双博士系列

普通高等学校"九五"国家教委重点教材配套辅导用书

线性代数

习题集

（同济三版·线性代数）

主　编　北京大学数学科学学院
马　杰　邹本腾　漆　毅　王奕清
编　写　双博士数学课题组
总策划　胡东华

机械工业出版社
China machine Press

线性代数习题集

同济三版·线性代数

主　编　北京大学数学科学学院　马杰
　　　　邹本腾　漆　毅　王奕清
编　写　双博士数学课题组
总策划　胡东华

机械工业出版社

声明：本书封面及封底均采用双博士品牌专用图标（见右图）；该图标已由国家商标局注册。未经本策划人同意，禁止其他单位或个人使用。

图书在版编目（CIP）数据

线性代数习题集同济三版·线性代数/北京大学数学科学学院编.—北京：机械工业出版社，2003.8

ISBN 7-111-12814-1

Ⅰ.线…　Ⅱ.北…　Ⅲ.线性代数—高等学校—习题　Ⅳ.0151.2-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 069608 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号　邮编：100037）

责任编辑：刘　永　　责任校对：胥娟娟

封面设计：蒲菊祥　　责任印制：何全君

北京市高岭印刷厂印刷　　新华书店北京发行所发行

2003 年 9 月第 1 版　第 1 次印刷

850mm×1168mm　1/32　印张 12.5　字数 388 千字

定价：13.00 元

"大学英语四、六级考试押题讲座"
免费授课计划

http://www.bbdd.cc

一、内容:大学英语四、六级考试考前两个月押题讲座

二、讲座总策划:胡东华

三、主讲:

"双博士品牌"大学英语课题组

四、网站:中国教育考试双博士网站:http://www.bbdd.cc

五、时间:2003 年 11 月~12 月　　2004 年 4 月~5 月

六、大学英语四、六级考试考前 2 个月押题讲座课程表

时间 / 科目	4 月或 11 月 第 1 周	4 月或 11 月 第 2 周	4 月或 11 月 第 3 周	4 月或 11 月 第 4 周	5 月或 12 月 第 1 周	5 月或 12 月 第 2 周	5 月或 12 月 第 3 周	5 月或 12 月 第 4 周
四　级	听力理解	阅读理解（一）	阅读理解（二）	词语用法 语法结构	完形填空 简短回答	翻译	写作	模拟题
六　级	听力理解	阅读理解（一）	阅读理解（二）	词语用法 语法结构	完形填空 简短回答	改错	写作	模拟题
分值	20 分	40 分		15 分	10 分		15 分	总分 100 分

以上讲座将结合本教材。

七、信息发布:网站将随时发布大学英语教学和四、六级考试方面的最新消息。

八、其他服务:本网站每月将不定期举办免费的词汇讲座及提供课外时文选读。

九、双博士教育网将在每年 11、12 月份举办免费考研数学讲座

双博士品牌　真情大奉献

来自北京大学研究生会的感谢信

双博士:

首先感谢您对北京大学"十佳教师"评选活动的热情支持和无私帮助！师恩难忘，北京大学"十佳教师"评选活动是北京大学研究生会的品牌活动之一，是北京大学所有在校研究生和本科生对恩师情谊的最朴素表达。双博士作为大学教学辅导及考研领域全国最大的图书品牌之一，不忘北大莘莘学子和传道授业的老师，其行为将永久的被北大师生感怀和铭记。

作为考研漫漫征途上的过来人，双博士曾陪伴我们度过无数个考研岁月的日日夜夜，曾带给我们无数个明示和启发，当然也带给我们今天的成功。

特致此信，向双博士表达我们内心长久以来的感激之情，并祝愿双博士事业蒸蒸日上。

北京大学研究生会

二零零二年十二月

郑州某大学学生的来信

双博士:

我曾购买了"双博士"的《大学英语精读课文辅导》(3)、(4)册，并且我认为质量很好，因为我在准备2001年6月份的全国四级考试前没买太多的辅导资料，仅是每天背《辅导》上的知识点，另外又做(看)了双博士的模拟题、真题解析及词汇，而我却考出了94.5分的骄人成绩，真应感谢双博士为我们带来了如此上乘的资料。我信赖双博士，也相信考研中借助双博士的力量，会取得更好的成绩。所以我在您寄来的书目中挑了一下，如果可以的话，我想得到代号为"RB12"的《考研应试教程(英语分册)》，或者是代号为"B18A"的《研究生入学考试英语词汇·考点·记忆法·用法详解》。两本书中的任何一本，我都相信会给我带来好运！

李XX

2001年11月22日

天津某高校学生的来信

双博士:

我们都知道，英语学习中，口语是非常重要的，而《英美流行口语》正是我们所需要的，是一场及时雨。五一、五四前后，我校将举办一次口语演讲比赛，我们将把这几本书作为奖品赠送给口语出色的同学，相信他们会很意外，也会很高兴的。双博士为我们着想，我们也希望能以微小之力量，给她的工作以支持和回报。其实，我想，只要我们真正为爱好英语的同学做了事，使他们从中受了益，英语有了提高，就是对"双博士"最好的回报了，对不对?

还有，我校购买"双博士"图书比较困难，到书店买，常被抢购一空，由老师订购又"姗姗来迟"，所以，我想与你们联系，能否帮同学们统一订购？如可以，请将你们的订购时间、办法等以传真方式告诉我。

前　言

双博士品牌高等学校数学辅导系列丛书历年位居全国销量排行榜第一，有居高不下的人气指数！《线性代数习题集·同济三版》是《线性代数复习指导》姊妹篇，是与同济版经典教材《线性代数》第三版的完全配套参考书，在章节安排上完全遵循同济三版的严密逻辑，该书整体难易程度的把握，兼顾不同层次水平的学生，既适合基础差的学生夯实基础，提升成绩，也适合基础较好的学生再创佳绩，是一本集同步课堂辅导融合应试攻略全方位多角度经济实惠版学生用书。

本书是根据本科非数学专业的教学要求，并参照数学大纲编写的，共六章，分为：第一章 行列式；第二章 矩阵；第三章 矩阵的初等变换与线性方程组；第四章 向量组的线性相关性；第五章 相似矩阵及二次型；第六章 线性空间与线性变换。每节习题分为选择题、填空题和解答题，以及与每章知识点对应的各年考研真题。在题解部分，给出了清晰完整的解体思路和具体的解答过程，有些为一题多解，以拓展读者思路。

本习题集详尽地囊括了线性代数方面大纲要求的所有知识点，相信会对读者巩固线性代数基础，提高解题能力大有裨益。同时，也可作为高校教师和报考硕士研究生的考生的参考书。由于编者水平有限，时间仓促，不妥之处在所难免，希望广大读者不吝批评、指正。

双博士品牌系列丛书，以其独有的魅力和卓越的品质被誉为最受大学生欢迎的教学辅导丛书，销量居全国同类书榜首。全国约有三分之一的大学生读过或正在使用本品牌丛书（不含盗版）。本品牌丛书封面、封底都带有双博士书标，此书标已由国家商标局注册。该系列品牌丛书，在读者中已树立起不可替代的品牌形象，引起了媒介的广泛关注。

本书用60克特制纸印刷，双色排版，印装精美，内容精致，故称之为双博士精品系列。

双博士全体同仁非常感谢考生对双博士品牌的厚爱，并衷心希望广大考生对双博士图书内容和质量的改进提出具体意见，可以发电子邮件（shuangboshi@sina.com）进行交流指正。

中国教育考试双博士网站 http://www.bbdd.cc，举行考前两个月免费四、六级押题讲座。届时敬请轰炸！（双博士网上押题讲座已进行了三次，好评如潮，详见背面）

“双博士”网站留言选登

自从2001年双博士网站举办免费的考研及四、六级讲座以来,每天都有大量读者留言,交流考试心得和对双博士丛书的观感。现将部分留言选登如下:

作者:秋秋　**来自:**重庆　2003－5－27 ,10:11:31

留言内容:我是买了一本双博士的书才知道双博士的网站的,总之无论是书或网站感觉都很不错.斑竹的真诚和无私也值得赞赏!但愿这次在双博士的帮助下能顺利通过六级!!

作者:liutancai　**来自:**广东　2003－5－25,13:37:51

留言内容:我购买了双博士的书觉得非常不错,现在上到她的网站,看到这么多对我等有用的东西,而且免费,更喜欢双博士了,感谢双博士!

作者:小林　**来自:**广东　2003－7－13 ,22:58:32

留言内容:贵网页提供的内容非常丰富,对我们广大学生有很大的帮助。我经常浏览您们的网页,对我的帮助极大,可以说我能过六级、并考上研究生少不了您们的功劳。在此,想对您们说:谢谢!!!

作者:考研人　**来自:**湖北　2003－2－16,23:31:04

留言内容:今天上网把你们的考研网上押题讲座和你们上传的真题对比来看,押中的题还真不少来!希望双博士在2004年考研政治理论方面继续给广大考生押题!!

作者:奋斗　**来自:**福建　2003－2－16,23:40:00

留言内容:是的,我认为政治理论做的最好的部分是形势与政策部分,其中有关16大的考题共8分全部押中了;毛概部分押中了中国共产党的最低纲领和最高纲领部分;当代部分即最后的两个选作题,都能从押题的相关部分找到答案,这对我特别有用,因为我是一名理科生,对当代部分的内容不熟悉。谢谢双博士!!!

作者:mmer　**来自:**四川　2003－2－9,17:16:50

留言内容:双博士教辅真的很不错,我和身边的同学用了都说好!谢谢胡东华老师和编书老师,谢谢你们!

目　录

第一部分　习题集

第一章　行列式

§1.1　二阶与三阶行列式

计算下列行列式：

1.1 $\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$　　1.2 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

1.3 $\begin{vmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{vmatrix}$

1.4 $\begin{vmatrix} 1+i & 3+2i \\ 3-2i & 1-i \end{vmatrix}$（其中 $i^2=-1$）

1.5 $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

1.6 $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix}$

1.7 $\begin{vmatrix} a & d & e \\ 0 & b & f \\ 0 & 0 & c \end{vmatrix}$

1.8 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

1.9 求解二元线性方程组

$$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 = 12 \\ 2x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$$

1.10 设三阶行列式为

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & x \\ 1 & 16 & x^2 \end{vmatrix}$$

1）试计算上述行列式，并说明该行列式是一个关于 x 的多项式.

2）记该行列式为 $f(x)$. 试问方程 $f(x)=0$ 是否有实数解. 若没有，说明理由；若有，求出解.

§1.2 全排列及逆序数

1.11 由 $1,2,\cdots,n(n>1)$ 组成的 n 元排列总共有____个，其中奇排列有____个.

1.12 排列 4,3,1,2 的逆序数 $\tau(4,3,1,2)=$ ____，该排列的奇偶性为____.

1.13 排列 3,6,5,4,1,2 的逆序数 $\tau(3,6,5,4,1,2)=$ ____，该排列的奇偶性为____.

1.14 排列 $n-1,n-2,\cdots,2,1,n(n>2)$ 的逆序数为____，该排列的奇偶性为____.

1.15 求排列 $2,3,\cdots,n-1,n,1$ 的逆序数，并讨论其奇偶性，设 $n>3$.

§1.3 n 阶行列式的定义

1.16 在下列构成的 6 阶行列式的展开式的各项中，取“+”号的是

（　）

(A) $a_{15}a_{23}a_{32}a_{44}a_{51}a_{66}$　　(B) $a_{11}a_{26}a_{32}a_{44}a_{53}a_{65}$

(C) $a_{21}a_{53}a_{16}a_{42}a_{64}a_{34}$　　(D) $a_{51}a_{32}a_{13}a_{44}a_{65}a_{26}$

1.17　设 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$,则行列式$\tilde{D}$ =

$$\begin{vmatrix} -a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & -a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & -a_{nn} \end{vmatrix} = (\quad)$$

(A) $-D$　　(B) $(-1)^n D$

(C) D　　(D) D^{-1}

计算下列 n 阶行列式:

1.18　$\begin{vmatrix} 1 & & & \\ & 2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & n \end{vmatrix}$

1.19　$\begin{vmatrix} 0 & b_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & b_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_{n-1} \\ b_n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$

1.20　$\begin{vmatrix} a & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{vmatrix}_{n \times n}$

1.21 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & b_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-1} & b_{n-1} \\ b_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n \end{vmatrix}$

1.22 设 $f(x) = \begin{vmatrix} 5x & x & 1 & x \\ 1 & x & 1 & -1 \\ 3 & 2 & x & 1 \\ 3 & 1 & 2 & x \end{vmatrix}$. 试求 $f(x)$ 的三次项和四次项

1.23 设 $f(x) = \begin{vmatrix} x-a_{11} & -a_{12} & -a_{13} & -a_{14} \\ -a_{21} & x-a_{22} & -a_{23} & -a_{24} \\ -a_{31} & -a_{32} & x-a_{33} & -a_{34} \\ -a_{41} & -a_{42} & x-a_{43} & x-a_{44} \end{vmatrix}$,试求 $f(x)$ 的三次项的系数和常数项.

1.24 设三阶行列式的元素都是1或0,试求该三阶行列式的最大值.

1.25 1) 试证明:若 n 阶行列式处于某 k 行和某 l 列交叉处的元素都是0,且 $k+l>n$,则该行列式为0.

2) 计算行列式 $\begin{vmatrix} 0 & a & 0 \\ b & c & d \\ 0 & e & 0 \end{vmatrix}$

1.26 试证明行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & 0 & 0 & 0 \\ d_1 & d_2 & 0 & 0 & 0 \\ e_1 & e_2 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$

1.27 设 $|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$

试证明:若 $a_{ij}=-a_{ji}, 1\leqslant i,j\leqslant n$,且 n 为奇数,则 $|A|=0$.

1.28 试证明:
$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{1n} \\ 0 & 0 & \cdots & a_{2n-1} & a_{2n} \\ \hdashline 0 & a_{n-1\,2} & \cdots & a_{n-1\,n-1} & a_{n-1\,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn-1} & a_{nn} \end{vmatrix}$$
$=(-1)^{n(n-1)/2}a_{n1}a_{n-1\,2}\cdots a_{2\,n-1}a_{1n}$

§1.4 对换

1.29 写出由排列 3,1,5,4,6,2 到排列 1,2,3,4,5,6 所作的对换.

1.30 如果 n 元排列 $k_1,k_2,\cdots k_n$ 的逆序数为偶数,试讨论 n 元排列 k_n, $k_{n-1},\cdots k_1$ 的奇偶性.

§1.5 行列式的性质

1.31 $\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & bc & c^2+1 \end{vmatrix}=(\quad)$

(A) $\begin{vmatrix} a^2 & ab & ac \\ ab & b^2 & bc \\ ac & bc & c^2 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

(B) $\begin{vmatrix} a^2 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & bc & c^2+1 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & bc & c^2+1 \end{vmatrix}$

(C) $\begin{vmatrix} a^2 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & bc & c^2+1 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 1 & ab & ac \\ 0 & b^2+1 & bc \\ 0 & bc & c^2+1 \end{vmatrix}$

(D) $\begin{vmatrix} a^2 & ab & ac \\ ab & b^2 & bc \\ ac & bc & c^2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & ab & ac \\ ab & 1 & bc \\ ac & bc & 1 \end{vmatrix}$

1.32 设 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = 1$,则 $\tilde{D} =$

$\begin{vmatrix} a_{nn} & a_{nn-1} & \cdots & a_{n1} \\ a_{n-1n} & a_{n-1n-1} & \cdots & a_{n+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{1n} & a_{1n-1} & \cdots & a_{11} \end{vmatrix} = (\quad)$

(A)1　　(B) -1

(C) $(-1)^n$　　(D)2

计算下列行列式

1.33 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 99 & 201 & 298 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$

1.34 $\begin{vmatrix} 103 & 100 & 204 \\ 199 & 200 & 395 \\ 301 & 300 & 600 \end{vmatrix}$

1.35 $\begin{vmatrix} a & b & c & 1 \\ b & c & a & 1 \\ c & a & b & 1 \\ \frac{b+c}{2} & \frac{a+c}{2} & \frac{a+b}{2} & 1 \end{vmatrix}$

1.36 $\begin{vmatrix} a_1 + b & a_2 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 + b & \cdots & a_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_n + b \end{vmatrix}$