力提升	(274)
参考答案与点拨	(275)
10.3 组 合	
I 基础知识达标版	(281)
一、相关知识链接	(281)
二、教材知识详解	(281)
三、经典基础例题	(281)
四、思维误区点击	(287)
II 发散创新应用版	(288)
一、综合题	(288)
二、应用题	(289)
三、创新题	(290)
四、高考题	(291)
III 应试必备满分版	(292)
A 卷 基础知识强化	(292)
B 卷 综合能力提升	(294)
参考答案与点拨	(296)
10.4 二项式定理	
I 基础知识达标版	(301)
一、相关知识链接	(301)
二、教材知识详解	(302)
三、经典基础例题	(303)
四、思维误区点击	(307)
II 发散创新应用版	(309)
一、综合题	(309)
二、应用题	(312)
三、创新题	(312)
四、高考题	(314)

# CONTENTS 目录

<b>III 应试必备满分版</b> .....	(315)	<b>三、学习目标一览</b> .....	(347)
A 卷 基础知识强化 .....	(315)	<b>四、学习方法点拨</b> .....	(347)
B 卷 综合能力提升 .....	(317)	<b>B——章节全解</b>	
参考答案与点拨 .....	(318)	11.1 随机事件的概率	
<b>C——本章总结</b>			
一、本章知识网络 .....	(325)	<b>I 基础知识达标版</b> .....	(348)
二、本章专题讲解 .....	(325)	一、相关知识链接 .....	(348)
三、综合解题指导 .....	(329)	二、教材知识详解 .....	(348)
(一) 学科内综合题 .....	(329)	三、经典基础例题 .....	(349)
(二) 学科间综合题 .....	(331)	四、思维误区点击 .....	(353)
(三) 应用题 .....	(331)	<b>II 发散创新应用版</b> .....	(354)
(四) 创新题 .....	(332)	一、综合题 .....	(354)
(五) 高考题 .....	(333)	二、应用题 .....	(356)
四、探究学习课题 .....	(333)	三、创新题 .....	(357)
五、数学思想方法 .....	(334)	四、高考题 .....	(357)
六、自主空间 .....	(338)	<b>III 应试必备满分版</b> .....	(358)
(一) 双语数学 .....	(338)	A 卷 基础知识强化 .....	(358)
(二) 漫游数学世界 .....	(338)	B 卷 综合能力提升 .....	(360)
<b>D——本章验收</b>			
<b>I 本章测试题</b> .....	(339)	参考答案与点拨 .....	(361)
参考答案与点拨 .....	(342)	11.2 互斥事件有一个发生的概率	
<b>II 本章自我评价</b> .....	(346)	<b>I 基础知识达标版</b> .....	(364)
<b>第十一章 概 率</b>			
<b>A——章节准备</b>			
一、兴趣情景导引 .....	(347)	一、相关知识链接 .....	(364)
二、本章内容分析 .....	(347)	二、教材知识详解 .....	(364)
三、学习目标一览 .....	(347)	三、经典基础例题 .....	(365)
四、学习方法点拨 .....	(347)	四、思维误区点击 .....	(368)
<b>II 发散创新应用版</b> .....			
一、综合题 .....	(369)	一、综合题 .....	(369)
二、应用题 .....	(372)	二、创新题 .....	(372)
三、创新题 .....	(372)		

# CONTENTS 目录

四、高考题	(372)
<b>III 应试必备满分版</b>	(373)
A 卷 基础知识强化	(373)
B 卷 综合能力提升	(374)
参考答案与点拨	(375)
11.3 相互独立事件同时 发生的概率	
<b>I 基础知识达标版</b>	(377)
一、相关知识链接	(377)
二、教材知识详解	(377)
三、经典基础例题	(378)
四、思维误区点击	(380)
<b>II 发散创新应用版</b>	(381)
一、综合题	(381)
二、应用题	(382)
三、创新题	(382)
四、高考题	(383)
<b>III 应试必备满分版</b>	(385)
A 卷 基础知识强化	(385)
B 卷 综合能力提升	(386)
参考答案与点拨	(388)

## C——本章总结

一、本章知识网络	(392)
二、本章专题讲解	(392)
三、综合解题指导	(395)
(一) 学科内综合题	(395)
(二) 学科间综合题	(396)
(三) 应用题	(397)
(四) 创新题	(397)
(五) 高考题	(399)
四、探究学习课题	(400)
五、数学思想方法	(401)
六、自主空间	(403)
(一) 双语数学	(403)
(二) 漫游数学世界	(404)

## D——本章验收

<b>I 本章测试题</b>	(405)
参考答案与点拨	(407)
<b>II 本章自我评价</b>	(410)
附录 教材习题答案	(411)

# 第九章 直线、平面、简单几何体

想像力比知识更重要

-爱因斯坦

A

## 一、兴趣情景导引

有这样一个问题：在一个底面直径为4 cm、高为20 cm的圆柱形容器内，放置半径为1 cm的圆球，当最上面的圆球不超过圆柱形容器的上底面时，最多可放置多少个圆球？有的同学想当然：每层可放2个，高度为2 cm，自然可放10层共20个。更多的同学想这样放肯定不对，把相邻的两个交错放置时才尽可能地多，所以结果也一定比20多，但到底是多少呢？相信同学们通过这一章的学习，自己就会把这个问题搞清楚并找出正确答案来。希望同学们能把这部分内容学好、用好。

## 二、本章内容分析

本章内容分为两部分：空间直线和平面；简单几何体。所有这些内容的总和我们称之为立体几何：研究空间几何要素（点、线、面）间的位置关系的一门数学学科。点、线、面的位置关系是立体几何的主要研究对象，同时也是我们研究简单几何体的理论基础，简单几何体是点、线、面位置关系的巩固和发展，两者构成一个完整的立体几何知识体系。

研究立体图形，一方面要注意立体图形问题与平面图形问题的区别，考虑问题时要着眼于整个空间，而不能局限于一个平面，另一方面要注意立体图形与平面图形的联系，立体图形中有些点在同一平面内，对平面图形的研究是讨论立体图形的基础，立体图形的问题常常转化为平面图形的问题来解决。

学习立体几何的知识，需要空间想像力，即对于几何图形的形状、大小、位置关系及其运动变化的认识与处理的能力；运用图形、文字、符号这三种数学语言的能力，即整体认识几何模型，用三种数学语言对之综合描述，并能由一种描述转化为其他描述的能力；需要体会和运用转化的思想方法，善于将空间问题转化为平面问题来处理。

## 三、学习目标一览

1. 掌握平面的基本性质，会画图表示平面。
2. 了解空间两条直线的位置关系，能够画出空间两条直线的各种位置关系的图形；掌握两条直线所成的角和距离的概念（对于异面直线的距离，只要求会利用给出的公垂线计算距离）。

3. 了解空间直线和平面的位置关系,能够画出空间直线和平面的各种位置关系的图形;掌握直线和平面平行的判定定理和性质定理;掌握直线和平面垂直的判定定理和性质定理;掌握斜线在平面上的射影、直线和平面所成的角、直线和平面的距离的概念;了解三垂线定理及其逆定理.
4. 了解两个平面的位置关系,能够画出两个平面的各种位置关系的图形;掌握两个平面平行的判定定理和性质定理;掌握二面角、二面角的平面角、两个平行平面间的距离的概念;掌握两个平面垂直的判定定理和性质定理.
5. 进一步熟悉反证法,会用反证法证明简单的问题.
6. 了解棱柱的概念,掌握棱柱的性质,会用斜二测画法画水平放置的平面图形和直棱柱的直观图.
7. 了解棱锥的概念,掌握正棱锥的性质,会画正棱锥的直观图.
8. 了解多面体、凸多面体、正多面体的概念,了解多面体的欧拉公式.
9. 了解球的概念,掌握球的性质,掌握球的体积及表面积公式.
10. 通过本章教学,培养辩证唯物主义观点和空间想象能力,发展逻辑思维能力.

#### 四、学习方法点拨

1. 立体几何离不开图形,所以学好立体几何应从图形入手,学会看图、学会画图.
2. 学好立体几何,着重三个方面能力的培养:一是空间想像能力;二是逻辑思维能力;三是语言组织能力.
3. 学会符号语言与文字语言之间的转化.
4. 学会把立体几何问题化成平面几何问题去解决,化繁为简.

B

### 9.1 平面

#### I 基础知识达标版

##### 一、相关知识链接

1. 平面几何中,直线是画在平面内的,而直线由无数个点组成,因此平面是由无数个点组成的,这些点中有的在同一条直线上,有的不在同一条直线上.
2. 平面内有无数条直线,这些直线有的互相平行,有的是相交直线.
3. 三角形、平行四边形等都是平面图形.

## 二、教材知识详解

### 1. 平面

#### (1) 平面概念的理解

直观的理解：桌面、黑板面、平静的水面等等都给人以平面的直观的印象，但它们都不是平面，而仅仅是平面的一部分。

抽象的理解：平面是平的，平面是无限延展的，平面没有厚薄。

#### (2) 平面的表示法

##### ①图形表示法：

我们通常用平行四边形来表示平面，有时根据实际需要，我们也用其他的平面图形来表示平面。

##### ②字母表示：

我们常用 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 等希腊字母表示平面，例如，平面 $\alpha$ 、平面 $\beta$ 、平面 $\gamma$ 等等；也可用平行四边形的四个顶点的字母表示，例如，平面 $ABCD$ 等等；还可简单地用平行四边形的对角线的端点字母来表示，例如，平面 $AC$ 或平面 $BD$ 等等（如图9-1-1）。

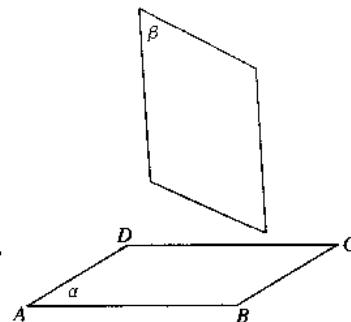


图9-1-1

注意：①画水平放置的平行四边形时，一般应把水平边画成其相邻边的2倍，而锐角画成 $45^\circ$ 。②用单个字母表示平面时，为了不与以前我们学习的角度符号重复，有时也可以用单个的大写的英文字母表示，例如，平面 $M$ 、平面 $N$ 等等。③用单个字母表示平面时，最好把字母标注在平行四边形的锐角内。④在不致引起混淆的情况下，我们有时隐去“平面”二字，而只用如 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 等，但一般情况下只限于用希腊字母表示的时候。

### 2. 平面的基本性质

直观上我们能够判断哪些是平面，哪些是弯曲的面（曲面），但要从数学意义上真正理解什么是平面，还需要有下面的知识才能对平面有更深刻地理解。

公理1：如果一条直线的两个点在一个平面内，那么这条直线上的所有点都在这个平面内（如图9-1-2）。

注意：①这个性质说明平而是“平”的，因为直线是“直”的。②平面是“无限延展的”，因为直线是“无限延伸的”。③如果直线上所有的点都在一个平面内，我们也说这条直线在这个平面内，或者称平面经过这条直线。

涉及本部分内容的符号表示有：

- ①点 $A$ 在直线 $l$ 内，记作 $A \in l$ ；
- ②点 $A$ 不在直线 $l$ 内，记作 $A \notin l$ ；

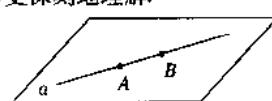


图9-1-2

③点A在平面 $\alpha$ 内,记作 $A \in \alpha$ ;

④点A不在平面 $\alpha$ 内,记作 $A \notin \alpha$ ;

⑤直线l在平面 $\alpha$ 内,记作 $l \subset \alpha$ ;

⑥直线l不在平面 $\alpha$ 内,记作 $l \not\subset \alpha$ ;

注意:符号 $\in$ 、 $\notin$ 、 $\subset$ 、 $\not\subset$ 的使用与集合中这四个符号的使用的区别与联系.

⑦通常用公理1证明一条直线在一个平面内或者一个平面经过一条直线.

公理2:如果两个平面有一个公共点,那么它们还有其他公共点,且所有这些公共点的集合是一条过这个公共点的直线(如图9-1-3).

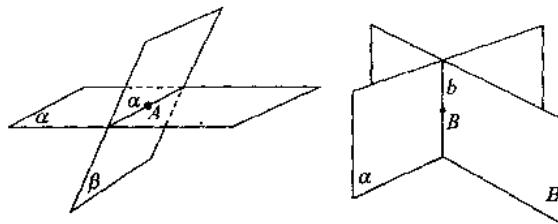


图9-1-3

注意:①这个性质说明平面没有“厚”“薄”之分,否则两个平面的公共点组成的就不仅是“一条”直线.②两个平面有一条公共直线,我们说这两个平面相交,这条公共直线就叫作两个平面的交线.③表示:平面 $\alpha$ 、平面 $\beta$ 的交线为 $l$ ,记作 $\alpha \cap \beta = l$ ,这时我们称平面 $\alpha$ 、平面 $\beta$ 相交于直线 $l$ ,或者称直线 $l$ 是平面 $\alpha$ 、平面 $\beta$ 的交线.简称: $\alpha$ 、 $\beta$ 交于 $l$ 或 $l$ 为 $\alpha$ 、 $\beta$ 的交线.④画两个平面相交,如图9-1-4所示.

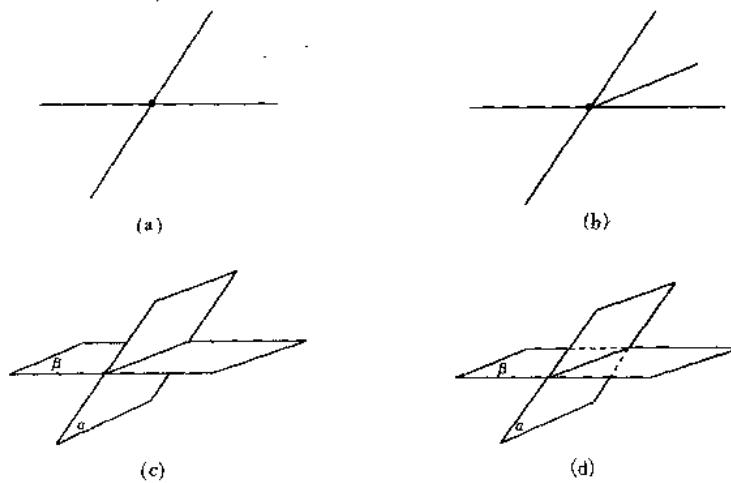


图9-1-4

⑤在画两个或两个以上平面时,有的线可能被遮住,这时这部分线不画或者画成虚线,这是与平面几何不同的.