

数学奥林匹克 初级读本(上)

四川省数学会 编
魏有德 主编

M.O



四川大学出版社

责任编辑：谭同余

封面设计：蒋仲文

数学奥林匹克初级读本（上册）

四川省数学学会等编

主 编：魏有德

副主编 张仲辉 税德仲 张忠良

四川大学出版社出版发行 （成都四川大学内）

四川省新华书店经销 郫县犀浦印刷厂印刷

开本：787×1092mm 1/32 印张：7.31 字数：140千

1990年12月第一版

1990年12月第1次印刷

印数：1—30000册

ISBN7-5614-0366-6/O·53 定价：2.40元

序 言

去年由省数学会和《中学生数理化》编辑部编写的《初中数学奥林匹克读本》出版时，我就希望有更多总结数学普及工作实践的好读本能陆续问世，现在摆在读者面前的这本《数学奥林匹克初级读本》就是相继问世的又一好读本。

近年来，全国各地对小学生的智力开发都比较重视，相继成立了不少的小学数学业余奥林匹克学校。我省更是后起直追。广大的小学数学普及工作者，在教育行政部门的支持下，利用课余时间 of 学有余力的小学数学爱好者开创了新的求知园地，学校的数学兴趣小组、各级的小学数学业余奥校也相继成立很多。他们在国际、国内的小学数学竞赛中已初露锋芒。在中国数学会普委会举办的全国小学数学竞赛中，在国际性的美国长岛邀请赛中都获得好成绩。本书正是在小学数学业余奥校第一线工作的教师们的经验总结。

这本书在编写上有其突出的特点。一方面，根据小学生的知识水平和思维能力，采取了起点较低、分层次循序渐进、螺旋上升逐步拓宽加深知识的办法；另一方面，针对小学生心理特征，从生动具体的例子出发，循循善诱地介绍了小学数学奥林匹克的基本内容，兴趣盎然。因此，小学四至六年级的学生，只要坚持不懈地读下去，就可以掌握其大部份内容。如果有教师、家长的指导掌握其全部内容也是不难的。该读本不失为中高级小学生较好的数学课外读物，同时

也可作为小学数学教师开展第二课堂的数学参考资料。

最后，我应该感谢河南教育社《中学生数理化》（初中版）及《小学生学习报》编辑部对数学普及工作的支持及对本书出版的有力合作，感谢四川大学出版社对我省数学普及工作及本书出版的大力支持与合作。

国家教委科技委数学组成员

四川省数学学会理事长

刘应明

一九九〇年十月七日于四川大学

前 言

为了实现我国二十一世纪成为“数学大国”，为了培养杰出的中国数学家、科学家和四化建设人才，提高全民族的文化素质，从小抓起，搞好数学启蒙教育是必要的。为给学有余力的小学数学爱好者提供更适合的学习资料，我们根据小学数学教学大纲、教材以及国内外开展小学数学竞赛的知识要求编写了这一套书。

编写的基本原则是：上册内容从四年级下期起，基础知识基本上与课内教材同步，适当增加该年级课外可接受的竞赛基础知识，下册在上册基础上，以专题为主，适当加深、拓宽，逐步达到小学数学竞赛较高知识要求的水平。

为了实现上述原则，在具体编写过程中，考虑到知识的系统性，上册我们采取了四大“知识块”（实为三大块），即四大章的安排法：数、应用题、图形和分数小数。初次使用时，请小学生读者按四年级（下）、五年级、六年级分选出各年级同步内容来学习，而不要依次读下去。

我们建议，上册：

四年级（下）读一、二、三章的一、二讲；

五年级读一章的三、四、五讲，二章的三、四讲，三章的三、四、五讲（个别处略有提前，完全自学者也可放在六年级学）；

六年级读第四章

下册：

五年级可选读一些章（如五、六章等），更多的是六年级学生的学习材料。

本书的作者，除少数几位河南教育社《小学生学习报》的编辑外，都是我省各地市的小学数学奥校教练员、小学数学教师和教研员。这套书是他们多年从事数学课外活动和奥校教学的经验总结。我们相信她对小学数学教师指导课外活动、对小学数学奥校教学、对家长辅导子女都会起到较好的参考作用。其实，对未接受小学奥校系统培训的初一学生，也不失为一本较好的课外读物。但由于水平有限，经验不足，时间仓促，不妥甚至错误之处一定不少，恳请读者提出宝贵意见，更欢迎小读者的意见和建议，以利于今后的修改。

衷心感谢四川大学出版社的领导和编辑，由于他们的热心支持，这套书才得以早日与读者见面。

魏有德

一九九〇年十月于四川大学

目 录

第一章 数——奥妙无穷	(1)
第一讲 速算与巧算.....	邹明国 张世蓉 (1)
第二讲 数字谜 (一).....	邹明国 张世蓉 (15)
第三讲 整数 ABC	税德伸 (25)
第四讲 整除 (一).....	张仲辉 (36)
第五讲 数列 (一).....	胡开勇 (51)
第二章 应用题——妙趣横生	(59)
第一讲 整数应用题.....	王仕尧 (59)
第二讲 整数应用题解法种种.....	高幼年 (66)
第三讲 典型应用题.....	王世太 柏宏成 张忠国 (81)
第四讲 方程.....	宋毓文 (95)
第三章 图形——千姿百态	(106)
第一讲 点、线、角.....	李素芬 (106)
第二讲 平面图形 (一).....	张光荣 (117)
第三讲 平面图形 (二).....	姚长淮 (131)
第四讲 立体图形.....	骆小柳 (141)
第五讲 几何图形问题的补遗——再谈图形的计 数、图形的剪拼、一笔画问题.....	
.....	张培根 杨秀致 (155)
第四章 分数、小数	(177)
第一讲 分数与小数巧算.....	李文玲 (177)

第二讲 分数应用题	汤仕东(189)
第三讲 数列(二)	张绵潢(199)
附 练习题答案、提示或略解	(209)

附：下册目录

第五章 数字谜(二)	刘绍宽
第六章 包含与排除	魏常俊
第七章 整除(二)	李明进
第八章 筛选与枚举	范永翔 冯卫平
第九章 你会制作“数学抽屉”吗?	朱志嘉
第十章 有趣的逻辑推理与二人对策	周先忱 孙耀学
第十一章 排列与组合	钟 波
第十二章 浅谈统筹规划的应用	张忠良
第十三章 计数制	师广智
第十四章 奇偶性分析	师广智
第十五章 智解难题诸法	税德仲 张仲辉
附 练习题答案、提示或略解	

第一章 数——奥妙无穷

数，特别是整数，是人类最早认识的、最为人们所熟知的数。数学中，专门研究整数性质的分支叫做数论。这是一门很基础、很重要，既古老又年轻的学科。数学王子高斯（Gauss，德国数学家，1777~1855）曾说：“数学是科学的皇后，数论是数学的皇后。”在整数王国里，到处有前人给我们留下的奇珍异宝要我们去采撷，到处是令人着迷的问题等待我们去探索。这是一个令人神往的、美不胜收的世界，这是一个可供我们自由驰骋的世界。美国数学家U·杜德利曾说：“用以发现数学天才，在初等数学中，再也没有比数论更好的课程了”。让我们一起在数的王国里去漫游吧！愿同学们从中既能采到珍珠又能发现瑰宝。

第一讲 速算与巧算

一、凑整

计算时，凑成10、100、1000、……计算要快得多，这是一种极为常用的速算方法。

例1 计算 $63 + 294 + 37 + 54 + 6$ 。

解 原式 $= (63 + 37) + (294 + 6) + 54$

$$= 100 + 300 + 54 = 454。$$

例2 计算 $27.6 + 16.5 + 72.4 + 18.7 + 43.5$ 。

$$\begin{aligned}\text{解 原式} &= (27.6 + 72.4) + (16.5 + 43.5) + 18.7 \\ &= 100 + 60 + 18.7 = 178.7\end{aligned}$$

此二例均是通过分组结合达到凑整的目的。

例3 计算 $9 + 99 + 999 + 9999$ 。

分析 数9, 99, ……或接近9, 99, ……的加法计算中, 常凑成10、100、1000……再减去凑数。

$$\begin{aligned}\text{解 原式} &= (10 - 1) + (100 - 1) + (1000 - 1) \\ &\quad + (10000 - 1) \\ &= 10 + 100 + 1000 + 10000 - 4 \\ &= 11110 - 4 = 11106\end{aligned}$$

例4 计算 75×16 。

分析 利用数的分解, 然后“凑整”进行计算。

$$\begin{aligned}\text{解 原式} &= 3 \times 25 \times 4 \times 4 \\ &= (3 \times 4) \times (25 \times 4) \\ &= 12 \times 100 = 1200\end{aligned}$$

例5 计算 69×125 。

分析 因为 $125 \times 8 = 1000$, 所以, 可“凑整后再除以8”使计算简便。

$$\text{解 原式} = 69000 \div 8 = 8625$$

请你根据这个方法, 简算 $18000 \div 125$ 。

练习 1—1

计算下列各题:

1. $703 + 247 + 53 + 197$
2. $3.8 + 17.5 + 16.2 + 2.5$

3. $20.43 + 67.08 + 1.57 + 2.92$
4. $999 + 9 + 9999$
5. $999 + 98 + 7 + 9996$
6. $4998 + 995 + 2997 + 999$
7. $3728 - 989$
8. $2537 - 1988$
9. 125×64 75×24
10. 45×18 55×160
11. 625×36 725×32
12. 78×125 63×125
13. $37000 \div 125$ $42000 \div 125$
14. $900 \div 25$ $351 \div 25$
 $647 \div 25$ $2363 \div 25$

二、改变运算顺序

改变一个式子的运算顺序，常可使计算简便。

例6 计算 $52.7 - 18.4 - 31.6$ 。

解 原式 $= 52.7 - (18.4 + 31.6)$
 $= 52.7 - 50 = 2.7$

例7 计算 $843 - (268 + 343) + 121$ 。

解 原式 $= 843 - 268 - 343 + 121$
 $= 843 - 343 - 268 + 121$
 $= 500 - 268 + 121$
 $= 232 + 121 = 353$

例8 计算 36×998 。

解 原式 $= 36 \times (1000 - 2)$

$$\begin{aligned}
 &= 36 \times 1000 - 36 \times 2 \\
 &= 36000 - 72 = 35928
 \end{aligned}$$

例9 计算 $(125 \times 99 + 125) \times 16$ 。

解 原式 $= [125 \times (99 + 1)] \times 16$

$$\begin{aligned}
 &= 12500 \times 16 = 12500 \times 8 \times 2 \\
 &= 100000 \times 2 = 200000
 \end{aligned}$$

例10 计算 $(72 + 36) \div 12$ 。

解 原式 $= 72 \div 12 + 36 \div 12$

$$= 6 + 3 = 9$$

练习 1—2

计算下列各题：（用改变运算顺序方法使计算简单）

$493 - 146 - 154 \quad 56.9 - (25.8 + 16.9)$

$3.08 - (2.08 + 0.5) \quad 73 \times 99$

$18 \times 199 \quad 54 \times 102 \quad 36 \times 201$

$1786 - 989 \quad 2367 - 995 \quad 256 \times 98 + 3 \times 256$

$(63 + 72) \div 9 \quad 750 \div (25 \times 5) \quad 630 \div (21 \times 6)$

三、乘法巧算

乘法计算比较麻烦，但也有一些特殊规律可循。利用这些规律可以达到巧算的目的。

1. 首同末合十的两位数乘法。（包括末位为5的两位数自乘）。

例11 先用竖式计算下面一组题。

$\begin{array}{r} 24 \\ \times 26 \\ \hline 144 \\ 48 \\ \hline 624 \end{array}$	$\begin{array}{r} 38 \\ \times 32 \\ \hline 76 \\ 114 \\ \hline 1216 \end{array}$	$\begin{array}{r} 57 \\ \times 53 \\ \hline 171 \\ 285 \\ \hline 3021 \end{array}$	$\begin{array}{r} 79 \\ \times 71 \\ \hline 79 \\ 553 \\ \hline 5609 \end{array}$
--	---	--	---

观察它们积的末尾两位数是乘数哪两个数字的积，它们的积的百位数和千位数是乘数哪一个数字与这个数字加1的积。

你能总结出它们的规律吗？运用这个规律可以直接写出得数。试试看。

$\begin{array}{r} 13 \\ \times 17 \\ \hline 221 \end{array}$	$\begin{array}{r} 34 \\ \times 36 \\ \hline ()24 \end{array}$	$\begin{array}{r} 42 \\ \times 48 \\ \hline 20() \end{array}$	$\begin{array}{r} 67 \\ \times 63 \\ \hline ()21 \end{array}$	$\begin{array}{r} 96 \\ \times 94 \\ \hline () \end{array}$
--	--	--	--	--

如果末位为5的两位数自乘，同样可以利用这个规律。试试看。

$\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 625 \end{array}$	$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 2025 \end{array}$	$\begin{array}{r} 35 \\ \times 35 \\ \hline () \end{array}$	$\begin{array}{r} 65 \\ \times 65 \\ \hline () \end{array}$
--	---	--	--

2. 末同首合十的两位数乘法。

例12	$\begin{array}{r} 21 \\ \times 81 \\ \hline 21 \\ 168 \\ \hline 1701 \end{array}$	$\begin{array}{r} 32 \\ \times 72 \\ \hline 64 \\ 224 \\ \hline 2304 \end{array}$	$\begin{array}{r} 45 \\ \times 65 \\ \hline 225 \\ 270 \\ \hline 2925 \end{array}$	$\begin{array}{r} 46 \\ \times 66 \\ \hline 276 \\ 276 \\ \hline 3036 \end{array}$
-----	---	---	--	--

请仔细观察，它们的积的末两位数是乘数哪两个数字的积。它们的积的百位和千位上的数是被乘数与乘数哪两个数字的积再加上哪一个数字的和。

请你总结出它的规律，运用这个规律计算：

$$\begin{array}{r} 61 \\ \times 41 \\ \hline 251 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 77 \\ \hline () 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 85 \\ \hline 21() \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 96 \\ \hline () \end{array}$$

3. 乘数是11的简便算法。

例13 $27 \times 11 = 297$ $35 \times 11 = 385$ 。

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 11 \\ \hline 27 \\ 27 \\ \hline 297 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 11 \\ \hline 35 \\ 35 \\ \hline 385 \end{array}$$

观察上面两题，积的数字与被乘数的数字有什么关系；积的首尾两个数字与被乘数首尾两个数字关系怎样？积中间的数字是被乘数中相邻两个数字的什么？请按上面规律试一试。

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 11 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 11 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 62 \\ \times 11 \\ \hline \end{array}$$

想一想：

$$\begin{array}{r} 271 \\ \times 11 \\ \hline \end{array}$$

当被乘数是三位数时，积的中间两个数字分别是被乘数哪两个数字的和？

例14

$$\begin{array}{r} 65 \\ \times 11 \\ \hline 65 \\ 65 \\ \hline 715 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ \times 11 \\ \hline 76 \\ 76 \\ \hline 836 \end{array}$$

按前面的规律计算，行吗？有没有不同之处。当被乘数相邻两个数字之和满十时，该怎么办？按规律直接写出得数：

$$65 \times 11 = 715; \quad 87 \times 11 = 957.$$

$$\begin{array}{r} \wedge \wedge \\ 715 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \wedge \wedge \\ 957 \end{array}$$

$$78 \times 11 = (\quad); \quad 49 \times 11 = (\quad)$$

$$\begin{array}{r} \wedge \wedge \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \wedge \wedge \end{array}$$

想一想:

$$482 \times 11 = (\quad)$$

$$\begin{array}{r} \wedge \wedge \wedge \end{array}$$

$$748 \times 11 = (\quad)$$

$$\begin{array}{r} \wedge \wedge \wedge \end{array}$$

4. 其它。(如: 几十一与几十一相乘, 两位数乘101等等。)

如:

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 51 \\ \hline 41 \\ 205 \\ \hline 2091 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 61 \\ \times 21 \\ \hline 61 \\ 122 \\ \hline 1281 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 81 \\ \hline 31 \\ 248 \\ \hline 2511 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 51 \\ \times 51 \\ \hline 51 \\ 255 \\ \hline 2601 \end{array}$$

请你观察后自己总结出规律, 按规律直接写出得数:

$$31 \times 51 = (\quad) \quad 41 \times 71 = (\quad)$$

$$\text{又如: } 53 \times 101 = ? \quad 76 \times 101 = ?$$

$$\begin{array}{r} 53 \\ \times 101 \\ \hline 53 \\ 0 \\ 53 \\ \hline 5353 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ \times 101 \\ \hline 76 \\ 0 \\ 76 \\ \hline 7676 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 76 \\ \hline 606 \\ 707 \\ \hline 7676 \end{array}$$

按规律直接写出得数 $84 \times 101 = (\quad);$

$$9389 \times 10001 = (\quad); \quad 786532 \times 1000001 = (\quad).$$

练习 1 - 3

直接写出得数。

1. $36 \times 34 =$

$68 \times 62 =$

$75 \times 75 =$

2. $43 \times 63 =$

$82 \times 22 =$

$38 \times 78 =$

3. $26 \times 11 =$

$52 \times 11 =$

$27 \times 11 =$

4. $83 \times 11 =$

$94 \times 11 =$

5. $418 \times 11 =$

$634 \times 11 =$

$532 \times 11 =$

6. $564 \times 11 =$

$476 \times 11 =$

$827 \times 11 =$

7. $21 \times 51 =$

$71 \times 21 =$

8. $81 \times 41 =$

$31 \times 91 =$

9. $64 \times 101 =$

$26 \times 101 =$

$41 \times 49 =$

$72 \times 78 =$

$85 \times 85 =$

$37 \times 77 =$

$64 \times 44 =$

$24 \times 84 =$

$43 \times 11 =$

$36 \times 11 =$

$45 \times 11 =$

$75 \times 11 =$

$59 \times 11 =$

$325 \times 11 =$

$714 \times 11 =$

$243 \times 11 =$

$385 \times 11 =$

$297 \times 11 =$

$629 \times 11 =$

$41 \times 31 =$

$31 \times 61 =$

$61 \times 51 =$

$71 \times 61 =$

$97 \times 101 =$

$73 \times 102 =$

四、等差数列

1. 巧数三角形

一些数学问题总是有规律的，如果你能发现规律，运用规律，就可以使问题解决，并能简化计算。下面我们来数一数三角形的个数，看有什么规律。

例15 数一数，每个图中共有多少个三角形。

分析 数的时候应按规律数，才能不重不漏。比如可以分别数出由一个、二个、三个、四个小三角形组成的三角形个数，然后再把它们加起来就可以了。

图 形	由 1 个的	含 2 个的	含 3 个的	含 4 个的	总 数
	2	1			3
	3	2	1		6
	4	3	2	1	10

观察以上三道题，数三角形有什么规律？你能运用规律很快的得出图1—1中有多少三角形吗？

图中共有（ ）个三角形。



图1—1

巧数三角形时，我们遇到了具有如下规律的一列数，它依次减少（或增加）的数是相等的，如：

4, $\xrightarrow{-1}$ 3, $\xrightarrow{-1}$ 2, $\xrightarrow{-1}$ 1. (-1 表示减少1)