

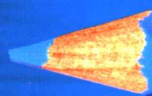
桂壮红皮书系列

HuoXueQiaoLian

●丛书主编/陈桂壮



活学巧练



橘子红

根据义务教育课程标准实验教科书编写

华东师大版·新课标

黄冈、海淀、启东、南京、孝感、荆州等地
二十多所重点中学联合编写

九年级数学 上



北京大学出版社



桂壮红皮书系列

根据义务教育课程标准实验教科书编写

活学巧练

华东师大版·新课标

九年级数学 上

丛书主编 陈桂壮

本册主编 南山 丁一清

编委 丁一清 南山 程坦平 余亚

刘海波 张城 江文林

黄冈、海淀、启东、南京、孝感、荆州等地
二十多所全国重点中学联合编写

北京大学出版社

内 容 提 要

本书以教育部义务教育最新课程标准为依据,以华东师大版九年级最新教材为蓝本,分单元(小节)进行编写,是配合 2004 年秋季九年级上学期教学同步使用的教辅用书。全书主要内容包括“课标要求”、“本节精析”、“典例剖析”、“基础演练”、“探究创新”、“知识精华”、“本章达标”、“成长记录”、“资源开发”。

本书与其他同类图书相比具有三大优点:(1)全面体现新课标要求,汇集全国教育改革先进地区的最新教改成果,将先进的教学理念转化为先进的教学行为;(2)活学教材知识点,明确每个单元的学习目标,精析目标要求;(3)巧练精选试题,先巩固基础知识后扩充提高,同时训练解题技能,总结解题方法。

图书在版编目(CIP)数据

活学巧练·九年级数学·上·华东师大版/南山 丁一清主编. —北京:北京大学出版社, 2004.6
ISBN 7-301-07093-4

I. 活… II. ①南…②丁… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 021713 号

书 名: 活学巧练·九年级数学·上·华东师大版

著作责任者: 南山 丁一清主编

责任编辑: 郑全科

标准书号: ISBN 7-301-07093-4/G·1018

出版发行者: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区中关村北京大学校内 100871

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn>

电 话: 邮购部 01062752015 发行部 01062750672 编辑部 01051893283

电子信箱: zpup@pup.pku.edu.cn

排 版 者: 北京科文恒信图书经销有限公司

印 刷 者: 北京永鑫印刷有限责任公司印刷

经 销 者: 新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开 8.25 印张 238 千字

2004 年 6 月第 1 版 2004 年 6 月第 1 次印刷

定 价: 9.50 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有 翻版必究

前 言

新课标的颁布，新教材的诞生，像春风一样吹开了中学生教辅读物生机盎然的新天地。

在这百花争艳的新天地中，“桂壮红皮书”以她独特的风格，闪现着自己鲜亮的色彩。

新课标《活学巧练》（第一次修订版）（原《新课标精析巧练》）是一套在新课标精神、新课标理念指导下编写出来的丛书。她着眼于面向全体学生和全面提高学生的思想文化素养，力求为学生的全面发展以及终身发展打下牢固的基础，在以下几方面表现出自己鲜明的特色：

一是新。丛书全面体现了新课程标准的要求，全面体现了学科知识工具性与人文性的统一，全面体现了知识与能力的统一，全面体现了课内与课外的统一。在新理念的指导下，以增长学生知识、发展学生能力、陶冶学生情操为目的，做到了编写思想新，体例设计新，课外选材新，编排手法新，评价方式新，有利于学生创新精神、合作意识的培养和视野的开放。

二是活。丛书不仅注重培养与训练学生多方面的基本能力，注重学生学科知识的积累，而且关注学生获取信息与整合信息能力的培养，关注学生思维品质的训练。丛书在编写中力求做到“活”，即以少胜多，以精驭繁；知识的讲析精练准确，材料的选择精粹简洁，层次的安排精致周全，练习的设计精巧灵活，题型的运用精美生动，答案的点示精要明晰，实实在在体现了“活学巧练”的编写特色。

三是实。丛书内容丰满，在充分利用和整合学习资源的前提下着重培养学生的学科实践能力，让学生在角度丰富的练习实践中、在自主合作探究的学习

方式中学习运用知识的规律。这种厚实的特点可以从本书的栏目设置中看出——课标要求、本节精析、典例剖析、基础演练、探究创新、知识精华、本章达标、成长记录、资源开发——每一块都是一个知识的新天地。

四是美。丛书封面美观，栏目精致，版式新颖，插图贴切，字体端庄，细节生动而又不失朴实文雅，表现出与读者的一种亲切的交流，这样的书，一本在手，既耐看、耐用，又能让读者赏心悦目。

“桂壮红皮书”于2003年首先推出了人教版语文（七、八年级）、北师大版数学（七、八年级）、华东师大版数学（七、八年级）共六种《新课标精析巧练》辅导教材，面世后获得了各地师生的广泛赞誉。2003年底到2004年初，我们在北京、湖北、江苏、浙江、广东等全国教育改革先进地区作了为期五十多天的调研，许多教育界的专家、教师、学生对本书给予了高度评价，并为本书的再版提出了极其宝贵的建议。“桂壮红皮书”，这套有着品牌效应的丛书，一定能够在广大读者的关爱、呵护与帮助中更显风采。

“桂壮红皮书”编委会

2004年5月

目



录

Contents

第二十一章 分 式	(1)
21.1 整式的除法	(1)
21.2 分式及其基本性质	(5)
21.3 分式的运算	(9)
21.4 可化为一元一次方程的分式方程	(14)
21.5 零指数幂和负指数幂	(18)
本章小结	(21)
第二十二章 一元二次方程	(30)
22.1 一元二次方程	(30)
22.2 一元二次方程的解法	(33)
22.3 实践与探索	(36)
本章小结	(39)
期中测试题	(45)
第二十三章 圆	(48)
23.1 圆的认识	(48)
23.2 与圆有关的位置关系	(52)
23.3 圆中的计算问题	(56)
本章小结	(59)
第二十四章 图形的全等	(66)
24.1 图形的全等	(66)
24.2 全等三角形的识别	(69)
24.3 命题与证明	(72)
24.4 尺规作图	(75)
本章小结	(79)
第二十五章 样本与总体	(86)
25.1 简单的随机抽样	(86)
25.2 用样本估计总体	(89)
25.3 概率的含义	(92)
25.4 概率的预测	(95)
本章小结	(99)
期末测试题	(105)

第二十一章

分式

整式的除法

课标要求

良好的开始是成功的一半

1. 掌握同底数幂的除法法则, 激发学生由乘法向除法的逆向探究思维.
2. 理解单项式的除法法则, 培养学生从特例中猜想、观察和归纳的思维品质.
3. 能够探索和运用多项式除以单项式的法则, 培养学生转化的数学思维方法.

本节精析

书中自有黄金屋

1. 同底数幂的除法法则 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0, m, n$ 都是正整数并且 $m > n$) 的理解运用.
2. 单项式相除, 把系数、同底数幂分别相除, 作为商的一个因式, 对于只在被除式里出现的字母, 则连同它的指数作为商的一个因式.

典例剖析

送你一把金钥匙

[例 1] 计算: $(x-y)^{10} \div (y-x)^5 \div (x-y)$.

[答案] $(x-y)^{10} \div (y-x)^5 \div (x-y)$
 $= (x-y)^{10} \div [-(x-y)^5] \div (x-y)$
 $= -(x-y)^{10-5-1}$
 $= -(x-y)^4.$

[剖析] $(y-x)^5 = -(x-y)^5$, 视 $(x-y)$ 为一个整体就可以直接应用 $a^m \div a^n = a^{m-n}$.

[易错分析]

常见错误有两种: 其一是没有将底数多项式视为整体看待, 其二是未将底数化成相同形式, 或转化中出现漏符号问题而导致计算发生错误.

[例 2] 计算: $x^{m+2}y^{2n+3} \div (-6x^{m+1}y^{n+2}) \cdot (-12x^5y^n)$.

[答案] 原式 $= \frac{1}{6}x^{m+2-(m+1)}y^{2n+3-(n+2)} \cdot 12x^5y^n$
 $= \frac{1}{6}xy^{n+1} \cdot 12x^5y^n = 2x^6y^{2n+1}.$

[剖析] 此题是乘除法混合运算, 一般应按从左到右的顺序进行, 可先确定其结果为正, 再进行计算.

[延伸拓展]

在单项式的乘除法混合运算中, 也可以同时进行运算. 例如上例

原式 $= [1 \div (-6) \cdot (-12)]x^{m+2-(m+1)+5} \cdot y^{2n+3-(n+2)+n} = 2x^6y^{2n+1}.$ [例 3] 计算: $(\frac{1}{3}a^{n+4} + 2a^{n+2}) \div (-\frac{1}{3}a^{n-1})$.

[答案] $(\frac{1}{3}a^{n+4} + 2a^{n+2}) \div (-\frac{1}{3}a^{n-1})$
 $= \frac{1}{3}a^{n+4} \div (-\frac{1}{3}a^{n-1}) + 2a^{n+2} \div (-\frac{1}{3}a^{n-1})$
 $= -a^{n+4-(n-1)} + [-6a^{n+2-(n-1)}]$
 $= -a^5 - 6a^2.$

[剖析] 将括号里的多项式中的每一项单独除以 $-\frac{1}{3}a^{n-1}$,再将商相加即可.

[方法提炼]

多项式除以单项式,其思路是将其转化为单项式除以单项式,转化时应特别注意运算不要漏项,留心各项符号.



基础演练

◎ 万丈高楼平地起

1. 下列各式中,相等关系成立的是()

A. $x^n + x^m = x^{m+n}$

B. $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$

C. $x^3 \cdot x^3 = 2x^3$

D. $x^6 \div x^2 = x^3$

2. 下列运算:① $2x^3 - x^3 = x$;② $x^3 \cdot (x^5)^2 = x^3$;③ $(-x)^6 \div (-x)^3 = x^3$;④ $(0.1)^{-2} \cdot 10^{-1} = 10$,结果正确的是()

A. ①,②

B. ②,④

C. ②,③

D. ②,③,④

3. 下列计算中结果正确的是()

A. $2a - a = 2$

B. $a(3b+1) = 3ab + a$

C. $(-a)^6 \div (-a^2) = a^4$

D. $2^{-2} = -\frac{1}{4}$

4. 设 $a \neq 0$,以下运算结果:① $(a^3)^2 \cdot a^2 = a^7$;② $a^3 \div a^{-2} = a^5$;③ $(-a)^3 \cdot a = a^{-3}$;④ $(-a)^{-2} \div a = a^{-3}$,其中正确的是()

A. ①,②

B. ①,③

C. ②,④

D. ②,③

5. 计算 $(-\frac{3}{4}a^2bc) \div (-3ab)$,正确的结果应是()

A. $\frac{9}{4}a^2c$

B. $\frac{1}{4}ac$

C. $\frac{9}{4}ac$

D. $\frac{1}{4}a^2c$

6. 已知 $8a^3b^m \div 28a^n b^2 = \frac{2}{7}b^2$,那么 m, n 的取值为()

A. $m=4, n=3$

B. $m=4, n=1$

C. $m=1, n=3$

D. $m=2, n=3$

7. $7x^3y^3$ 与一个多项式的积为 $28x^7y^3 - 21x^5y^3 + 2y(7x^3y^3)^2$,则这个多项式为()

A. $4x^2 - 3y^2$

B. $4x^2y - 3xy^2$

C. $4x^2 - 3y^2 + 14xy^4$

D. $4x^2 - 3y^2 + 7xy^3$

8. 下面有四个式子:(1) $x^3 - x^3 = x^0 = 1$; (2) $-x^4 \div (-x)^2 = x^2$; (3) $-a^6 \div (-a)^3 = a^3$; (4) $a^2b^3c^4 \div a^2b^3c^4 = 0$; 其中正确的个数有()

A. 3个

B. 2个

C. 1个

D. 0个

9. 计算: $[(-a^2)^3 - 3a^2(-a^2)] \div (-a)^2$,结果等于()

A. $-a^3 + 3a^2$

B. $a^3 - 3a^2$

C. $-a^4 + 3a^2$

D. $-a^4 + a^2$

10. 在下面的式子中,正确的是()

A. $a^6 \div a^2 = a^3$

B. $a^6 \div a^2 = a^4$

C. $a^3 \div a = a^3$

D. $(-a)^3 \div (-a)^2 = a$

11. $(-x)^{10} \div (\quad) = x^7 = (\quad) \div (-x)^3$.

12. $a^{n-1} \cdot (\quad) = a^{m+n}$.

13. $(\quad) \div (-3x^2y^2z) = 4x^3y^2$.

14. $4^7 \div (\quad) = 32$.

15. $(m+n)^2(m-n)^3 \div (\quad) = -(m+n)^2$.

16. $(m+n)(m^2-n^2) \div (\quad) = -(m+n)^2$.

17. $-6x^4y^3z^4 \div (-\frac{1}{3}x^3yz^2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. $(a+b)^5 \div [(a+b)^2]^2 \cdot (a+b)^n = \underline{\hspace{2cm}}$.

19. $(\frac{1}{2}a^4x^2 - \frac{1}{3}a^3x^3 + \frac{3}{4}a^2x^4) \div (-\frac{2}{3}a^2x^2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

20. 如果代数式 A 除以 $\frac{1}{2}a^3b^5$ 得 $-18a^3b^7$,则 $A = \underline{\hspace{2cm}}$.

21. 如果 $14x^{10}y^5 \div M^3 = -\frac{7}{4}xy^3$,则 $M = \underline{\hspace{2cm}}$.

22. 如果 $a(x^m y^4)^3 \div (3x^2 y^n)^2 = 4x^5 y^2$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

23. 已知 $3^a = m$, 则 $3^{a-2} = \underline{\hspace{2cm}}$, $3^{2a-1} = \underline{\hspace{2cm}}$, $-27^a = \underline{\hspace{2cm}}$.

24. 计算:

(1) $[(-y^5)^2]^3 \div [(-y)^3]^5 y^3$;

(2) $1 + (-1)^3 + 2^3$;

(3) $25^{2m} \div \left(\frac{1}{5}\right)^{1-2m}$;

(4) $(-2a)^8 \div [-(2a)^2] - (2a)^9 \div (-2a)^3$;

(5) $[4(x-2)^2 + 12(x+2)(x-2) - 8(x-1)^2(x-2)] \div [4(x-2)]$;

(6) $[(2x+y)^2 - y(y+4x) - 8x] \div 2x$.

25. 先化简, 再求值: $a = \frac{1}{2}$, $b = -4$, $\left(\frac{3}{4}a^4 b^7 + \frac{1}{2}a^3 b^8 - \frac{1}{9}a^2 b^6\right) \div \left(-\frac{1}{3}ab^3\right)^2$.

26. 若 $3^m = 6$, $9^n = 2$, 求 $3^{2m-4n-1}$ 的值.

27. 已知长方形的长是 $a+5$, 面积是 $(a+5)(a+3)$, 求它的周长?

28. 已知 $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$, 求 $ab+bc+ca$ 的值.



探究创新

○ 欲穷千里目 更上一层楼

29. 观察下列各式:

$$(x^2-1) \div (x-1) = x+1;$$

$$(x^3-1) \div (x-1) = x^2+x+1;$$

$$(x^4-1) \div (x-1) = x^3+x^2+x+1;$$

$$(x^5-1) \div (x-1) = x^4+x^3+x^2+x+1;$$

.....

(1) 你能得到一般情况下 $(x^n-1) \div (x-1)$ 的结果吗?

(2) 根据这一结果计算: $1+2+2^2+\cdots+2^{62}+2^{63}$.

30. 某人用下列两种方式存款:

(1) a 元钱存入银行, 月利率 $P\%$, 如果存期达两年时取出, 本息和是多少元?

(2) a 元钱存入银行, 年利率为 $12P\%$, 如果存期到一年时, 将本息和转存一年, 那么到期时可得本息和多少元?

比较两种方式的存款, 哪个得到的利息多? 多多少元?

分式及其基本性质

课标要求

良好的开始是成功的一半

1. 了解分式的概念, 掌握识别分式是否有意义、分式的值是否为零的方法.
2. 掌握分式的基本性质, 并能灵活运用分式的基本性质及符号法则对分式进行恒等变形.
3. 运用分式性质时应注意对原分母不为零的隐含条件的挖掘, 运用性质前应对所乘(除)整式不为零的条件进行交代.

本节精析

书中自有黄金屋

1. 能够区别哪些是分式, 哪些不是分式.
2. 能够确定几个分式的最简公分母, 并能运用分式的性质将几个分式化成同分母分式.
3. 能够判定一个分式是不是最简分式, 并能运用分式的性质将一个不是最简分式的分式化成最简分式.

典例剖析

送你一把金钥匙

[例 1] 当 x 取什么值时, 分式 $\frac{|x|-3}{x^2-x-12}$ 的值为零?

[答案] 当 $\begin{cases} x^2-x-12 \neq 0, & \text{①} \\ |x|-3=0 & \text{②} \end{cases}$

时, 分式的值为零. 由②得 $x = \pm 3$.

当 $x=3$ 时, $x^2-x-12=3^2-3-12 \neq 0$, ①成立.

当 $x=-3$ 时, $x^2-x-12=(-3)^2-(-3)-12=0$, ①不成立.

故当 $x=3$ 时, 分式的值为零.

[剖析] 在分式有意义的前提下, 当分子为零时, 分式的值为零.

[易错分析]

研究分式的各类问题的前提是分式有意义, 即分母不为零. 常见错误是上例中仅考虑到②式的条件, 而忽视①的前提条件.

[例 2] 不改变分式的值, 使分式 $\frac{-x-y}{-x+y}$ 的分子、分母的第一项不含“-”号.

[答案] $\frac{-x-y}{-x+y} = \frac{-(x+y)}{-(x-y)} = \frac{x+y}{x-y}$

[剖析] 本题关键是弄清分子、分母的符号同分子、分母第一项符号的差异, 应将分子、分母分别视为一个整体来处理.

[方法提炼]

在运用分式的性质对分式进行变形的过程中,应视分式的分子或分母为一个整体,具体计算过程中可运用添括号法则.

[例3] 已知 $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$,求分式 $\frac{x^2-3xy+2y^2}{2x^2+5xy-7y^2}$ 的值.

[答案] $\frac{x^2-3xy+2y^2}{2x^2+5xy-7y^2} = \frac{(x-y)(x-2y)}{(2x+7y)(x-y)} = \frac{x-2y}{2x+7y}$.

由 $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$,得 $x = \frac{3}{5}y$.

故原式 $= \frac{\frac{3}{5}y-2y}{2 \times \frac{3}{5}y+7y} = \frac{-\frac{7}{5}y}{\frac{41}{5}y} = -\frac{7}{41}$.

[剖析] 先将待求分式化简约分,再将条件代入约分化简后的分式中进行约分.

[延伸拓展]

分式的求值问题,首先应将待求分式约分化简成最简分式,再将条件变形后代入求解.



基础演练

万丈高楼平地起

1. (南昌,2003)下列等式中不成立的是()

A. $\frac{x^2-y^2}{x-y} = x-y$

B. $\frac{x^2-2xy+y^2}{x-y} = x-y$

C. $\frac{xy}{x^2-xy} = \frac{y}{x-y}$

D. $\frac{y}{x} - \frac{x}{y} = \frac{y^2-x^2}{xy}$

2. (山西,2003)下列各式与 $\frac{x-y}{x+y}$ 相等的是()

A. $\frac{(x-y)+5}{(x+y)+5}$

B. $\frac{2x-y}{2x+y}$

C. $\frac{(x-y)^2}{x^2-y^2} (x \neq y)$

D. $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$

3. (河北,2002)如果把分式 $\frac{x}{x+y}$ 中的 x 和 y 都扩大3倍,那么分式的值()

A. 扩大3倍

B. 不变

C. 缩小3倍

D. 缩小6倍

4. (河北,2003)化简 $\frac{m^2-3m}{9-m^2}$ 的结果是()

A. $\frac{m}{m+3}$

B. $-\frac{m}{m+3}$

C. $\frac{m}{m-3}$

D. $\frac{m}{3-m}$

5. 当 $x=-3$ 时,在下列分式中,有意义的有()

(1) $\frac{x+3}{x-3}$

(2) $\frac{x-3}{x+3}$

(3) $\frac{(x+2)(x+3)}{(x-2)(x-3)}$

(4) $\frac{(x+2)(x-3)}{(x-2)(x+3)}$

A. 只有(1)

B. 只有(4)

C. 只有(1),(3)

D. 只有(2),(4)

6. 在分式 $\frac{x+m}{2x-1}$ 中,当 $x=-m$ 时,分式()

A. 值为0

B. 无意义

C. 当 $m \neq -\frac{1}{2}$ 时,值为0

D. 不能确定

7. 将分式 $\frac{\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b}{\frac{1}{4}a + \frac{1}{3}b}$ 中分子与分母的各项系数化为整数,正确的是()

A. $\frac{3a-2b}{3a+4b}$

B. $\frac{4a-3b}{3a+4b}$

C. $\frac{6a+3b}{3a+4b}$

D. $\frac{6a-4b}{3a+4b}$

8. 用 $-x$ 代替各式中的 x ,分式的值不变的是()

A. $\frac{2}{x^3}$

B. $-\frac{1}{x^2+1}$

C. $-\frac{3}{x}$

D. $\frac{x}{x^2+1}$

9. 在代数式 $2x+1$, $\frac{x}{3}$, $\frac{b}{a}$, $x+\frac{4}{5}$, $4x^2+1$, $\frac{5}{x-3}$, $\frac{y^2}{y}$, $\frac{2}{\pi}$ 中, 分式有_____.

10. 分式 $\frac{a+2}{a+b+3}$ 的值为零, 则 $a=$ _____, $b=$ _____.

11. 分式 $\frac{x-1}{x^2+x-2}$ 有意义, x 的取值范围是_____.

12. 分式 $\frac{|a|-4}{a^2-2a-8}$ 的值为零, 则 $a=$ _____.

13. $\frac{x-3}{(1-x)(2+x)} = \frac{(\quad)}{(x-1)(x+2)}$, $\frac{x-1}{(1-x)^2(2-x)} = \frac{(\quad)}{(x-1)(x-2)}$.

14. 不改变分式的值, 使 $-\frac{-x^2}{(-3n)^2}$ 的分子, 分母都不含负号为_____.

15. 把下列各式约分.

(1) $\frac{6x^m}{4x^{3m}}$ (m 为正整数);

(2) $\frac{18x^4y^9z^2m^3}{-42x^7y^3z^5}$;

(3) $\frac{x^2-y^2}{x^3-y^3}$;

(4) $\frac{a^2-4ab-5b^2}{a^2-6ab+5b^2}$;

(5) $\frac{a^4+a^3-a^2+1}{a+1}$;

(6) $\frac{x^2+2yz-y^2-z^2}{x^2-2xy-z^2+y^2}$.

16. 把下列各式通分.

(1) $\frac{b}{3a^2c^2}$, $\frac{c}{-2ab}$, $\frac{a}{5cb^3}$;

(2) $\frac{2}{9-3a}$, $\frac{a-1}{a^2-3-2a}$, $\frac{a}{a^2-5a+b}$;

(3) $\frac{a+b}{(b-c)(c-a)}$, $\frac{b+c}{(b-a)(a-c)}$, $\frac{a+c}{(a-b)(b-c)}$;

(4) $\frac{a+3}{a^2+5a+6}$, $\frac{-1}{a^2+a-6}$, $\frac{1}{a^4-16}$.

17. 已知 $y = \frac{x^2}{2-3x}$, x 取哪些值时,

- (1) y 的值是正数? (2) y 的值是负数?
(3) y 的值等于零? (4) 分式无意义?

18. x 为何值时, $\frac{1}{x^2+2x-3} = \frac{1}{x+3}$ 成立?

19. 若 $x \neq 1$, 整式 $f(x) \neq 0$, $\frac{xf(x)}{x-1} = \frac{x^{2n+1} - 6x^{2n} + 9x^{2n-1}}{x^{n+1} - 4x^n + 3x^{n-1}}$, 求 $f(x)$.

20. 若分式 $\frac{m^2+2}{2m+3}$ 的值为正数, 求 m 的取值范围.



探究创新



欲穷千里目 更上一层楼

21. (河南, 2002) 如果分式 $\frac{x^2-7x-8}{x-1}$ 的值为 0, 求 x .

22. (天津, 2002) 已知 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$, 则分式 $\frac{2x+3xy+2y}{x-2xy-y}$ 的值为多少?

23. (山西, 2003) 已知 $a^2 - 6a + 9$ 与 $|b-1|$ 互为相反数, 则式子 $(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}) \div (a+b)$ 的值为多少?

24. 已知 $y = \frac{6x^2 - 12x + 6}{(x-1)^3}$, x 取何值时, y 的值为正整数?

分式的运算

探究创新

○ 欲穷千里目 更上一层楼

1. 通过与分数的乘除法类比, 让学生在类比中实现对分式乘除法法则的理解和运用.
2. 将分式的乘方转化成几个相同分式的积的运算来完成.
3. 通过类比和上节分式性质的运用, 让学生从中归纳出分式加减法的运算规律——先通分, 变为同分母分式, 再进行加减.

本节精析

○ 书中自有黄金屋

1. 分式的乘除法和乘方运算中应注意约分, 将结果化为最简分式. 当分式的分子、分母为多项式时应先将多项式分解因式, 为约分作铺垫.
2. 异分母分式的加减法关键是通分, 将其转化成同分母分式的加减法.

典例剖析

○ 送你一把金钥匙

[例 1] 已知 $x=720, y=143$, 求 $\frac{(x-2y)^2(x-5y)^2}{(x+6y)^2(x-2y)^2} \cdot \frac{x^2+10xy+25y^2}{x^2-10xy+25y^2} \div \frac{x^2-25y^2}{x^2+12xy+36y^2}$ 的值.

[答案] 原式 $= \frac{(x-2y)^2(x-5y)^2}{(x+6y)^2(x-2y)^2} \cdot \frac{(x+5y)^2}{(x-5y)^2} \cdot \frac{(x+6y)^2}{(x+5y)(x-5y)} = \frac{x+5y}{x-5y}$.

当 $x=720, y=143$ 时,

原式 $= \frac{720+5 \times 143}{720-5 \times 143} = \frac{720+715}{720-715} = 287$.

[剖析] 本例是先化简再求值问题, 应先将待求分式利用整除法的规律化成最简分式再代入求值.

[方法提炼]

一般化简求值类问题应先将待求式化成最简分式.在运用分式乘除法规律约分时,应先将分式的分子或分母的多项式因式分解,为约简成最简分式作准备.

[例2] 计算: $\left(\frac{1-x}{3-x}\right)^2 \div \left(\frac{3-2x-x^2}{9-x^2}\right)^3 \times \frac{x^2}{x^2-2x-3}$.

[答案] 原式 $= \frac{(x-1)^2}{(x-3)^2} \div \left(\frac{x^2+2x-3}{x^2-9}\right)^3 \times \frac{x^2}{(x-3)(x+1)}$
 $= \frac{(x-1)^2}{(x-3)^2} \div \left[\frac{(x+3)(x-1)}{(x+3)(x-3)}\right]^3 \times \frac{x^2}{(x-3)(x+1)}$
 $= \frac{(x-1)^2}{(x-3)^2} \cdot \frac{(x-3)^3}{(x-1)^3} \cdot \frac{x^2}{(x-3)(x+1)} = \frac{x^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2}{x^2-1}$.

[剖析] 上例是一个乘方和乘除法混合运算的分式计算题,应先算乘方,再算乘除.

[延伸拓展]

对含有乘方的分式,应先将分式约分后再乘方;对含有乘除的分式运算,先将所有的乘除法运算全部化成乘法运算再进行计算.

[例3] 计算: $1 - \frac{8}{x^2-4} \left[\left(\frac{x^2+4}{4x} - 1 \right) \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x} \right) \right]$.

[答案] 原式 $= 1 - \frac{8}{x^2-4} \left[\frac{x^2+4-4x}{4x} \div \frac{x-2}{2x} \right] = 1 - \frac{8}{x^2-4} \times \left[\frac{(x-2)^2}{4x} \cdot \frac{2x}{x-2} \right]$
 $= 1 - \frac{8}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x-2}{2} = 1 - \frac{4}{x+2} = \frac{x+2}{x+2}$.

[剖析] 严格按照运算顺序计算:先括号,再乘方,再乘除,最后加减.

[易错分析]

本例易错点有两点,其一易弄错符号;其二是易弄错运算顺序.克服办法是计算过程不可太简略,每步计算都应有依据.


基础演练

万丈高楼平地起

1. 如果 $x < \frac{2}{3}$, 那么 $\frac{2-3x}{3x-2}$ 的值是()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. $\frac{2}{3}$

2. 若 $a-b=2ab$, 则 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ 的值为()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

3. 当 $x=1998, y=1949$ 时, 代数式 $\frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2} \cdot \frac{y-x}{x^2+y^2}$ 的值为()

- A. 49 B. -49 C. 3947 D. -3947

4. $a^2 \div b \times \frac{1}{b} \div c \times \frac{1}{c} \div d \times \frac{1}{d}$ 等于()

- A. a^2 B. $\frac{a^2}{a^2b^2c^2}$ C. $\frac{a^2}{bcd}$ D. 其他结果

5. 已知 $a-b \neq 0$, 且 $2a-3b=0$, 那么代数式 $\frac{2a+b}{a-b}$ 的值是()

- A. -12 B. 0 C. 8 D. 8 或 -12

6. 计算 $\frac{4}{x-2} + \frac{x+2}{2-x}$ 的结果是()

- A. 1 B. -1 C. $\frac{x+2}{x-2}$ D. $\frac{x+2}{2-x}$

7. 计算: $(1 + \frac{1}{x-1}) \div (1 + \frac{1}{x^2-1})$ 的结果为()
A. 1 B. $x+1$ C. $\frac{x+1}{x}$ D. $\frac{1}{x-1}$
8. 计算: $(x+y) \frac{x^2}{x^2-y^2} + \frac{y^2}{x-y} - \frac{2x^2y-2xy^2}{x^2-2xy+y^2}$ 正确结果为()
A. $x+y$ B. $x-y$ C. $y-x$ D. $\frac{x-y}{x+y}$
9. (绍兴, 2003) 已知 $x=\sqrt{2}$, 则代数式 $\frac{2-x}{x-1}$ 的值为()
A. $-\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $4\sqrt{2}$
10. (广西, 2003) 化简 $\frac{4}{m^2-4} + \frac{1}{2-m}$ 的结果是()
A. $-\frac{1}{m+2}$ B. $\frac{1}{m+2}$ C. $\frac{m+6}{m^2-4}$ D. $\frac{1}{-m+2}$
11. (菏泽, 2003) 已知 $a + \frac{1}{a} = 5$, 则 $\frac{a^4 + a^2 + 1}{a^2} =$ _____.
12. (长沙, 2002) $\frac{x-1}{x} \div (1 - \frac{1}{x})$ 的值是 _____.
13. (重庆, 2002) 已知 $x = \sqrt{2} + 1$, 则代数式 $\frac{x}{x-1} + \frac{x-2}{x^2-1} \div \frac{x^2-x-2}{x^2+2x+1}$ 的值是 _____.
14. 化简: $\frac{x^2+5x}{x-1} - \frac{2x^2+4x}{x^2-x}$ 的结果是 _____.
15. 化简: $(\frac{x^2-4}{x^2-4x+4} - \frac{1}{x-2}) \frac{x^2-2x}{x+1} =$ _____.
16. $(\frac{a}{a-b} + \frac{b}{b-a}) \div \frac{1}{a+b} =$ _____.
17. $\frac{x^2-3x}{x-2} \div (x + \frac{3}{2-x}) =$ _____.
18. $(1 - \frac{1}{m-2}) \div \frac{3-m}{2m-4} =$ _____.
19. $(\frac{x^2-4}{x^2+x-6} + \frac{x+2}{x-3}) \div \frac{x+1}{x+3} =$ _____.
20. $\frac{1}{x+1} - \frac{x+3}{x^2-1} \cdot \frac{x^2-2x+1}{x^2+4x+3} =$ _____.
21. (成都, 2002) 先化简, 再求值: $\frac{a^2-1}{a^2-5a+6} \div \frac{a^2+a-2}{a-3} - \frac{a+3}{a^2-4}$, 其中 $a = -3$.
22. (宿迁, 2001) 已知 $3a^2 + ab - 2b^2 = 0$, 求代数式 $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} - \frac{a^2+b^2}{ab}$ 的值.

