

算术辞典

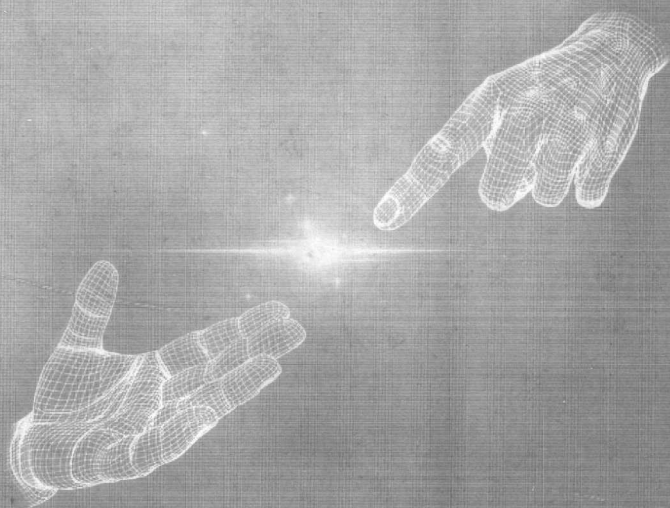
• 修订版 •

顾汝佐 蒋 冲 等主编

上海科学技术出版社

〔修订版〕

顾汝佐 蒋 冲 等主编



算 术 辞 典

上海科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

算术辞典/顾汝佐等编著, —2 版. —上海: 上海科学技术出版社, 2005. 1

ISBN 7-5323-7457-2

I. 算... II. 顾... III. 算术—词典
IV. 0121-61

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 108602 号

责任编辑 周玉刚

算 术 辞 典

(修订版)

顾汝佐 蒋 冲 等主编

世 纪 出 版 集 团

上海科学技术出版社

出版、发行

(上海瑞金二路 450 号)

新华书店上海发行所发行 苏州望电印刷有限公司印刷

开本 850×1168 1/32 印张 36.5 插页 4 字数 1 332 000

1989 年 12 月第 1 版

2005 年 1 月第 2 版 2005 年 1 月第 2 次印刷

印数 10 001—15 200

ISBN 7-5323-7457-2/G · 1618

定价: 68.00 元

本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题,

请向本社出版科联系调换



修订前

XIU DING QIAN YAN 言

“算术”早在我国西汉(公元前 200 年~公元 8 年)时期是数学书的代用名词,包含当时的全部数学知识和计算技能.随着生产和科学技术的不断发展,数学知识的内容也越来越丰富,现在“算术”只是数学的一个分支.它主要讨论非负整数、分数、小数的记数法和它们在加、减、乘、除、乘方等运算下产生的数的性质、运算法则,以及在日常生活中应用的数学问题.它是数学中最基础、最初等的部分.

“算术”作为当代学校教育的一门课程,还包括“量与计量”、“简单几何形体求积”等知识.因此,算术的内容极为丰富,不仅有许多专用的名词、术语,各种计算法则,还有浩如烟海的应用问题.这就需要编纂一部算术分支的工具书,供教师、学生以及数学爱好者查阅.

在我国也曾编译出版过这类工具书,大多由于年代较早,内容难免有些陈旧,语言文字也较精邃,不易为现代读者所理解.为此,在上海科学技术出版社的支持下,编写了这部书.

本书于 1988 年完稿,1989 年出版,至今已十年有余.随着时代的发展,科学技术的突飞猛进,数学与数学教育也起了许多的变化.“算术”是数学的一个分支,是数学中最基础、最初等的部分,也在不断地推陈出新,不论是题目的题材或是使用的计量单位,较之十年前均有所更新.为了使这本工具书更具有时代气息,更贴近我国九年义务教育的小学数学教育,在上海科学技术出版社的支持下,特组织部分原作者,作了全面的修改、删减和增补.

前

言

SUAN SHU CI DIAN

在修订中,删减了陈旧、重复的题目共 368 题,修改了题目中的数据、单位名称等共 583 题,还增补了税收、小学生数学竞赛等新的内容共 428 题。使它更切合当前读者的需要。

本书编委:顾汝佐、蒋冲、周玉刚、水康华、汪绳祖、徐彩霞. 主编:顾汝佐、蒋冲. 第一部分由蒋冲、徐彩霞编写,第二部分由顾汝佐、蒋冲、水康华、汪绳祖、黄玉鸣、俞孝武、周家明等编写,第三部分由黄继鲁、徐五光编写,第四、五部分由邹玲丽、徐彩霞编写. 最后由蒋冲负责全书的统稿工作,由陈肇曾、鲍茂盛、施介明、郑高民负责全书的计算核对工作,由夏有霁、许世德、沈永欢负责有关部分的审稿.

参加本书修订工作的有:顾汝佐、周玉刚、汪绳祖、黄玉鸣、俞孝武、周家明、周滔等。

限于编写人员的水平,缺点错误一定很多,尤其是算术题目甚多,在选编时难免挂一漏万,恳切地希望广大读者提出宝贵意见,使这部书更加完善.

编 者

2004 年 1 月





凡

FAN LI

例

1. 条目、题目按学科知识体系的章节分类分组编排. 正文前刊有按类组形式编制的目录, 正文后附有按笔画分类的条目索引, 以供检索.

2. 题目解答一般是一题一解, 部分题目有其他较好解法的, 则一题多解, 分别列出. 一般先介绍算术解法, 再适当介绍方程解法. 本书中已收录题目的结论, 在其他题目中应用时, 一般不再重复, 只注明“参见第 $\times\times\times$ 题”.

3. 对典型题或较复杂的题目, 进行分析, 提出解题的关键和思路的分析; 另以说明的形式标明有关解题规律的总结.

4. 本书附插图 545 幅, 分别附于有关题目下面; 同一题中有一幅以上者, 分别注明图 1、图 2……

凡

例

SUAN SHU CI DIAN



MULU

录

目
录

SUAN SHU CI DIAN

第一部分 基本概念、公式、法则	1
一、数	1
二、数的应用	50
三、数的性质	64
四、比和比例	71
五、计量	81
六、简单图形	96
七、统计图表	126
八、现代数学思想	130
九、其他	136
第二部分 题解	141
一、数的计算	141
1. 整数、小数、分数四则和乘方、开方的式题计算	141
(1) 只含第一级运算的式题计算	141
(2) 只含第二级运算的式题计算	142
(3) 四则式题计算	142
(4) 开平方与开立方	146
(5) 繁分数化简	148
2. 运算定律、性质的应用(简便计算)	151
(1) 加法交换律、结合律的运用	151
(2) 减法运算性质的运用	152
(3) 乘法交换律、结合律的运用	154

(4) 乘法分配律的运用	155
(5) 除法运算性质的运用	157
3. 速算法	159
(1) 加减速算法	159
(2) 乘法速算法	171
(3) 除法速算法	190
(4) 乘方速算法	191
(5) 验算方法	201
4. 文字题	208
(1) 只含第一级运算	208
(2) 只含第二级运算	209
(3) 和、差、积、商的变化	211
(4) 四则混合运算	219
(5) 求两个数的文字题	230
(6) 求三个数或三个以上的数	239
(7) 含平方、开方的问题	242
(8) 杂题	244
二、数的应用	267
1. 整数、小数应用题	267
(1) 简单应用题	267
(2) 两步计算应用题	269
(3) 三步计算应用题	274
(4) 四步或四步以上应用题	284
2. 分数、百分数应用题	302
(1) 加减法	302
(2) 乘法	304
(3) 除法	305
(4) 较复杂的应用题	317
3. 典型应用题	540
(1) 平均数问题	540
(2) 差额平分问题	556





(3) 和差问题	558
(4) 和倍问题	567
(5) 差倍问题	577
(6) 归一问题	587
(7) 倍比问题	596
(8) 植树问题	597
(9) 还原问题	604
(10) 行程问题	613
(11) 流水问题	638
(12) 年龄问题	646
(13) 盈亏问题	655
(14) 置换问题(又称鸡兔问题)	673
(15) 方阵问题	685
(16) 轮替问题	689
(17) 工程问题	690
(18) 温度问题	709
(19) 時計问题	713
(20) 经差与时差问题	717
(21) 利息问题	721
三、数的性质	727
1. 等差数列问题	727
2. 约数和倍数	735
3. 奇偶数、质数、合数、互质数	738
4. 分解质因数	743
5. 整除特征的应用	747
6. 其他有关整除的规律	753
7. 最大公约数及其应用	759
8. 最小公倍数及其应用	764
9. 中国剩余定理问题	778
四、比和比例	781
1. 正比、反比、比值	781

2. 复比	786
3. 连比	788
4. 比例尺	791
5. 比例	793
6. 正比例应用题	796
7. 反比例应用题	808
8. 复比例应用题	820
9. 比例分配应用题	827
10. 连锁比例应用题	841
11. 混合比例应用题	848
五、简单几何形体知识	853
1. 矩形、正方形	853
2. 三角形	868
3. 四边形	876
4. 圆、扇形、弓形	879
5. 不规则图形、组合图形	885
6. 长方体、立方体	895
7. 柱体	898
8. 锥体、台体、组合体	901
六、其他	906
1. 数数问题	906
2. 重叠问题	913
3. 染色法	916
4. 抽屉原理	918
5. 图形填数	923
(1) 算算填填	923
(2) 方宫	970
(3) 幻立体	987
6. 图形变换	1000
7. 数学游戏	1003
8. 火柴棒游戏	1012



9. 古题	1028
第三部分 算术史	1044



一、算术简史	1044
1. 自然数概念的形成和它的读写	1044
2. 整数四则运算的发展	1048
3. 分数的发展	1052
4. 小数的发展	1055
5. 中国古代数学著作	1057
(1)《周髀算经》	1057
(2)《九章算术》	1057
(3)《海岛算经》	1058
(4)《孙子算经》	1058
(5)《张邱建算经》	1058
(6)《五曹算经》	1059
(7)《五经算术》	1059
(8)《夏侯阳算经》	1059
(9)《缉古算经》	1059
(10)《数术记遗》	1060
(11)《九章算法比类大全》	1060
(12)《数理精蕴》	1060
6. 算术中常用符号的发展	1061
(1) 加减法符号	1061
(2) 乘除法符号	1061
(3) 等号	1062
(4) 不等号	1062
(5) 括号	1062
7. 算术中的一些著名问题	1062
(1) 孙子问题	1062
(2) 百鸡问题	1063
(3) 黄金分割	1063
(4) 丢蕃图的年龄问题	1064

(5) 牛顿问题	1064
(6) 欧拉的农妇卖蛋问题	1065
(7) 哥尼斯堡七桥问题	1065
(8) 哥德巴赫猜想	1066
二、算术发展史上的重要数学家	1066
1. 中国	1066
2. 外国	1072
第四部分 附录	1078
一、常用数表	1078
1. 1000 以内质数表	1078
2. 50 以内合数分解质因数表	1079
3. 乘法口诀表	1080
4. π 乘积表	1081
5. 平方表	1082
6. 立方表	1087
7. 圆周长表	1097
8. 圆面积表	1102
9. 平方根表	1108
二、数学符号	1118
三、希腊字母	1120
四、数据资料	1120
1. 太阳	1120
2. 地球	1120
3. 月球	1121
4. 伟大的祖国	1121
5. 交通里程	1122
6. 速度	1123
7. 密度	1124
8. 木料容重	1124
9. 粮食油料重量估算值	1124
10. 主要农作物种子重量	1125



11. 稻、麦、谷出米(粉)率(%)	1125
12. 油料种子含油、出油率(%)	1125
13. 肥料	1126
14. 1 千瓦·时电的用处	1127
15. 体育常识	1127
16. 各类动物的最长寿命记录	1127
五、汉英名词对照表	1128
第五部分 条目索引	1139





第一部分

基本概念、公式、法则

一、数

【数学】 研究现实世界的空间形式和数量关系的科学。古时候,人类在生产和生活实践中,由于分配实物的需要,获得了数的概念;同时也从具有某些特定形状的物体获得了一些简单几何形体的概念。这样,早在人类文化的初期,就已积累了一些数学知识。到了16世纪,包括算术、初等代数、初等几何和三角的初等数学已大体上完备了。17世纪,由于生产力的发展推动了自然科学和技术的发展,人们获得了变量的概念,这是数学发展史上的一个转折点,于是数学不仅研究不变的量和个别的图形,而且开始研究变化中的量与量之间的互相制约关系和图形间的相互变换,从而使运动和辩证法进入了数学。随着生产的进一步发展,愈来愈多地要求对自然现象作定量的研究;还由于数学学科自身的发展,使得数学的研究范围还不断地在扩大,内容日益丰富。数学的理论往往具有非常抽象的形式,但它同时也是现实世界空间形式和数量关系的深刻反映,因此可以广泛地应用到自然科学和技术的各个部门,对人类认识自然和改造自然,起着重要的作用。近年来,由于计算技术的发展,数学的这种作用显示得更清楚了。从内容上说,现代的数学在习惯上分成数理逻辑、数论、代数学、几何学、拓扑学、函数论、泛函分析、微分方程、概率论、数理统计和计算数学等分支,同时也产生了一些边缘性学科,如运筹学、控制论等。

【算术】 数学中最基础与最初等的部分,是数学的一个分科。算术是讨论自然数、分数、小数的记数法和它们在加、减、乘、除、乘方、开方运算下产生的数的性质、运算法则,以及在日常生活中的数学部门。算术进一步发展成为代数学与数论。

【数】 数学最基本的概念之一。数的概念是人类在生产和生活的实践中逐渐形成和发展的。在人类历史发展的最初阶段,由于计量的需要,形成了自然数的概念。以后随着生产的发展,只靠自然数表示计量的结果感到不

够,因而引入了正分数(与正整数合称为“正有理数”).由于量与量之间的比值,如正方形对角线和边长的比,有精确表示的必要,引入了无理数.又由于表示相反意义的量的需要,引入了负数.负数概念,我国古代《九章算术》中已用到,并有了正负数的加减法法则;13世纪中,又有了正负数相乘的法则.欧洲在古代解方程时也已遇到负数,但负数的四则运算到17世纪才正式建立.有理数和无理数的全体组成实数.复数是由解二次和三次方程的需要而引入的,后来由于生产上的应用而得到发展.

【算术数】 自然数、正分数(可化为分数的正小数)统称算术数.

【自然数】 人们在数物体的时候,用来表示物体个数的0、1、2、3、4、…叫做自然数.

自然数有两方面的意义:一是数量的意义,即被数的物体有“多少个”.这种用来表示事物数量的自然数,称为基数.另一种是次序的意义,即最后被数的物体是“第几个”.用来表示事物次序的自然数,称为序数.与此相应,自然数的理论有两派学说,一为基数的理论,一为序数的理论.

基数理论把自然数解释为一切等价(或等势)非空有限集合共同特征的标记.这里讲的等价是指集合间的元素可以建立起一一对应的关系.那么一切等价有限集合的共同特征就是它们的元素的个数相同.因此,对自然数作如下定义:自然数是表示一切非空有限集合中的元素的个数,即基数.这种定义,基本上反映了自然数概念形成的历史过程,与我们通常所说的“自然数是表示物体的个数”是一致的.

序数理论是将自然数的一些基本性质抽象为公理,用公理化形式来给自然数下定义.

所谓自然数,是指一个集合 N 里某些元素之间有一基本关系,称为“直接后继”(用“ $'$ ”表示)(通俗地说,比如,5是4的直接后继, $4'=5$,5称为4的后继数),并且集合 N 满足下列条件:

- (1) “0”是自然数;
- (2) 每个自然数 n 的后继数 n' 是自然数;
- (3) 如果 b, c 都是自然数 a 的后继数,那么 $b=c$;
- (4) 0不是任何自然数的后继数;

(5) 任意关于自然数的命题,如果证明了它对自然数是对的,又假定它对自然数 n 为真时,可以证明它对 n' 也真,那么,命题对所有自然数都真.

序数理论采用的公理,最初是由意大利数学家皮亚诺(Peano, 1858—1932)提出的,所以又称皮亚诺公理.

【基数】 见【自然数】.

【序数】 见【自然数】.





【自然数的单位】 “1”是自然数的单位,任何自然数都是由若干个“1”这个自然数的单位组成的.

【自然数的性质】 见【自然数】.

【自然数的分类】 全体自然数可以分为三类:① 自然数的单位;1;② 全体素数;③ 全体合数.

【自然数的基本顺序律】 自然数的大小比较,有以下的基本顺序律:

(1) 次序的全序性:对于任意两个自然数 a, b , 下面三个关系中,必有且仅有一个成立:

$$a=b, a>b, a<b.$$

(2) 相等的自反性:

$$a=a.$$

(3) 相等的对称性:

如果 $a=b$, 那么 $b=a$.

(4) 相等的传递性:

如果 $a=b, b=c$, 那么 $a=c$.

(5) 不等的反对称性:

如果 $a>b$, 那么 $b<a$; 如果 $a<b$, 那么 $b>a$.

(6) 不等的传递性:

如果 $a>b, b>c$, 那么 $a>c$;

如果 $a<b, b<c$, 那么 $a<c$.

【零】 自然数是对物体集合计量的结果. 如果物体集合是个空集合, 比如书架上一本书也没有, 树上一只小鸟也没有, 这时, 书架上书的集合, 树上小鸟的集合, 都是空集合. 对空集合计量的结果, 在数学中引入了一个新的数“零”, 来表示集合里一个元素也没有这个特征. 因此, 零是空集合的基数, 记作“0”.

【零的性质】 (1) 0 是一个数, 是最小的自然数.

(2) 在十进制记数法中, 0 起占位的作用.

(3) 0 是一个偶数.

(4) 0 是任意自然数的倍数.

(5) 任何数与 0 相加, 它的值不变, 即

$$a+0=0+a=a.$$

(6) 任何数减零, 它的值不变, 即

$$a-0=a.$$

(7) 相同的两个数相减, 差等于 0, 即

$$a-a=0.$$

(8) 任何数与 0 相乘,积等于 0,即

$$a \times 0 = 0 \times a = 0.$$

(9) 0 被非 0 的数除,商等于 0,即 如果 $a \neq 0$,那么 $0 \div a = 0$.

(10) 0 不能作除数.例如, $5 \div 0$, $0 \div 0$,这类式子是没有意义的.

随着数学知识的扩充,0 的性质也将进一步扩充.例如,当引入负数后,0 是惟一的一个中性数,既不是正数,也不是负数;引入绝对值的概念后,0 的绝对值等于 0,即 $|0| = 0$;引入指数概念后,任何非 0 的数的 0 次幂等于 1,即如果 $a \neq 0$,那么 $a^0 = 1$;等等.

【整数】 自然数 0, 1, 2, 3, … 以及负整数 -1, -2, -3, … 统称整数.

在小学数学中,由于还没有引进负数概念,对整数的概念不作严密的定义,通常解释为“自然数是整数”,但不能说成整数就是自然数.

【数列】 按一定次序排列的一列数,叫做数列.数列中的每一个数,叫做这个数列的一项.其中第一个数称为第一项,第二个数称为第二项等等.当项数是有限时称为“有限数列”,当项数是无限时称为“无限数列”.例如, 1, 10, 100, 1000, … 和 $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n, \dots$ 都是无限数列.

【有限数列】 见【数列】.

【无限数列】 见【数列】.

【递增数列】 一个数列里如果从第二项起,每一项都大于或者等于它前面的一项 ($a_{n+1} \geq a_n$),那么这个数列叫做递增数列.例如:

$$1, 2, 3, 4, \dots;$$

$$\pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi, \dots$$

等都是递增数列.

【递减数列】 一个数列里如果从第二项起,每一项都小于或者等于它前面的一项 ($a_{n+1} \leq a_n$),那么这个数列叫做递减数列.例如:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$$

1.5, 1.42, 1.415, 1.4143, … 等都是递减数列.

【等差数列】 如果一个数列从第二项起,每一项与它的前一项的差等于同一个常数,这个数列就叫做等差数列.这个常数叫做等差数列的公差.

例如,数列 2, 4, 6, 8, … 是等差数列,公差是 2.

等差数列的通项公式是:

$$a_n = a_1 + (n-1)d.$$

其中 a_n 是第 n 项(也叫通项), a_1 是首项, d 是公差.

【等比数列】 如果一个数列从第二项起,每一项与它的前一项的比都等于同一个不等于零的常数,这个数列就叫做等比数列.这个常数叫做等比

