ZHONGXUE SHUXUE JICHU XUNLIAN SANBAILI

中学数学基础训练300例

福建人民出版社

中学数学基础训练300例

池伯鼎　林宗炘　吴大钟　倪木森

福建人民出版社

中学数学基础训练300例

池伯鼎　林宗炘　吴大钟　倪木森

*

福建人民出版社出版

（福州得贵巷27号）

福建省新华书店发行

福建新华印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/32 5.75印张 124千字

1984年3月第1版

1984年3月第1次印刷

印数：1—280,350

书号：7173·627　　定价：0.49元

目录

1

基本练习题

代　　数

填空：（1—72）

1.若实数a、b、c在数轴上的对应点如图：（O为原点）

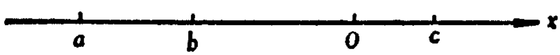

图 1

则$\sqrt{a^2}-|a+b|+|c-a|+|b+c|=$__________。

2.在实数集中，若$\sqrt{(5-a)(a-3)^2}=(a-3)\sqrt{5-a}$，则$a$的范围是________________。

3.$\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\cdot\sqrt[6]{9+4\sqrt{5}}=$________。

4.如果-2和5是二次三项式ax^2+bx+c的两个根，则ax^2+bx+c可分解因式为__________。

5.若$a^{3x}=1$（$a>0$），则x的值是______________。

6.n为自然数，x、y为实数，若$(3x-2)^{2n+1}=y^{2n+1}$，则x、y的关系式是________________；若$(3x-2)^{2n}=y^{2n}$，则x、y的关系式是______________。

7.已知　$\lg2=0.3010$，　$\lg3=0.4771$，　$\lg x=-2.6990$，$\lg y=3.7781$，则$x=$＿＿＿＿＿＿，　$y=$＿＿＿＿＿＿。

8.已知　$\lg99.31=1.997$，则$0.001^{0.001}=$＿＿＿＿＿＿。

9.$\log_{3\sqrt[3]{3}}3^2=$＿＿＿＿＿＿，　$\log_{3^2\sqrt[3]{3}}3=$＿＿＿＿＿＿。

10.若$\lg2.512=0.4000$，则$\sqrt[6]{0.0002512}=$＿＿＿＿＿＿。

11.如果$0<a<1$，比较$\log_a0.5$、$\log_a2$、$\log_a3$的大小：＿＿＿＿＿＿＿＿，而$\log_{0.5}a$、$\log_2a$、$\log_3a$的大小是：＿＿＿＿＿＿＿＿。

12.若α为正锐角，则$3^{|\log_3\sin\alpha|}=$＿＿＿＿＿＿。

13.若　$a^{\sqrt{2}}<a^{1.4}$，则a的范围是＿＿＿＿＿＿。

14.若$\log_{\frac{1}{8}}x^2>0$，则x的范围是＿＿＿＿＿＿＿＿。

15.若$\left|\frac{1}{x}\right|\geqslant2$，则$x$的范围是＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

16.若$\sqrt{a}>a$，则实数a的范围是＿＿＿＿＿＿＿＿。

17.x为实数，且$\frac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x-3}+(x-2)^2=0$，　则$x=$＿＿＿＿＿＿＿＿。

18.$-\sqrt{3}$，　$5-\sqrt{2}i$，　0，　π，　$\frac{22}{7}$，　$-4i$，　$|-\sqrt{3}i|$这些数中，＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿是复数；＿＿＿＿＿＿＿＿是纯虚数；＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿是无理数。

19.复数$5\left(\cos\frac{\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3}\right)$的模$r=$＿＿＿＿＿＿，幅角主值$\theta=$＿＿＿＿＿＿；复数$-5\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$的模$r$

$=$ ________，幅角的主值$\theta=$ ________。

20. 复数$1+\cos\alpha+i\sin\alpha\left(0\leqslant\alpha\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$的模$r=$ ______，幅角主值$\theta=$ ________________；此复数指数式是________________。

21. 复数$1+\sin\alpha+i\cos\alpha\left(0\leqslant\alpha\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$的模$r=$ ______，幅角主值$\theta=$ ____________。

22. $(1-3i)^2=$ __________，$|1-3i|^2=$ __________。

23. 把复数$\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$所表示的向量按逆时针方向旋转$\frac{\pi}{6}$，所得的新向量所表示的复数是______________。

24. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{1000}=$ ____________。

25. $a=b$是$am=bm$的______________条件。（充分、必要、充要）

26. 若关于x的方程$\frac{x+1}{x}=a$无解，则$a=$ ______________。

27. 三元线性方程组有无穷多解的______________条件（充分、必要、充要）是$D=D_x=D_y=D_z=0$。

28. $q<0$是实系数二次方程$x^2+px+q=0$有两个异号的实数根的__________条件。（充分、必要、充要）

29. $x=a$是$x^n=a^n$的__________条件。（充分、必要、充要）

30. 如果虚数$a+bi$是一元n次方程的根，那么它的共轭虚数$a-bi$也是这个方程的根，这句话对吗？为什么？______________________。

31. $a>b$是$ac^2>bc^2$的__________条件。（充分、必要、充要）

32. 若$x\log_a 2<\log_a 4$，则x的范围是________________。

33. 关于x的方程 $(\lg k)x^2-2x+1=0$有两个实根，则k的值是____________________。

34. $A\supseteq B$是 $(A\cap C)\supseteq(B\cap C)$ 的__________条件。（充分、必要、充要）

35. 按对应关系 $x\longrightarrow y=\sqrt{x}$，使$\{x:x\geqslant 0\}$的元素对应于$\{y:$__________$\}$的元素是一一对应。

36. 函数$y=\sqrt{\lg\frac{1}{x}}$的定义域是____________________。

37. 已知$y=f(x)=e^{x+1}$，则$f^{-1}(e^2)=$__________。

38. 设函数$f(x)$对于一切实数x、y都满足：$f(x+y)=(fx)+f(y)$，则 (1) $f(0)=$___0___； (2) $f(-x)=$___$f(x)$； (3) $f\left(\frac{1}{2}x\right)=$___$f(x)$。

39. 描出$y=\frac{\sqrt{x^2}}{x}$的图象____________________。

40. 已知函数$y=f(x)$的图象(如图)，试画出 (1) $y=|f(x)|$的图象； (2) $y=f(|x|)$的图象(草图)。

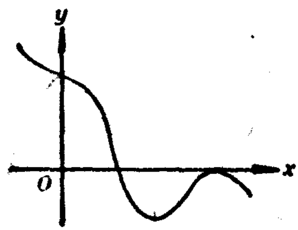

图 2

41. 等腰三角形周长为18cm，则底长x和腰长y的函数关系式(x为自变量)是__________，此函数的定义域为__________，值域为__________。

42. 函数$y=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0)$的图象与x轴的两个交点都

在x轴的正方向上，则a、b、c满足的关系式是________。

43. 实系数二次三项式ax^2+bx+c的值恒为正数时，a、b、c必须满足的关系式是________________。

44. 函数 $y=x^2-2(m+1)x+2(m-1)$ （m为实数）的图象与x轴的交点有________个；若这图象与x轴的交点分布在原点左右两边，则m的范围是____________，若这图象关于y轴对称，则$m=$____________，这图象顶点轨迹的参数方程是________________，它的曲线是________________。

45. 二次函数$y=-x^2+x-4$的定义域是__________，值域是________________。

46. 函数$y=\sqrt{-x^2+6x-5}$的最大值是__________，最小值是______________。

47. 函数$y=\dfrac{2}{3x-1}$的定义域是__________，值域是__________；此函数的反函数是__________，它的定义域是__________，值域是__________。

48. 函数$y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-3x-2}$在区间__________上是减函数，在区间__________上是增函数。

49. 函数$y=1-(\mathrm{ctg}46^\circ)^{4-3x-x^2}$当______________时，$y>0$；当______________时，$y<0$；当__________时，$y=0$。

50. 若$f(x)=ax^2+bx+c$ $(a>0,c<0)$，则$y=|f(x)|$的极大值是______________。

51. 6支不同铅笔分给甲、乙、丙三人，每人2支有____种分法；甲得1支，乙得2支，丙得3支有__________种分法；

一个人得1支，一个人得2支，一个人得3支有________种分法；分成三堆，每堆两支，有______种分法。

52. $(x+y)^n$展开式系数的和是________；$(x-y)^n$展开式系数的和是______；$C_n^0+C_n^2+\cdots+C_n^n=C_n^1+C_n^3+\cdots+C_n^{n-1}=$____________（$n$为偶数）；$(x+2y)^n$展开式系数的和是____________；$(x-2y)^n$展开式系数的和是____________。

53. 若数列的通项公式是$a_n=(-1)^n k$，则$S_{100}=$___0___；$S_{101}=$__________。

54. 若数列通项公式是$a_n=(-1)^n\cdot n$，则$S_{2k}=$__________，则$S_{2k+1}=$____________。

55. 若三数a、b、c既成等差数列，又成等比数列，则a、b、c的关系是____________。

56. 在等差数列中，若$a_m+a_n=a_p+a_q$，则m、n、p、q的关系是___$m+n=p+q$___；若$a_2+a_3+a_4+a_7=10$，则$a_3+a_6=$___5___。

57. 在a、b两数间插入n个数，使它们与a、b组成等差数列，则这个数列的公差是____________，各项之和为____________。

58. 在等比数列中，若$m+n=p+q$（m、n、p、q为自然数），则它的第m、n、p、q项的关系是___$a_m a_n=a_p a_q$___。

59. 某物品降价$q\%$后的价格是a元，则原价是___$\frac{a}{1-q\%}$___。

60. 某工厂第一季度生产机器1000台，以后每季度比上一季度增产20%，则第四季度产量为___$1000(1+20\%)^3$___，全年总产量为____________。

61. 方程$\lg(2^x+3x-5)=x(1-\lg 5)$的解$x=$ __________.

62. 若$\lg x^2=2$，则$x=$ ______________；若$2\lg x=2$，则$x=$ __________.

63. 方程组$\begin{cases}\lg x+\lg y=\lg 6-\lg 3,\\ (\sqrt{7})^{2x}\cdot\left(\dfrac{1}{49}\right)^{-y}=7^5\end{cases}$的解是____________.

64. 已知实系数方程$2x^3-9x^2+ax+b=0$有一个根为$3i+2$，则$a=$ __________，$b=$ __________，另两根为______________.

65. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 4x}=$ __________；$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x}{x}=$ __________；

$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\mathrm{tg}x-\mathrm{tg}a}{x-a}=$ __________.

66. $\lim\limits_{x\to 8}\dfrac{\sqrt[3]{x}-2}{\sqrt{x}-2\sqrt{2}}=$ ______________；

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^m-1}{x^n-1}$（$m$、$n$为自然数）$=$ __________.

67. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{3}{n^2}+\dfrac{5}{n^2}+\cdots+\dfrac{999}{n^2}\right)=$ __________；

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{3}{n^2}+\dfrac{5}{n^2}+\cdots+\dfrac{2n-1}{n^2}\right)=$ __________.

68. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{3}{x}\right)^x=$ __________；$\lim\limits_{x\to 0}(1-3x)^{\frac{1}{x}}=$ __________；

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{5x-3}=$ ________.

69. 若 $y=x^t$，则 $y_x'=$ ________，$y_t'=$ ________；若 $f(x)=\sin a\cos x+a^3$，则 $f'(a)=$ ________。

70. 若 $y=\sqrt{\operatorname{tg}\frac{1}{x}}$，则 $y'=$ ____________；若 $y=3\cos^3x^2$，则 $dy=$ ______________。

71. 若 $x^2+y^2=a^2$，则 $y_x'=$ ________；$y_x''=$ ________。

72. $f(x)=\ln\sin x$，且 $f''(\theta)=-2$，则 $\theta=$ ________。

三　角

填空：（73—96）

73. 圆的弧长等于该圆内接正三角形的边长，则这弧所对的圆心角的弧度数是________。

74. 终边在x轴上的角的集合是________；终边在y轴上的角的集合是________。

75. 若 $\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$，当$\theta$为锐角时，$\theta=$ ________；当θ是第二象限的角时，$\theta=$ ____________；当θ为三角形的内角时，$\theta=$ ____________。

76. 已知θ为锐角，则 $\log_{\sin\theta}(1+\operatorname{ctg}^2\theta)=$ -2 ________。

77. 角α在第一象限，则$\frac{\alpha}{2}$在________象限；角α在第二象限，则2α在________象限。

78. 已知 $\cos\alpha=-\frac{1}{2}$，α在第二象限，则$\sin\frac{\alpha}{2}=$ ________，$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=$ ________。

79. 已知$0<\alpha<90°$，$90°<\beta<180°$，则$\alpha+\beta$的取值范围是____________；$\alpha-\beta$的取值范围是____________；

$2\alpha+\beta$ 的取值范围是________；$\alpha-\frac{\beta}{2}$ 的取值范围是________.

80. 若 $\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}+\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}=-\frac{2}{\sin\alpha}$，则$\alpha$的范围是________.

81. 函数 $y=-2\left(\sin x-\frac{3}{2}\right)^2+1$，且 $\frac{5\pi}{6}\leqslant x\leqslant\pi$，则当 x =______时，$y_{极大值}$=______；当 x=______时，$y_{极小值}$ =______.

82. 如图是函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$图象的一段，该函数的定义域为（$-\infty$, ∞），则函数的周期=______，振幅=______；函数式为______；当x=________时，$y_{极大}$=______，当x=________时，$y=0$；函数递减区间是________.

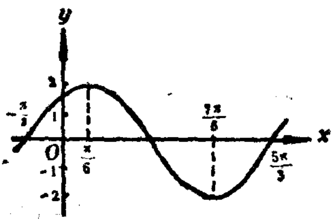

图 3

83. 把$y=\sin x$的图象所有点的纵坐标伸长到原来的2倍（横坐标不变），得(1) y=________，再把(1)的图象上所有点的横坐标伸长到原来的2倍（纵坐标不变），得(2) y=________；再把(2)的图象上所有的点向左平移$\frac{\pi}{4}$个单位，得(3) y=________.

84. 函数 $y=\frac{1}{3}|\sin 2x|$ 的定义域为________，值域为________，周期T=______，它是奇函数还是偶函数________，在________为增函数，在

________为减函数。

85.函数 $y=\sin x\cos x\cos 2x$ 的振幅＝________，周期＝________。

86.函数 $y=\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}$ 的振幅＝________，周期＝________。

87.函数 $y=\operatorname{tg}x-\operatorname{ctg}x$ 的周期＝________。

88.若 $a\cos x+b$ 的极大值是1，极小值是 -7，则 $a=$________，$a\cos x+b\sin x$ 的极大值是________，极小值是________。

89.若 $\cos x\geqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$，则 x 的范围是________。

90.a、b、c 为△ABC 的三边，且 $a:b:c=2:3:4$，则 $\frac{2\sin A-\sin B}{\sin C}=$________。

91.若 A、B 为三角形的内角，且 $\sin 2A=\sin 2B$，则 A 与 B 的关系是________。

92.若 $\sin x=\sin\frac{\pi}{7}$，则 $x=$________；若 $\operatorname{tg}x=\operatorname{tg}\frac{\pi}{7}$，则 $x=$________；若 $\cos x=\cos\frac{\pi}{7}$，则 $x=$________。

93.$\arccos\left(\cos\frac{2\pi}{3}\right)=$________；$\arccos(\cos 5)=$________。

94．函数 $y=\frac{1}{3}\arcsin\sqrt{2x-3}$ 的定义域是________，值域是________。

95.用反三角函数表示角 x：

若 $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\frac{\pi}{2}<x<\pi\right)$，则 $x=$________；

若$\cos x=-\frac{1}{3}\left(\pi<x<\frac{3}{2}\pi\right)$，则$x=$__________。

96. 函数$y=\sqrt{\operatorname{arcctg}x^2}$的值域是_______________。

解 析 几 何

填空：（97—117）

97. 点$P(a,\ b)$关于x轴的对称点是P_1(______)；关于y轴的对称点是P_2(______)；关于原点的对称点是P_3(______)；关于$y=x$的对称点是P_4(______)；关于$y=-x$的对称点是P_5(______)。

98. 直线$x+2y+3=0$的倾斜角$\theta=$_______________。（用反三角函数表示）

99. 直线l过$A(x_1,\ y_1)$、$B(x_2,\ y_2)$两点，若$x_1=x_2$，$y_1\neq y_2$，则l的方程是__________；若$x_1\neq x_2$，$y_1=y_2$，则l的方程是__________。

100. 已知直线l：$(2m^2-7m+3)x+(m^2-9)y+3m^2=0$，当直线$l$的倾斜角为$\frac{\pi}{4}$时，$m=$________；当直线$l$与$x$轴平行时，$m=$________；当直线$l$在$y$轴上的截距为$-4$时，$m=$________。

101. $M(x,\ y)$，求符合下列条件的M点的集合：(画出草图)
$x^2+y^2=0$________；$xy=0$________；$(x-1)^2+2(y+2)^2=0$________；$x^2+(y-1)^2+2=0$________；
$x=|y|$________；$y=\sqrt{x^2}$________；
$(\sqrt{y})^2=(\sqrt{x})^2$________；$\sqrt{y^2}=\sqrt{x^2}$________。

102. 圆$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$中，满足__________条件时，能使圆过原点；满足__________条件时，能

使圆心在y轴上；满足__________条件时，能使圆与x轴相切；满足______________________条件时，能使圆与$x-y=0$相切。

103. 抛物线$y=x^2+px+q$在x轴上的截距为-2、5，则p = ________，q = ________。

104. 如图，抛物线$y=f(x)$与直线$y=g(x)$的一个交点是$P(2,3)$，另一个交点在y轴上，则当______________时，有$f(x)>g(x)$。

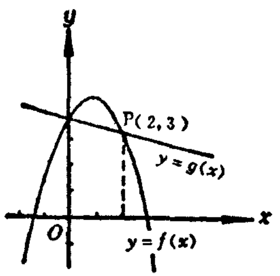

图 4

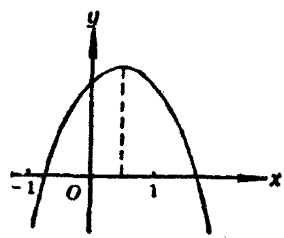

图 5

105. 已知$y=f(x)=ax^2+bx+c$的图象（如图），试判定a，b，c，b^2-4ac，$2a+b$，$a+b+c$，$a-b+c$的符号：

____

____

____________________________________。

106. 椭圆$y^2=2-4x^2$的长轴长为__________，短轴长为__________；顶点坐标是________________；焦点坐标是________________；离心率是__________；准线方程是________________。

107. 已知双曲线过（1，2）点，渐近线方程为$y=\pm\frac{3}{4}x$，

则此双曲线焦点在________轴上，它的方程是________。

108. 直线与抛物线只有一个公共点是这直线与抛物线相切的________条件。（充分、必要、充要）

109. 在极坐标系中给一定点 (ρ_0, θ_0)，则坐标平面上有________点与它对应；给定极坐标平面上的一点，可以写出它的________个极坐标。

110. 过 $(5, 0)$ 点且与极轴垂直的直线的极坐标方程是________。

111. 圆心为 $\left(a, \frac{\pi}{2}\right)$，半径为 a 的圆的极坐标方程是________。

112. 过 $(a, 0)$ 点和极轴相交成 α 角的直线的极坐标方程是________。

113. 曲线 $\rho^2 = \frac{3}{2}\sin 2\theta$ 与 $\rho = \sqrt{3}\cos\theta$ 的交点坐标是________。

114. 把参数方程 $\begin{cases} x = \frac{a}{2}\left(t - \frac{1}{t}\right), \\ y = \frac{b}{2}\left(t + \frac{1}{t}\right) \end{cases}$ 化为普通方程得________。

115. 过点 $M(-3, 2)$，倾角为 $\frac{\pi}{6}$ 的直线参数方程是________。

116. 把直角坐标方程 $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$ 化为极坐标方程得________。

117. 动点 M 到定点 $A(3, -4)$ 的距离比它到定直线 $x = -5$ 的距离少4，则动点的横坐标 x 的范围是________，动点 M 的轨迹方程是________。