HuoXueQiaoLian

桂壮红皮书系列

●丛书主编／陈桂壮

活学巧练

橘子红了

根据义务教育课程标准实验教科书编写

北师大版·新课标

黄冈、海淀、启东、南京、孝感、荆州等地
二十多所重点中学联合编写

九年级数学 上

北京大学出版社

桂壮红皮书系列丛书
GUIZHUANGHONGPISHU

桂壮红皮书系列

根据义务教育课程标准实验教科书编写

活学巧练

北师大版·新课标

九年级数学 上

丛书主编 陈桂壮

本册主编 南 山 王 飞

编 委 王 飞 南 山 何 非
肖 珂 余立新 张 城
江文林 吴 浩 李海波

黄冈、海淀、启东、南京、孝感、荆州等地
二十多所全国重点中学联合编写

北京大学出版社

内容提要

本书以教育部义务教育最新课程标准为依据，以北师大版九年级最新教材为蓝本，分单元（小节）进行编写，是配合2004年秋季九年级上学期教学同步使用的教辅用书。全书主要内容包括“课标要求”、“本节精析”、“典例剖析”、“基础演练”、“探究创新”、“知识精华”、“本章达标”、“成长记录”、“资源开发”。

本书与其他同类图书相比具有三大优点：（1）全面体现新课标要求，汇集全国教育改革先进地区的最新教改成果，将先进的教学理念转化为先进的教学行为；（2）活学教材知识点，明确每个单元的学习目标，精析目标要求；（3）巧练精选试题，先巩固基础知识后扩充提高，同时训练解题技能，总结解题方法。

图书在版编目（CIP）数据

活学巧练·九年级数学·上·北师大版/南山　王飞主编.—北京:北京大学出版社,2004.6
ISBN 7-301-07092-6

Ⅰ.活…　Ⅱ.①南…②王…　Ⅲ.数学课—初中—教学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第021714号

书　　名：活学巧练·九年级数学·上·北师大版
著作责任者：南山　王飞主编
责 任 编 辑：郑全科
标 准 书 号：ISBN 7-301-07092-6/G·1017
出版发行者：北京大学出版社
地　　址：北京市海淀区中关村北京大学校内　100871
网　　址：http://cbs.pku.edu.cn
电　　话：邮购部 01062752015　发行部 01062750672　编辑部 01051893283
电 子 信 箱：zpup@pup.pku.edu.cn
排　版　者：北京科文恒信图书经销有限公司
印　刷　者：北京永鑫印刷有限责任公司印刷
经　销　者：新华书店
787毫米×1092毫米　16开　8.25印张　238千字
2004年6月第1版　2004年6月第1次印刷
定　　价：9.50元

前　言

新课标的颁布，新教材的诞生，像春风一样吹开了中学生教辅读物生机盎然的新天地。

在这百花争艳的新天地中，“桂壮红皮书”以她独特的风格，闪现着自己鲜亮的色彩。

新课标《活学巧练》（第一次修订版）（原《新课标精析巧练》）是一套在新课标精神、新课标理念指导下编写出来的丛书。她着眼于面向全体学生和全面提高学生的思想文化素养，力求为学生的全面发展以及终身发展打下牢固的基础，在以下几方面表现出自己鲜明的特色：

一是新。丛书全面体现了新课程标准的要求，全面体现了学科知识工具性与人文性的统一，全面体现了知识与能力的统一，全面体现了课内与课外的统一。在新理念的指导下，以增长学生知识、发展学生能力、陶冶学生情操为目的，做到了编写思想新，体例设计新，课外选材新，编排手法新，评价方式新，有利于学生创新精神、合作意识的培养和视野的开放。

二是活。丛书不仅注重培养与训练学生多方面的基本能力，注重学生学科知识的积累，而且关注学生获取信息与整合信息能力的培养，关注学生思维品质的训练。丛书在编写中力求做到“活”，即以少胜多，以精驭繁；知识的讲析精练准确，材料的选择精粹简洁，层次的安排精致周全，练习的设计精巧灵活，题型的运用精美生动，答案的点示精要明晰，实实在在体现了“活学巧练”的编写特色。

三是实。丛书内容丰满，在充分利用和整合学习资源的前提下着重培养学生的学科实践能力，让学生在角度丰富的练习实践中、在自主合作探究的学习

方式中学习运用知识的规律。这种厚实的特点可以从本书的栏目设置中看出——课标要求、本节精析、典例剖析、基础演练、探究创新、知识精华、本章达标、成长记录、资源开发——每一块都是一个知识的新天地。

四是美。丛书封面美观，栏目精致，版式新颖，插图贴切，字体端庄，细节生动而又不失朴实文雅，表现出与读者的一种亲切的交流。这样的书，一本在手，既能让读者赏心悦目，又能让读者感到耐看、耐用。

“桂壮红皮书”于 2003 年首先推出了《新课标精析巧练》，面世后获得了各地师生的广泛赞誉。2003 年底到 2004 年初，我们在北京、湖北、江苏、浙江、广东等全国教育改革先进地区作了为期五十多天的调研，许多教育界的专家、教师、学生对本书给予了高度评价，并为本书的再版提出了极其宝贵的建议。“桂壮红皮书”，这套有着品牌效应的丛书，一定能够在广大读者的关爱、呵护与帮助中更显风采。

“桂壮红皮书”编委会

2004 年 5 月

目录

Contents

桂壮红皮书系列丛书

GUIZHUANGHONGPISHU

第一章

证明(二)

1.1 你能证明它们吗

课标要求

1. 了解作为证明基础的几条公理的内容,掌握证明的基本步骤和书写格式.

2. 经历"探索—发现—猜想—证明"的过程,能够用综合法证明等腰三角形的有关性质定理和判定定理.

3. 探索证明思路及方法.

4. 结合实例体会反证法的含义.

本节精析

用综合法证明等腰三角形的有关性质定理和判定定理,掌握证明的基本步骤及书写格式是本节的重点.通过实践操作,探索证明思路和解题方法,以及等腰三角形的性质定理和判定定理的灵活运用是本节的难点.

典例剖析

[例1] 已知:如图1-1-1,$\triangle ABC$中,$AB=AC$,CD,BE是$\triangle ABC$的角平分线,且CD,BE相交于O,你能发现图中有哪些相等的线段吗?请你选择其中的两个结论给予证明.

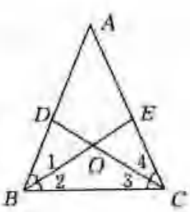


图1-1-1

[答案] 图中相等的线段有:$OD=OE$,$OB=OC$,$BE=CD$,$BD=CE$,$AD=AE$.

证明:∵ $AB=AC$,∴ $\angle ABC=\angle ACB$,又BE,CD是$\angle ABC$和$\angle ACB$的角平分线,∴ $\angle 1=\angle 2=\angle 3=\angle 4$.

∴ $OB=OC$.

在$\triangle DBC$及$\triangle ECB$中,

$\angle DBC=\angle ECB$,$BC=CB$,$\angle 2=\angle 3$.

∴ $\triangle DBC\cong\triangle ECB$,

∴ $BE=DC$.　∴ $OD=OE$.

[剖析] 这是一道探索结论的开放性题目,从直观上不难猜想出图中相等的线段,但在探索图中相等的线段时,容易出现考虑问题不周全,结论出现遗漏的错误.

[方法提炼]

证明相等问题,一般是利用全等三角形来证明,即"SSS"公理、"SAS"公理、"ASA"公理、"AAS"推论等.学习了等腰三角形的性质和判定定理后,证明相等问题的方法就更多了.不能局限只用全等三角形的知识,还要多从等腰三角形的性质去思考,善于寻找、探索知识与知识的结合点.

[例2] 如图1-1-2,点C为线段AB上一点,$\triangle ACM$,$\triangle CBN$是等边三角形,直线AN,MC交于点E,直线BM,CN交于点F.

(1)求证:$AN=BM$;

(2)求证:$\triangle CEF$是等边三角形;

(3)将$\triangle ACM$绕点C按逆时针方向旋转90°,其他条件不变.在图1-1-3中补出符合要求的图形,并判断第(1)(2)两小题的结论是否仍然成立(不要求证明).

图1-1-2

[答案] (1)证明:∵ $\triangle ACM$、$\triangle CBN$是等边三角形.

$\therefore AC=MC, CN=CB, \angle ACM=\angle BCN=60°$.

$\therefore \angle ACN=\angle MCB$.

$\therefore \triangle ACN \cong \triangle MCB$. $\therefore AN=BM$.

(2)证明:由$\triangle ACN \cong \triangle MCB$,得$\angle 1=\angle 2$,

又$CN=CB, \angle BCF=\angle NCE=60°$,$\therefore \triangle BCF \cong \triangle NCE$.

$\therefore CE=CF$.

又$\angle ECF=60°$,$\therefore \triangle ECF$为等边三角形.

(3)补出图形如图1-1-4,$AN=BM$仍然成立,$\triangle CEF$是等边三角形不成立.

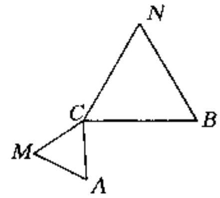


图1-1-3

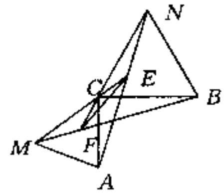


图1-1-4

[剖析] 此例综合考查了等边三角形的性质和判定,但在求解的过程中,由于图形在旋转,容易忽视$\angle ECF=60°$这一结论,在第(3)问中,不能正确补出图形,导致探索结论出现错误.虽然此题在运动中求变化,但在处理问题时,要在运动中求静止,在静止中去思考、去探索.

[例3] 已知如图1-1-5所示,等边三角形ABC中,$AB=2$,点P是AB边上的任意一点(点P可以与A重合,但不与B重合),过点P作$PE \perp BC$,垂足为E;过点E作$EF \perp AC$,垂足为F;过点F作$FQ \perp AB$,垂足为Q,设$BP=x$,$AQ=y$.

(1)写出y与x之间的函数关系式;

(2)当点P与点Q重合时,探究BP的长度是多少?

(3)当线段PE, FQ相交时,探究线段PE, EF, FQ所围成三角形的形状,并直接写出周长的取值范围.

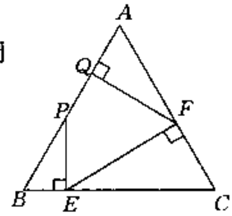


图1-1-5

[答案] (1)$\because \triangle ABC$为等边三角形,$\therefore \angle A=\angle B=\angle C=60°$, $AB=BC=CA=2$.

在$\triangle BEP$中,$\because PE \perp BE, \angle B=60°$,$\therefore \angle BPE=30°$.

而$BP=x$,$\therefore BE=\frac{1}{2}x$,$\therefore EC=2-\frac{1}{2}x$.

在$\triangle CFE$中,$\because \angle C=60°, EF \perp CF$,

$\therefore \angle FEC=30°$,$\therefore FC=1-\frac{1}{4}x$.

同理,在$\triangle FAQ$中可得$AQ=\frac{1}{2}+\frac{1}{8}x$.

而$AQ=y$,$\therefore y=\frac{1}{2}+\frac{1}{8}x(0<x\leqslant 2)$.

(2)当点P与点Q重合时,有$AQ+BP=AB=2$,$\therefore x+y=2$.

$$\therefore \begin{cases} x+y=2, \\ y=\frac{1}{2}+\frac{1}{8}x. \end{cases}$$

解得$x=\frac{4}{3}$.

$\therefore$ 当BP的长为$\frac{4}{3}$时,点P与点Q重合.

(3)探究:$\triangle EFG$为等边三角形.如图1-1-6.

$\because \triangle ABC$为等边三角形.$PE \perp BC, EF \perp AC$.

$\therefore \angle B=\angle C=60°, \angle CEF=30°$,$\therefore \angle GEF=60°$.

同理$\angle EFG=60°$,$\therefore \triangle EFG$为等边三角形.

当P, Q重合时,$\triangle EFG$周长最大;当P与A重合时,$\triangle EFG$的周长最小.

设三角形EFG的周长为c,得

$\frac{3\sqrt{3}}{2}\leqslant c\leqslant 2\sqrt{3}$.

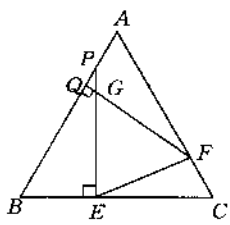


图1-1-6

[剖析] (1)利用等边三角形的性质,直角三角形的性质,建立x与y的等式;(2)利用(1)的结论求解;(3)先

探究所围成三角形的形状，再根据探究的三角形的性质，直接写出周长变化范围。

一、填空题

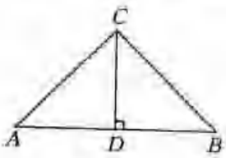
1. 等腰三角形的周长为 36 cm，每腰比底边长 9 cm，等腰三角形三边的长为________cm.

2. 等腰三角形顶角的外角是 50°，则它的底角为________度.

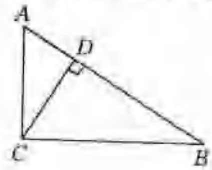
3. 等腰三角形顶角的外角是 110°，则它的顶角为________度.

4. 若$\triangle ABC$ 的周长为 32 cm，且 $AB=AC$，$AD\perp BC$ 于 D，又$\triangle ACD$ 的周长为 24 cm，则 AD 的长为________.

5. 如图为一块三角形的铁板，CD 为$\triangle ABC$ 的高，且 $CD=AD=BD$，若 $AC=5$ cm，则 $BC=$________cm.



第 5 题图



第 6 题图

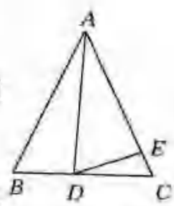
6. 如图，$\angle ACB=90°$，$CD\perp AB$ 于 D，$\angle A=60°$，则 $AC=\frac{1}{2}$________$=2$________，$BC=2$________，$DC=\frac{1}{2}$________.

7. 已知等腰三角形一边长为 12 cm，腰长是底边长的$\frac{3}{4}$，则这个三角形的周长是________cm.

8. 如图，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle BAD=20°$，$AD=AE$，则$\angle CDE=$________.

9. 已知等腰三角形的周长为 8，边长为整数，则腰长是________.

10. 已知$\triangle ABC$ 是等腰三角形，由顶点 A 所引 BC 边的高线恰好等于 BC 边长的一半，则$\angle BAC$ 的度数为________.



第 8 题图

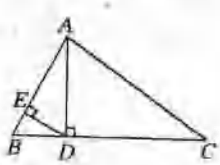
二、选择题

11. 在$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle A=40°$，点 O 在$\triangle ABC$ 内，且$\angle OBC=\angle OCA$，则$\angle BOC$ 的度数为(　　)

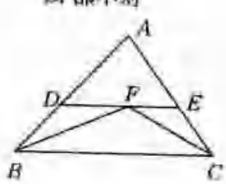
A. 110°　　B. 140°　　C. 35°　　D. 55°

12. 如图，$\angle BAC=90°$，$\angle C=30°$，$AD\perp BC$ 于 D，$DE\perp AB$ 于 E，$BE=1$，则 BC 为(　　)

A. 7　　B. 6　　C. 8　　D. 都不对



第 12 题图



第 13 题图

13. 如图，在$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC$、$\angle ACB$ 的平分线相交于 F，过点 F 作 $DE\parallel BC$，交 AB 于 D，交 AC 于 E，那么下列结论正确的是(　　)

①$\triangle DBF$，$\triangle CEF$ 都是等腰三角形；②$DE=BD+CE$；③$AD+DE+AE=AB+AC$；④$BF=DF$.

A. ③④　　B. ①②　　C. ①②③　　D. ①②③④

14. 在$\triangle ABC$ 中，$\angle BAC$ 的平分线交 BC 于 D，$AC=AB+BD$，$\angle C=30°$，则$\angle B$ 的度数为(　　)

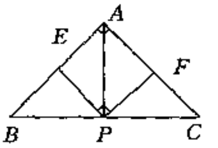
A. 45°　　B. 60°　　C. 75°　　D. 90°

15. 给定命题:①在$\triangle ABC$中,$\angle A=\angle B$,$AC=BC$,则$\triangle ABC$为等边三角形;②在$\triangle ABC$中,$\angle A=2\angle B$,则$BC=2AC$;③在直角三角形中,30°角所对直角边等于斜边上的中线.其中正确的命题个数是(　　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

16. 如图,已知$\triangle ABC$中,$AB=AC$,$\angle BAC=90°$,直角$\angle EPF$的顶点P是BC中点,两边PE,PF分别交AB,AC于点E,F,给出以下四个结论:①$AE=CF$;②$\triangle EPF$是等腰直角三角形;③$S_{四边形AEPF}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$;④$EF=AP$.当$\angle EPF$在$\triangle ABC$内绕顶点$P$旋转时(点$E$不与$A$,$B$重合),上述结论中始终正确的有(　　)

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

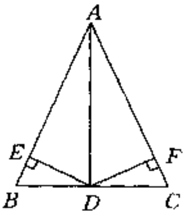


第16题图

三、解答题

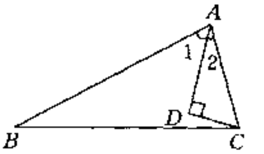
17. 等腰三角形底边长为5 cm,一腰上的中线把它的周长分为差为3 cm的两部分,求其腰长.

18. 如图,D是$\triangle ABC$的边BC的中点,$DE\perp AB$于E,$DF\perp AC$于F,$BE=CF$,求证:AD平分$\angle BAC$.



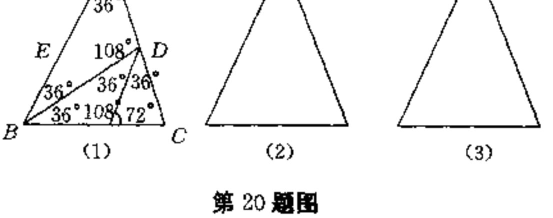
第18题图

19. 如图,$\angle ACB=3\angle B$,$\angle 1=\angle 2$,$CD\perp AD$于D,求证:$AB-AC=2CD$.



第19题图

20. 已知:如图,$\triangle ABC$中,$AB=AC$,$\angle A=36°$,仿照图(1),请你再设计两种不同的分法,将$\triangle ABC$分割成3个三角形,使得每个三角形都是等腰三角形(作图工具不限,不要求写出画法,不要求证明;要求标出所分得的每个等腰三角形三个内角的度数).

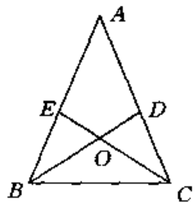


第20题图

21. 如图，△ABC 中，D，E 分别是 AC，AB 上的点，BD 与 CE 交于点 O，给出下列四个条件：①∠EBO=∠DCO；②∠BEO=∠CDO；③BE=CD；④OB=OC.

(1)上述四个条件中，哪两个条件可判定△ABC 是等腰三角形(用序号写出所有情形)？

(2)选择第(1)小题中的一种情形，证明△ABC 是等腰三角形.



第 21 题图

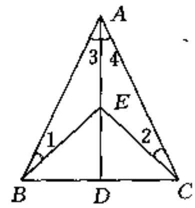
22. 阅读题：如图，D 是△ABC 中 BC 边上的一点，E 是 AD 上一点，EB=EC，∠1=∠2，求证：AD⊥BC.

证明：在△AEB 与△AEC 中，EB=EC，AE=AE，∠1=∠2，∴ △AEB≌△AEC(第一步)，

则 AB=AC，∠3=∠4(第二步)，

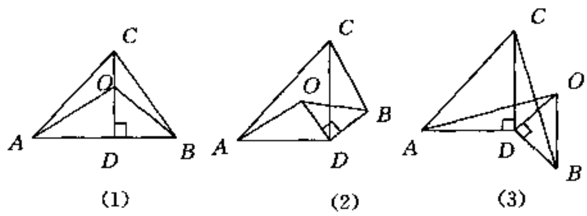
故 AD⊥BC(等腰三角形三线合一).

上面的证明过程是否正确. 如果正确，请写出每一步的推理根据；若不正确，请指出关键错在哪一步，并写出你认为正确的证明过程.



第 22 题图

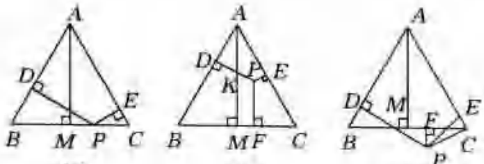
23. 如图(1)，A，D，B 三点在同一直线上，△ACD，△BOD 均为等腰直角三角形，即∠ADC=∠BDO=90°，试猜想 AO，BC 有何关系，并证明你的结论，若将△ODB 绕顶点 D 旋转到图(2)、图(3)的位置，上述关系是否仍然成立？若成立，则它表明了几何学中的一个基本事实是______________(在横线上填出来)，若不成立，请简要说明理由.



第 23 题图

探究创新

24. 如图,已知等边$\triangle ABC$和点P,设点P到$\triangle ABC$三边AB,AC,BC的距离分别为h_1,h_2,h_3,$\triangle ABC$的高为h.若点P在一边BC上,如图(1)所示,此时$h_3=0$,可得$h_1+h_2+h_3=h$,请直接应用上述信息解决下列问题:当点P在$\triangle ABC$内,如图(2)所示,点P在$\triangle ABC$外,如图(3)所示,这两种情况时,上述结论是否成立?若成立,请给予证明;若不成立,h_1,h_2,h_3与h之间又有怎样的关系?请写出你的猜想,不需要证明.


(1)　(2)　(3)

第 24 题图

1.2 直角三角形

课标要求

1. 进一步掌握推理证明的方法,发展演绎推理能力.
2. 了解勾股定理及其逆定理的证明方法,能够证明直角三角形全等的"HL"判定定理.
3. 结合具体例子了解逆命题的概念,会识别两个互逆命题,知道原命题成立其逆命题不一定成立.

本节精析

勾股定理和逆定理的证明及应用,直角三角形全等的"HL"判定定理的证明方法是本节的重点.勾股定理的逆定理的证明,正确写出不是"如果…… 那么……"形式的命题的逆命题是本节的难点.

典例剖析

[例 1]　如图 1-2-1,四边形$ABCD$中,$AB=AD$,AC平分$\angle BCD$,$AE\perp BC$,$AF\perp CD$,图中有无和$\triangle ABE$全等的三角形?请说明理由.

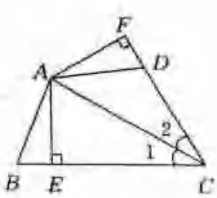


图 1-2-1

[答案]　图中有$\triangle ABE\cong\triangle ADF$.

证明:$\because$ AC平分$\angle BCD$,

$\therefore$ $\angle 1=\angle 2$,

又$\because$ $AE\perp BC$,$AF\perp CD$,AC共用,

$\therefore$ $\triangle AEC\cong\triangle AFC$

∴ $AE=AF$.

∵ $AB=AD$, ∴ Rt$\triangle ABE\cong$Rt$\triangle ADF(HL)$.

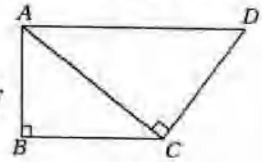


图 1-2-2

[剖析] 抓住图形特点和题设条件,不难探索$\triangle ABE\cong\triangle ADF$. 由于$\triangle ABE$,$\triangle ADF$都是直角三角形,因此可联想到用"HL"判定定理证明.

[易错分析]

此例用到了"HL"判定定理来说理,但在推理的过程中,容易错用"HL"判定定理,如图 1-2-2,若$\angle ABC=\angle ACD=90°$,$AB=CD$,则 Rt$\triangle ABC\cong$Rt$\triangle ACD(HL)$,表面看觉得非常正确,事实上 Rt$\triangle ABC$ 与 Rt$\triangle ACD$ 不全等,这里虽然两边分别相等,但不是对应相等,这一点在今后用"HL"判定定理解题时,要特别注意.

[例 2] 一张直角三角形的纸片,像图 1-2-3 中那样折叠,使两个锐角顶点 A,B 重合,若$\angle B=30°$,$AC=\sqrt{3}$,求折痕 DE 的长.

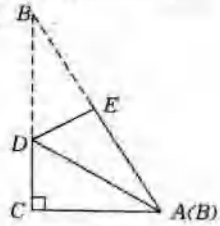


图 1-2-3

[答案] 由折纸知$\triangle BED\cong\triangle AED$,

$\angle B=\angle DAE$,$BE=AE$,

∴ $DE\perp AB$.

又∵ $\angle B=30°$,$\angle C=\angle 90°$,

∴ $\angle CAD=\angle DAE=30°$,∴$\triangle DCA\cong\triangle DEA$.

∵ $AC=\sqrt{3}$,∴ $AE=\sqrt{3}$.

设 $DE=x$,则 $AD=2x$,

在 Rt$\triangle AED$ 中,由勾股定理知

$AD^2=DE^2+AE^2$,∴ $(2x)^2=x^2+(\sqrt{3})^2$.

∴ $x=1$,因此折痕 DE 的长为 1.

[剖析] 通过$\triangle DEB$ 与$\triangle DEA$ 完全重合,所以有 $DB=DA$,$BE=AE$,由等腰三角形的三线合一的性质,$DE\perp AB$. 又由$\angle B=30°$,不难证出$\triangle ACD\cong\triangle AED$. 最后由勾股定理求出折痕 DE 的长.

[方法提炼]

折叠问题是考查空间想像能力的,一是可动手借助实物演示帮助理解;二是它常与全等三角形、等腰三角形的性质联系较紧,因此图中有很多线段相等、很多角相等;三是有直角三角形存在,因而可借助勾股定理求解.

[例 3] 如图 1-2-4 在一块正方形 $ABCD$ 的布料上要裁出四个大小不同的直角三角形做彩旗. 裁剪师用画粉在 DC 边上找出中点 F,在 BC 边上找出点 E,使 $EC=\frac{1}{4}BC$,然后沿着 AF,EF,AE 裁剪,你认为裁剪师的裁剪方案是否正确?若正确,给予证明;若不正确,请说明理由.

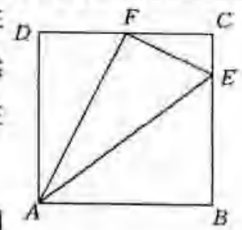


图 1-2-4

[答案] 裁剪师的裁剪方案是正确的.

理由如下:$\triangle ADF$,$\triangle ECF$,$\triangle ABE$ 是直角三角形是显然的,设正方形的边长为 $4a$,则 $DF=FC=2a$,$EC=a$,

在 Rt$\triangle ADF$ 中,由勾股定理,有

$$AF^2=AD^2+DF^2=(4a)^2+(2a)^2=20a^2,$$

在 Rt$\triangle ECF$ 中,$EF^2=(2a)^2+a^2=5a^2$,

在 Rt$\triangle ABE$ 中,$AE^2=AB^2+BE^2=(4a)^2+(3a)^2=25a^2$,

∴ $AE^2=EF^2+AF^2$,

由勾股定理逆定理,知$\angle AFE=90°$,

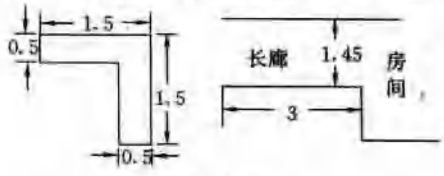
∴ $\triangle AFE$ 是直角三角形.

因此裁剪师的裁剪方案是正确的.

[剖析] 从实际问题中抽象出数学问题是关键,由题设知$\triangle ADF$,$\triangle ECF$,$\triangle ABE$ 是直角三角形是显然的,$\triangle AFE$ 是否是直角三角形是要探究的问题,由于 E,F 都是特殊点,所以考虑用代数方法分别计算出 AF,EF,AE 的长,再用勾股定理逆定理加以判断.

[延伸拓展]

如图1-2-5所示是某立式家具(角书橱)的横断面,请你设计一个方案(角书橱高2 m,房间高2.6 m,所以不必从高度方面考虑方案的设计),按此方案,可使该家具通过图(2)中的长廊搬入房间.在图(2)中把你设计的方案画成草图,并说明按此方案可把家具搬入房间的理由(搬运过程中不准许拆卸家具,不准损坏墙壁).



(1)　单位:m　(2)

图1-2-5

[答案]　设计方案草图如图1-2-6(1)所示.

如图1-2-6(2)作直线AB,延长DC交AB于E.

由题意可知,$\triangle ACE$是等腰直角三角形.

$\therefore CE=0.5(\text{m}), DE=DC+CE=2(\text{m})$.

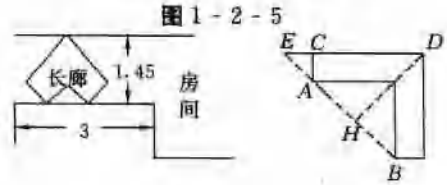
作$DH\perp AB$于H,则$\triangle DEH$是等腰直角三角形.

由勾股定理,得$DH^2+HE^2=DE^2$,则$2DH^2=2^2$.

$\therefore DH=\sqrt{2}$ m.

$\because \sqrt{2}<1.45$,$\therefore$ 可按方案设计图将家具搬入房间.

[剖析]　此题方案的设计决定于角书橱的横断面某一个方向的长度比长廊的宽1.45 m要小,因此探究角书橱的横断面某一个方面的长度是关键.



(1)　单位:m　(2)

图1-2-6

基功演练　万丈高楼平地起

一、填空题

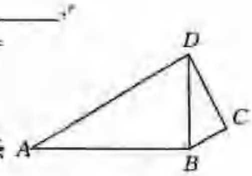
1. Rt$\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,$AB=13$ cm,$AC=12$ cm,则$BC=$______.

2. "对顶角相等"的逆命题是________________________,它是______命题.

3. 已知等腰直角三角形斜边上的高为1,它的直角边是____________.

4. 在$\triangle ABC$中,$AB=13$,$AD=12$,D是BC上一点,且$BD=5$,$CD=9$,则$AC=$____________.

5. 如图,在四边形$ABCD$中,$\angle C=90°$,$AB=12$ cm,$BC=3$ cm,$CD=4$ cm,当$AD=$____________时,$\angle ABD=90°$.



第5题图

6. 若等边三角形边长为4 cm,则它的面积为____________cm^2.

7. 已知两条线段的长分别是5 cm和3 cm,则当第三条线段的长是________时,这三条线段构成直角三角形.

8. AD是$\triangle ABC$的中线,$\angle ADC=45°$,把$\triangle ADC$沿直线AD折过来,点C落在C'的位置上,如果$BC=4$,那么BC'的长等于________.

二、选择题

9. 以下列各数组成三角形的三条边长:①5,12,13;②10,12,13;③$\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\frac{\sqrt{2}}{2}$,1;④1.5,2.5,2.能构成直角三角形的有(　　)

A. 1组　　B. 2组　　C. 3组　　D. 4组

10. 三角形的三条边长a,b,c满足等式$(a+b)^2-c^2=2ab$,则此三角形是(　　)

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 等边三角形

11. 满足下列条件的$\triangle ABC$,不是直角三角形的是(　　)

A. $b^2=a^2-c^2$　　B. $\angle C=\angle A-\angle B$

C. $\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$　　D. $a:b:c=12:13:5$

12. $\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,$AC=3$,$BC=4$,则BC边上的中线AD的长为(　　)

A. $\sqrt{13}$　　B. $\frac{5}{2}\sqrt{5}$　　C. $\frac{5}{2}$　　D. 6

13. 一架长 25 dm 的梯子,斜立在一竖直的墙上,这时梯足距离墙底端 7 dm,如果梯子的顶端沿墙下滑 4 dm,那么梯足将滑(　　)

A. 9 dm　　B. 15 dm　　C. 5 dm　　D. 8 dm

14. 若直角三角形的周长为 $2+\sqrt{6}$,斜边上的中线为 1,则该三角形的面积是(　　)

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

15. 在$\triangle ABC$中,$AB=15$,$AC=13$,高$AD=12$,则$\triangle ABC$的周长是(　　)

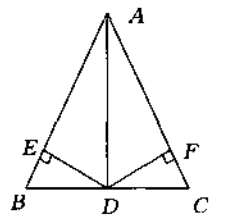
A. 42　　B. 32　　C. 42 或 32　　D. 37 或 33

三、解答题

16. 一个三角形的三边长分别为 15 cm,20 cm,25 cm,求这个三角形最长边上的高.

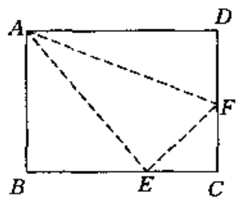
17. 已知$\triangle ABC$的三个角的度数比$\angle A:\angle B:\angle C=1:2:3$,$\angle A,\angle B,\angle C$所对的边分别为$a,b,c$,求证:$b^2=3a^2$.

18. 已知:如图,D为BC的中点,$DE\perp AB$于E点,$DF\perp AC$于F点,$DE=DF$. 求证:(1)$\angle B=\angle C$;(2)$AE=AF$.



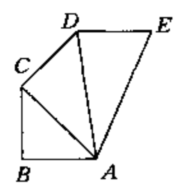
第 18 题图

19. 如图,矩形$ABCD$中,$AB=8$,$BC=10$,沿AF折叠矩形$ABCD$,使点D刚好落在边BC上的点E处,求CF与折痕AF的长.



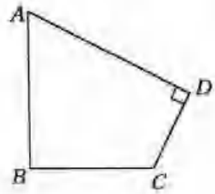
第 19 题图

20. 如图,$AB\perp BC$,$CD\perp AC$,$AE=2$,且AB,BC,CD,DE均为 1,求$\angle DAE$的度数.



第 20 题图

21. 某片绿地的形状如图所示，其中$\angle A=60^\circ$，$AB\perp BC$，$AD\perp CD$，$AB=200$ m，$CD=100$ m，求AD，BC的长(精确到1 m，$\sqrt{3}\approx1.732$).



第21题图

探究创新 —— 欲穷千里目 更上一层楼

22. 清朝康熙皇帝是我国历史上一位对数学很有兴趣的帝王.近日，西安发现了他的数学专著，其中有一文"积求勾股法"，它对"三边长为3，4，5的整数倍的直角三角形，已知面积求边长"这一问题提出了解法：

"若所设者为积数(面积)，以积率六除之，平方开之得数，再以勾股弦各率乘之，即得勾股弦之数."

用现在的数学语言表述是：

"若直角三角形的三边长分别为3，4，5的整数倍，设其面积为S，则

第一步：$\frac{S}{6}=m$；

第二步：$\sqrt{m}=k$；

第三步：分别用3，4，5乘以k，得三边长."

(1)当面积S等于150时，请用康熙的"积求勾股法"求出这个直角三角形的三边长；

(2)你能证明"积求勾股法"的正确性吗？请写出证明过程.

1.3 线段的垂直平分线

课标要求 —— 良好的开端是成功的一半

1. 经历探索、猜测、证明的过程，进一步发展学生的推理证明意识和能力.
2. 能够证明线段垂直平分线的性质定理、判定定理及其相关结论.
3. 能够利用尺规作已知线段的垂直平分线；已知底边及底边上的高，能利用尺规作出等腰三角形.

本节精析 —— 书中自有黄金屋

探索、证明线段垂直平分线的性质、判定定理及其相关结论是本节的重点.证明三线共点的方法和垂直平分线的性质、判定定理及相关结论的灵活运用是本节的难点.

典例剖析 —— 跟你一起登高

[例1] 已知如图1-3-1，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle A=120^\circ$，AB的垂直平分线MN分别交BC，AB于点M，N.求证：$CM=2BM$.

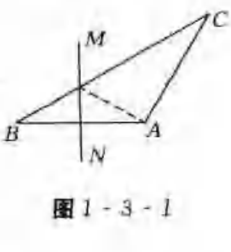


图1-3-1

[答案] 证明：连接AM.

在$\triangle ABC$中：$\because AB=AC$，$\angle A=120^\circ$，

$\therefore \angle B=\angle C=30^\circ$，

又∵ MN 是线段 AB 的垂直平分线，

∴ $BM=AM$，$\angle BAM=\angle B=30^\circ$，

∴ $\angle CAM=90^\circ$.

在 $Rt\triangle CAM$ 中，$\angle C=30^\circ$，∴ $CM=2AM$，

∴ $CM=2BM$.

［剖析］ 遇到线段的垂直平分线，就应立即联想到线段、角相等．如果图形不完整，可添加辅助线补充完整．要证 $CM=2BM$，CM 与 BM 没有直接的联系，联想到题设中 MN 是 AB 的垂直平分线，因此可连接 A，M．利用线段的垂直平分线的性质和含 30° 角所对的直角边等于斜边的一半，即可证得 $CM=2BM$.

［方法提炼］

此例连接 MA 是关键，不善于运用线段垂直平分线的性质和含 30° 角的直角三角形的性质而导致解题上的思维障碍．

［例 2］ 如图 1－3－2，已知：$AB=AC$，$DB=DC$，E 是 AD 上的一点，试判断线段 BE，CE 之间有怎样的大小关系，请写出你的猜想，并给出证明．

［答案］ $BE=CE$.

证法 1 ∵ $AB=AC$，$AD=AD$，$BD=CD$，

∴ $\triangle ABD\cong\triangle ACD$，∴ $\angle 1=\angle 2$.

又∵ $AB=AC$，$\angle 1=\angle 2$，$AE=AE$，

∴ $\triangle ABE\cong\triangle ACE$，∴ $BE=CE$.

证法 2 连接 BC.

∵ $AB=AC$，∴ A 在 BC 的垂直平分线上．

又∵ $BD=CD$，∴ D 在 BC 的垂直平分线上，

∴ AD 是 BC 的中垂线，

∴ $BE=CE$.

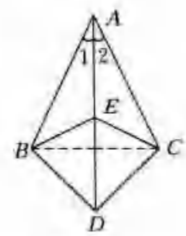


图 1－3－2

［剖析］ 此例在探索线段 BE 与 CE 的关系后，给出了两种证明方法．证法 1 利用全等三角形证明；证法 2 由已知条件知 A，D 在线段 BC 的中垂线上，于是由两点确定一条直线，可知 AD 是 BC 的中垂线，从而得到 $BE=EC$.

［易错分析］

比较两种证明过程，显见利用全等三角形的知识证明比较繁琐，而利用垂直平分线定理的逆定理来证明可出奇制胜，因此在今后的证题中，要充分发挥定理的作用．此例在运用垂直平分线定理的逆定理证明时，常出现说理不清楚的错误，甚至在定势思维的副作用下，过多考虑用全等三角形的知识证明，而不善于用证法 2.

［例 3］ 市实验中学九年级（五）班的同学分别在 A，B，C（如图 1－3－3）三处参加植树劳动，班主任王老师请你设计茶水供应点，使 A，B，C 三处到茶水供应点的距离相等，茶水供应点 P 应设在何处？请你用尺规在图中标出 P 点的位置（不要求写画法，但要保留作图痕迹）．

［答案］ 如图 1－3－3，连接 AB，AC 或 BC，分别作 AB，BC 或 AC 的垂直平分线，两条垂直平分线的交点 P 即为茶水供应点．

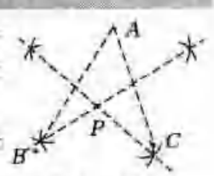


图 1－3－3

［剖析］ 由于三角形三条边的垂直平分线相交于一点，并且这一点到三个顶点的距离相等，若把图中 A，B，C 三处看成三角形三个顶点，则茶水供应点 P 就是 $\triangle ABC$ 三边中垂线的交点，证明可参看课本第 27 页小明的发现．

［延伸拓展］

此例是一道实际应用题，把实际问题转化为数学问题，即建立数学模型是关键，掌握三角形三条边上的中垂线的性质是根本．

基础演练 ——中文高效平抛版

一、填空题

1. 在 $\triangle ABC$ 中，边 AB，AC 的垂直平分线相交于点 P，则 PA，PB，PC 的大小关系是________.