中学数学基础电视讲座

北京市工农教育研究室 编

三角

輔導資料

中学数学基础电视讲座

三角辅导资料

北京市工农教育研究室　编

冶金工业出版社

内 容 提 要

本《资料》是为配合教育部、中央广播事业管理局举办的“中学数学基础”电视讲座三角课的教学而编写的。全书共分五章：第一章任意角的三角函数；第二章三角恒等式；第三章反三角函数和三角方程；第四章任意三角形的解法；第五章向量、复数和正弦波。

本《资料》的读者对象为：中学数学基础电视讲座的收看者、职工业余学校的学员和教师、广大社会青年，也可供各类中等学校师生参考。

中学数学基础电视讲座

三 角 辅 导 资 料

北京市工农教育研究室　编

*

冶金工业出版社出版

（北京灯市口74号）

新华书店北京发行所发行

太原印刷厂印刷

*

787×1092 1/32　印张8 7/8　字数191千字

1982年2月第一版　1982年2月第一次印刷

印数00,001～52,500册

统一书号：7062·3835　定价0.73元

前　言

为了配合教育部、中央广播事业管理局举办的“中学数学基础”电视讲座三角课的教学，便于学员预习、听课和复习，并为辅导教师提供参考资料，我们根据目前采用的课本——“中学数学基础”《三角》（人民教育出版社出版）组织编写了“中学数学基础电视讲座”《三角辅导资料》，由本讲座三角课主讲教师俞斯晟和北京师范学院数学系戢镇南两位副教授执笔。

本《资料》的内容包括任意角的三角函数，三角恒等式，反三角函数和三角方程，任意三角形的解法，向量、复数和正弦波五章。考虑到在职青年的实际情况和电视教学的特点，本《资料》在编写中，注意了各个教学单元之间的衔接，指出了学习重点和学习方法，并对课程的进度安排、每章的重点和基本要求、每讲的内容、典型的例题以及习题配备等都作了明确的说明，以期指导学员复习和练习。

由于时间仓促，编者水平有限，书中不当之处，恳请读者批评、指正。

北京市工农教育研究室

1981年9月

目　录

第一章　任意角的三角函数

第二章　三角恒等式

第三章　反三角函数和三角方程

第四章 任意三角形的解法

第五章　向量、复数和正弦波

第一章　任意角的三角函数

本章的主要内容为角的概念的推广，任意角的三角函数、三角函数的图象和三角函数的性质，全章共分四节，讲十三讲：第一节角的概念的推广一讲；第二节任意角的三角函数六讲；第三节三角函数的图象与第四节三角函数的性质四讲。

在本章之末有两讲习题课和全章总结说明。

第一节　角的概念的推广

第一讲　角的概念的推广（课本1～6页）

任意大小的角

通过曲柄连杆机构和互相啮合的齿轮的实例，可以引入大于360°的角和负角。

角可以看成是由一条射线绕着它的端点O，从原来的位置OA旋转到另一个位置OB而形成的。如图1-1、旋转开始时的射线OA叫做角α的始边，旋转终止时的射线OB叫做角α的终边，射线的端点O叫做角α的顶点。

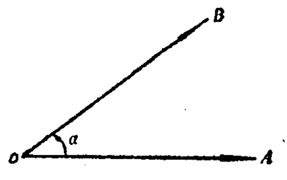

图 1-1

今后，将经常在直角坐标系里讨论角，即使角的顶点与坐标原点重合，始边与x轴正半轴重合。

角的形成可以有两种相反的旋转方向，在直角坐标系

里，把按反时针方向旋转而成的角作为正角，把按顺时针方向旋转而成的角作为负角，如图1-2。当一条射线不作任何旋转时，我们也可把它看成一个角，叫做零角。

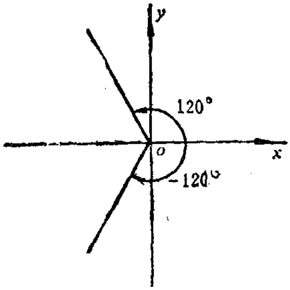

图 1-2

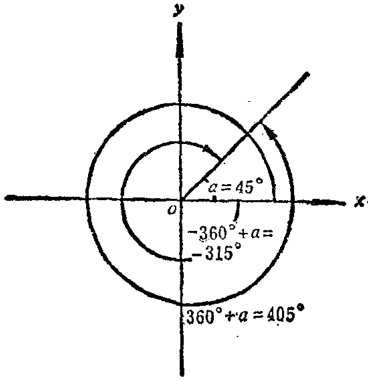

图 1-3

设一条射线从始边形成的角是 α，如图 1-3，$\alpha=45°$。如果 α 的终边按反时针方向再转一圈，得 $360°+\alpha$ 的角；再转两圈，得 $2\times360°+\alpha$ 的角；……。一般，α 的终边按反时针方向再转 n 圈，得 $n\cdot360°+\alpha$ 的角。与此相类似，α 的终边按顺时针方向再转 n 圈，得 $-n\cdot360°+\alpha$ 的角。所有这些角都有相同的始边和终边。通常，所有和 α 角终边相同的角（始边总是取 x 轴的正半轴），连同 α 角在内，可以用公式

$$n\cdot360°+\alpha\ (n=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots\cdots)$$

来表示。n 取正值时，表示 α 角的终边再作反时针方向旋转；n 取负值时，表示 α 角的终边再作顺时针方向旋转。

注意 1° 上式中角 α 是任意角；

2° 终边相同的角不一定相等，但相等的角，终边一定

相同。

角的终边在第几象限，就说这个角是第几象限的角。如45°、405°、-315°都是第一象限的角；120°是第二象限的角；-120°是第三象限的角。若角的终边与x轴或y轴重合，这样的角不属于任何象限，如0°、90°、180°、270°、360°、-90°、-540°的角等。

例 1 判断120°、-45°、30°各是第几象限的角，写出和它们有相同终边的一切角，并把其中在-360°到720°间的角写出来。

解：（1）120°是第二象限的角，与它有相同终边的一切角是

$$n\cdot 360^\circ+120^\circ$$

其中在-360°到720°间的角是：

$$-1\times 360^\circ+120^\circ=-240^\circ$$

$$0\times 360^\circ+120^\circ=120^\circ$$

$$1\times 360^\circ+120^\circ=480^\circ$$

（2）-45°是第四象限的角，与它有相同终边的一切角是

$$n\cdot 360^\circ-45^\circ$$

其中在-360°到720°间的角是：

$$0\times 360^\circ-45^\circ=-45^\circ$$

$$1\times 360^\circ-45^\circ=315^\circ$$

$$2\times 360^\circ-45^\circ=675^\circ$$

（3）30°是第一象限的角，与它有相同终边的一切角是

$$n\cdot 360^\circ+30^\circ$$

其中在-360°到720°间的角是：

$$-1\times360°+30°=-330°$$
$$0\times360°+30°=30°$$
$$1\times360°+30°=390°$$

弧度制

在平面几何中讲过弧度制，下面复习有关概念。

1 弧度的角

当弧长等于半径时，这条弧叫做含有 1 弧度的弧，它所对的圆心角叫做 1 弧度的角。如图1-4。

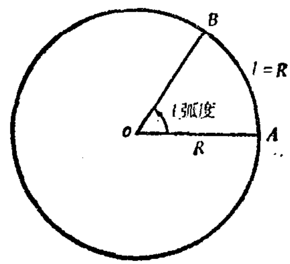

图 1-4

用弧度作单位来度量角（或弧）的制度叫做弧度制。

如果半径为R，弧长为l，那么这条弧所对的圆心角的弧度数α是

$$\alpha=\frac{l}{R}$$

整个圆周所对的圆心角的弧度数是$\frac{2\pi R}{R}$，即2π弧度，而这个角在角度制中是 360°，因此 $360°=2\pi$ 弧度。由此得下表（特殊的角度与弧度的换算表）。

角 度	360°	270°	180°	90°	60°	45°	30°	0°
弧 度	2π	$\frac{3\pi}{2}$	π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0

由于$180°=\pi$弧度，所以

$$1^\circ=\frac{\pi}{180}\text{弧度}\approx0.017453\text{弧度}$$

$$1\text{弧度}=\frac{180^\circ}{\pi}\approx57^\circ17'44.8''$$

利用上述关系，可以进行角度与弧度的换算。

例 1 把$67^\circ30'$化成弧度。

解：$\because\quad 67^\circ30'=67\frac{1}{2}^\circ$

$\therefore\quad 67^\circ30'=\frac{\pi}{180}\text{弧度}\times67\frac{1}{2}=\frac{3\pi}{8}\text{弧度}\approx1.18\text{弧度}$。

例 2 把1.5弧度化成度。

解：$1.5\text{弧度}=\frac{180^\circ}{\pi}\times\frac{3}{2}=\frac{270^\circ}{\pi}\approx85^\circ57'$

在用弧度度量角时，“弧度”二字通常略去不写。例如$\angle AOB=1$弧度，可以写成$\angle AOB=1$；$\alpha=\frac{\pi}{2}$弧度，可以写成$\alpha=\frac{\pi}{2}$。

角的概念推广后，弧度制也要相应地推广。那么和角α有同一条终边的任意角，可以写作

$$2n\pi+\alpha\ (n=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots\cdots)$$

计算弧长公式是

$$l=\alpha R$$

即弧长等于圆心角的弧度数乘以这个圆的半径。

注意 引入弧度制后，使得计算弧长的公式变得十分简单。

锐角三角函数概念的复习

在直角三角形ABC中（图1-5），$\angle C$是直角，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$所对的边长分别是a，b、c，当锐角A确定之后，三条边a、b、c所组成的六个比也就完全确定了，我们把这六个比分别叫做角A的正弦、余弦、正切、余切、正割、余割，记为

$$\sin A=\frac{a}{c} \quad \cos A=\frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} A=\frac{a}{b} \quad \operatorname{ctg} A=\frac{b}{a}$$

$$\sec A=\frac{c}{b} \quad \csc A=\frac{c}{a}$$

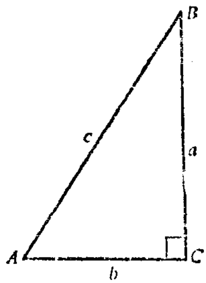

图 1-5

它们统称为锐角的三角函数。

常用的30°、45°、60°的角的函数值如下表：

A	$\sin A$	$\cos A$	$\operatorname{tg} A$	$\operatorname{ctg} A$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

作　　业

复习课本1～6页。预习课本9～15页。

做课本第6页习题　4，5，8双号题，9，11，12。

4．指出下列各角所在象限：

（1）$4\times360°+30°$　　　（2）$-3\times360°+150°$