



HUANGGANG

MINGSHIDIANBO

# 黄冈名师

# 点拨

主编·洪鸣远

## 初二数学(下)



新蕾出版社

主 编：洪鸣远



黄冈名师

点拨

# 初二数学（下）

执行主编：成学江

本册主编：何光新

本册编者：刘德茂 夏 晴 黄治安



新蕾出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

黄冈名师点拨·初二数学·下 / 成学江主编. ——  
天津:新蕾出版社, 2004

ISBN 7-5307-3407-5

I. 黄... II. 成... III. 数学课—初中—  
教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第101092号

## 黄冈名师点拨·初二数学(下)

---

出版发行 新蕾出版社

E-mail: newbuds@public.tpt.tj.cn  
<http://www.newbuds.com>

地 址 天津市和平区西康路35号 (300051)

出 版 人 纪秀荣

电 话 总编办: (022) 23332422

发行部: (022) 27221133, 27221150

传 真 (022) 23332422

经 销 全国新华书店

印 刷 北京密东印刷有限公司

开 本 880×1230 1/32

字 数 266 千字

印 张 9.25

版 次 2004年11月第1版第1次印刷

书 号 ISBN 7-5307-3407-5/G·1987

定 价 11.50元



## 03 年畅销书与百万读者共贺修订！

“全国高考看黄冈”，黄冈之所以被誉为“高考状元之乡”，关键在于拥有一批年富力强、在教学第一线不断探索的优秀教师。他们广博的知识、丰富的课堂经验和先进的教学理念，是全国千百万学子共同期待的。为此，我们组织了数十名来自黄冈地区教学一线的骨干教师，潜心钻研，在充分吸收近一年教学、课改最新成果的基础上，重新修订了这套“点拨”丛书。本丛书依据教育部教改的最新精神，立足学科体系，着眼思维整合，充分体现了探索性学习的精神，具有鲜明的特色。

学法导引 □ 点拨学生，指导学生怎样学才能“事半功倍”！

思维整合 □ 梳理知识结构，讲清重点，解析难点。

精典例题再现 □ 精彩经典好题，帮你提高实战能力。

能力升级平台 □ 培养综合思维、应用思维，考高分不再难。

三层解读“解题思维”“解题依据”“答题要点”

中(高)考链接 □ 中(高)考在平时，培养中(高)考意识和应试技巧。

练测精选 □ A 卷：教材跟踪训练，夯实基础。

B 卷：综合应用创新题，题题精彩，培养综合能力，体现“能力”和“素质”的统一。

想一想：精彩一笔，一题多变多解，启迪学生多向思维！

答案点拨 □ 更注重解题指导，在给出答案的同时，详尽的点拨体现了对学生的关心和呵护！

呕心沥血，始成《黄冈名师点拨》。我们衷心地希望此书能给同学们带来学习上的进步。不妥之处，谨请批评指正！

主编：洪鸣远

2004 年 10 月 · 北京

# 目 录

## 代数部分

<b>第十章 数的开方</b> .....	1
10.1 平方根 .....	1
10.2 用计算器求平方根 .....	10
10.3 立方根 .....	15
10.4 用计算器求立方根 .....	22
10.5 实 数 .....	26
本章专题 .....	34
单元综合测试 .....	36
<b>第十一章 二次根式</b> .....	39
11.1 二次根式 .....	39
11.2 二次根式的乘法 .....	47
11.3 二次根式的除法 .....	56
11.4 最简二次根式 .....	67
11.5 二次根式的加减法 .....	76
11.6 二次根式的混合运算 .....	86
11.7 二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简 .....	97
本章专题 .....	108
单元综合测试 .....	110

## 几何部分

<b>第四章 四边形</b> .....	114
一 四边形 .....	114
4.1 四边形 .....	114
4.2 多边形的内角和 .....	122

二 平行四边形 .....	130
4.3 平行四边形及其性质 .....	130
4.4 平行四边形的判定 .....	139
4.5 矩形、菱形 .....	149
4.6 正方形 .....	159
4.7 中心对称和中心对称图形 .....	169
4.8 实习作业 .....	175
三 梯形 .....	180
4.9 梯形 .....	180
4.10 平行线等分线段定理 .....	188
4.11 三角形、梯形的中位线 .....	193
本章专题 .....	202
单元综合测试 .....	204
期中测试卷 .....	209
<b>第五章 相似形 .....</b>	<b>212</b>
一 比例线段 .....	212
5.1 比例线段 .....	212
5.2 平行线分线段成比例定理 .....	221
二 相似三角形 .....	236
5.3 相似三角形 .....	236
5.4 三角形相似的判定 .....	246
5.5 相似三角形的性质 .....	260
本章专题 .....	275
单元综合测试 .....	278
期末测试卷 .....	283

# 代数部分

## 第十章

## 数的开方

10.1

### 平方根

学法导引

1. 平方根的意义正好与平方的意义相反，在学习中，必须紧密联系平方运算才能学好平方根运算。
2. 要深刻理解平方根和算术平方根的区别和联系。
3. 要注意算术平方根的定义中的非负性。



### 重难点点拨

**【解析重点】** 平方根与算术平方根的概念。

如果一个数的平方等于  $a$ ，这个数就叫做  $a$  的平方根（或二次方根），就是说，如果  $x^2 = a$ ，那么  $x$  就叫做  $a$  的平方根。

正数  $a$  有两个平方根，其中正数  $a$  的正的平方根，也叫做  $a$  的算术平方根。

**【剖析难点】** 对平方根、算术平方根的意义的理解。

在  $x^2 = a$  中， $a$  是  $x$  的平方， $x$  是  $a$  的平方根； $a$  是一个非负数；负数没有平方根；算术平方根  $\sqrt{a}$  具有双重非负性，即被开方数  $a$  是非负数，算术平方根  $\sqrt{a}$  本身是非负数。

**【点击易错易混点】**

- (1) 平方根、算术平方根两概念混淆；
- (2) 对“ $\sqrt{\quad}$ ”符号的理解错误，如认为  $\sqrt{16}$  的算术平方根是 4；
- (3) 对平方根运算中的符号处理不当，如认为  $\sqrt{(-4)^2} = -4$ 。



## 精典例题再现

**例1** 求下列各数的算术平方根和平方根:

$$(1) 0.0016; (2) 1 \frac{24}{25}; (3) (-6)^2; (4) \sqrt{81}.$$

[解析] 开平方运算与平方运算互为逆运算,因此,可以通过平方运算来求一个数的平方根.

$$[解] (1) \because (\pm 0.04)^2 = 0.0016,$$

$\therefore 0.0016$  的平方根是  $\pm 0.04$ , 算术平方根是  $0.04$ ;

$$(2) \because 1 \frac{24}{25} = \frac{49}{25}, \text{而} (\pm \frac{7}{5})^2 = \frac{49}{25},$$

$\therefore 1 \frac{24}{25}$  的平方根是  $\pm \frac{7}{5}$ , 算术平方根是  $\frac{7}{5}$ ;

$$(3) \because (-6)^2 = 36, \text{而} (\pm 6)^2 = 36,$$

$\therefore (-6)^2$  的平方根是  $\pm 6$ , 算术平方根是  $6$ ;

$$(4) \because \sqrt{81} = 9, \text{而} (\pm 3)^2 = 9,$$

$\therefore \sqrt{81}$  的平方根是  $\pm 3$ , 算术平方根是  $3$ .

**点拨** 第(4)题实际上是求  $81$  的算术平方根的算术平方根,要避免错答为  $9$ ,解这类题一般分两步做:先计算  $\sqrt{81}$ ,再求其算术平方根.

**例2** 已知  $A = \sqrt[a-b]{a+b+36}$  是  $a+b+36$  的算术平方根,  $B = a-2b$  是  $9$  的算术平方根.求  $A+B$  的平方根.

[解析] 由算术平方根的概念及已知条件先得到  $a, b$  的二元一次方程组,求出  $a, b$ ,从而求出  $A, B$ ,然后根据平方根的概念求解.

$$[解] \text{由题意,得} \begin{cases} a-b=2, \\ a-2b=3. \end{cases} \text{解关于 } a, b \text{ 的方程组得} \begin{cases} a=1, \\ b=-1. \end{cases}$$

$$\therefore A = \sqrt{1-1+36} = 6, B = 3, A+B = 9.$$

$\therefore A+B$  的平方根为  $\pm 3$ .

**点拨** 解此题需抓住算术平方根和平方根的定义.

**例3** 下列语句是否正确,为什么?

$$(1) 4 \text{ 是 } 16 \text{ 的平方根;} \quad (2) \frac{1}{9} \text{ 的平方根是 } \frac{1}{3};$$

$$(3) (-3)^2 \text{ 没有平方根;} \quad (4) -3^2 \text{ 的平方根是 } \pm 3.$$

[解析] 根据平方根的定义和性质作出判断.

[解] (1)对 因为  $4^2 = 16$ , 所以  $4$  是  $16$  的平方根;

(2) 错 因为一个正数有两个平方根, 它们互为相反数.  $\frac{1}{9}$  的平方根是  $\pm \frac{1}{3}$ ;

(3) 错 因为  $(-3)^2 = 9 > 0$ , 因而  $(-3)^2$  的平方根为  $\pm 3$ ;

(4) 错 因为  $-3^2 = -9 < 0$ , 负数没有平方根.

**点拨** (3)、(4)题应先算出结果再来判断有无平方根.

**[例4]** 使等式  $\sqrt{x+4} \cdot \sqrt{x-6} = 0$  成立的  $x$  的值为 ( )

A.  $x = -4$

B.  $x = 6$

C.  $x = -4$  或  $x = 6$

D. 以上都不对

**[解析]** 本题考查负数没有平方根这一知识点, 要注意  $x$  的取值必须同时符合两个条件: 一是使  $\sqrt{x+4}$  和  $\sqrt{x-6}$  中的某一个为零, 二是使  $\sqrt{x+4}$  和  $\sqrt{x-6}$  都有意义. 显然  $x=6$  符合两个条件, 而  $x=-4$  虽然使  $\sqrt{x+4}=0$ , 但当  $x=-4$  时,  $\sqrt{x-6}$  没有意义.

**[答案]** B.

**点拨** 等式成立的前提条件是必须有意义, 这里要防止由  $\sqrt{x+4} \cdot \sqrt{x-6} = 0$  得  $\sqrt{x+4} = 0$  或  $\sqrt{x-6} = 0$ ,  $\therefore x = -4$  或  $x = 6$ , 错误地选择 C.

**[例5]** 若  $\sqrt{2-x} + \sqrt{x-2} - y = 3$  成立, 求  $x^y$  的值

**[解析]** 若要求出  $x^y$  的值, 应先求出  $x, y$  的值, 由算术平方根定义可知, 根号里的数必须为非负数, 由此列出不等式组求出  $x, y$ .

**[解]** 由题意得  $\begin{cases} 2-x \geq 0, \\ x-2 \geq 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 2, \\ x \geq 2. \end{cases} \therefore x = 2, \quad \therefore x^y = 2^{-3} = \frac{1}{8}.$

**点拨** 如果题目中同时出现  $\sqrt{a}$  和  $\sqrt{-a}$ , 则由算术平方根的定义知  $\begin{cases} a \geq 0, \\ -a \geq 0. \end{cases} \therefore a = 0$ , 因此我们可以看出  $x-2 = 2-x = 0$ , 即  $\sqrt{2-x} = \sqrt{x-2} = 0$ ,

$\therefore y = -3$ , 问题迎刃而解.

**[例6]** 求下列各式中的  $x$  的值:

$$(1) \frac{1}{4}(2x-3)^2 = 5^2; \quad (2) 3(x-1)^2 = \frac{1}{3}.$$

**[解析]** 这里要求灵活运用开平方的知识来解.

$$(1) \because \frac{1}{4}(2x-3)^2 = 5^2, \therefore (2x-3)^2 = 100.$$

$$\therefore 2x-3 = 10 \text{ 或 } 2x-3 = -10, \text{ 则 } x = \frac{13}{2} \text{ 或 } x = -\frac{7}{2}.$$

$$(2) \because 3(x-1)^2 = \frac{1}{3}, \therefore (x-1)^2 = \frac{1}{9}.$$

$$\therefore x-1 = \frac{1}{3} \text{ 或 } x-1 = -\frac{1}{3}, \text{ 则 } x = \frac{4}{3} \text{ 或 } x = \frac{2}{3}.$$

**点拨** 这里分别把  $2x - 3$  和  $x - 1$  看作一个整体, 问题归结为求它们的平方根. 要注意一个正数的平方根有两个, 不能漏解.



## 能力升级平台

能力提升·思维·方法·技巧

平方根一般与非负数的性质、方程、几何中的三角形三边关系定理、勾股定理等知识综合命题.

**[例 7]**  $\triangle ABC$  的三边长分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 且  $a$ 、 $b$  满足  $\sqrt{a-2} + b^2 - 6b + 9 = 0$ , 求  $c$  的取值范围.

**[解析]** 本题考查的是非负数的性质. 由条件可知  $\sqrt{a-2} + (b-3)^2 = 0$ , 这里  $\sqrt{a-2}$  和  $(b-3)^2$  都为非负数, 显然只有当  $\sqrt{a-2}$  和  $(b-3)^2$  都为零时, 原等式才成立, 再由三角形三边关系确定  $c$  的取值范围.

$$[\text{解}] \quad \because \sqrt{a-2} + b^2 - 6b + 9 = 0, \therefore \sqrt{a-2} + (b-3)^2 = 0.$$

$$\therefore \sqrt{a-2} \geq 0, (b-3)^2 \geq 0, \therefore \sqrt{a-2} = 0, (b-3)^2 = 0.$$

$$\therefore a = 2, b = 3.$$

由三角形三边关系定理, 得  $1 < c < 5$ .

**点拨** 偶次方、绝对值和算术平方根都是非负数, 像本题这样几个非负数的和为零, 则每一个非负数都为零, 这是非负数的重要性质, 要牢固掌握.

在日常生活中存在着一些需要实施开方运算来解决的问题, 要准确把握开方的意义, 灵活运用数学公式, 培养探索创新能力和归纳推理能力.

**[例 8]** 当  $n$  是正整数时, 求出  $\sqrt{n^2 + n}$  的整数部分.

**[解析]** 当  $n = 1$  时,  $\sqrt{n^2 + n} = \sqrt{1^2 + 1}$ ,  $1 < \sqrt{1^2 + 1} < 2$ , 即  $\sqrt{1^2 + 1}$  是大于 1 小于 2 的数,

$\therefore \sqrt{1^2 + 1}$  的整数部分是 1;

当  $n = 2$  时,  $\sqrt{n^2 + n} = \sqrt{2^2 + 2}$ ,  $2 < \sqrt{2^2 + 2} < 3$ , 即  $\sqrt{2^2 + 2}$  是大于 2 小于 3 的数,

$\therefore \sqrt{2^2 + 2}$  的整数部分是 2;

当  $n = 3$  时,  $\sqrt{n^2 + n} = \sqrt{3^2 + 3}$ ,  $3 < \sqrt{3^2 + 3} < 4$ , 即  $\sqrt{3^2 + 3}$  是大于 3 小于 4 的数,

$\therefore \sqrt{3^2 + 3}$  的整数部分是 3.

由此猜想:  $\sqrt{n^2 + n}$  的整数部分是  $n$ .

**[证明]**  $\because (n+1)^2 = n^2 + 2n + 1 > n^2 + n$ ,

$$\therefore n^2 < n^2 + n < (n+1)^2, \quad \sqrt{n^2} < \sqrt{n^2 + n} < \sqrt{(n+1)^2}.$$

$$\therefore \sqrt{n^2} = n, \sqrt{(n+1)^2} = n+1,$$

$$\therefore n < \sqrt{n^2 + n} < n + 1.$$

$\therefore \sqrt{n^2 + n}$  的整数部分为  $n$ .

**点拨** 本题通过取特殊值归纳总结出一般规律, 然后给出严格证明, 以培养学生的探索、判断、归纳能力.

**[例 9]** 已知  $a, b$  为正数, 且有(1)若  $a + b = 2$ , 则  $\sqrt{ab} \leq 1$ ; (2)若  $a + b = 5$ , 则  $\sqrt{ab} \leq \frac{5}{2}$ ; (3)若  $a + b = 6$ , 则  $\sqrt{ab} \leq 3$ , 根据以上所提供的规律猜想:

(1)若  $a + b = 20$ , 则  $\sqrt{ab} \leq \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2)对于任何正数  $x, y$ , 总有  $\sqrt{xy} \leq \underline{\hspace{2cm}}$ , 并证明你的结论.

**[解析]** 由题目不难发现规律, 关键在于证明, 可联系开平方运算解题.

(1)  $\sqrt{ab} \leq 10$ ;

(2)  $\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}$ .

**[证明]**  $\because (x-y)^2 \geq 0, x > 0, y > 0,$

$$\therefore x^2 + y^2 \geq 2xy.$$

两边都加上  $2xy$ , 得,

$$x^2 + 2xy + y^2 \geq 4xy.$$

即:  $(x+y)^2 \geq 4xy$ .

$$\therefore x+y \geq 2\sqrt{xy}.$$

$$\therefore \sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}.$$

**点拨** 本题结果可作为结论记住并且在以后的证明和计算中直接应用.

算术平方根的概念及其非负性, 配合绝对值、偶次幂等是中考的热点.

**[例 10]** 已知  $a, b$  是实数, 且  $\sqrt{2a+6} + |b - \sqrt{2}| = 0$ , 解关于  $x$  的方程

$$(a+2)x + b^2 = a-1.$$

**[解析]** 先根据非负数的性质求出  $a, b$  的值, 再将  $a, b$  的值代入方程, 再解方程.

**[解]**  $\because a, b$  是实数,  $\sqrt{2a+6} + |b - \sqrt{2}| = 0$ ,

又  $\sqrt{2a+6} \geq 0, |b - \sqrt{2}| \geq 0$ ,

$$\therefore \begin{cases} \sqrt{2a+6} = 0, \\ |b - \sqrt{2}| = 0. \end{cases}$$

解得  $a = -3, b = \sqrt{2}$ .

则关于  $x$  的方程  $(a+2)x + b^2 = a-1$  化为  $-x + 2 = -4$ .

解得  $x = 6$ .

**点拨** 本题是利用二次根式、绝对值的非负性确定  $a, b$  的值从而达到计算、化简、解方程的目的.



## 教材跟踪训练

### A 卷

#### 一、选择题

1.  $\sqrt{16}$  的平方根是 ( )  
A.  $\pm 4$       B. 4      C. 2      D.  $\pm 2$
2. 下列各式中, 无意义的一个是 ( )  
A.  $-\sqrt{3}$       B.  $\sqrt{a^2}$       C.  $-\sqrt{-a^2 - 1}$       D.  $\sqrt{10^{-3}}$
3. 要使  $\sqrt{4a+1}$  有意义, 则  $a$  能取的最小整数值为 ( )  
A. 0      B. 1      C. -1      D. -4
4. 下列运算正确的是 ( )  
A.  $\sqrt{(-3)^2} = \pm 3$       B.  $-\sqrt{-25} = -(-5) = 5$   
C.  $\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{9}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$       D.  $\sqrt{6^2 + 8^2} = 10$
5. 下列命题中, 正确的个数有 ( )  
① 1 的平方根是 1;      ② 1 是 1 的平方根;  
③  $(-1)^2$  的平方根是 -1;      ④ 一个正数的两个平方根互为相反数.  
A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个
6. 下列各数中, 没有平方根的是 ( )  
A. 0      B.  $(-3)^2$       C.  $-3^2$       D.  $(-3)^{-2}$
7. 一个自然数的算术平方根是  $a$ , 则大于此自然数并与之相邻的自然数的算术平方根是 ( )  
A.  $\sqrt{a^2 + 1}$       B.  $\sqrt{a + 1}$       C.  $a^2 + 1$       D.  $a + 1$

#### 二、填空题

8.  $2\frac{41}{64}$  的算术平方根为 \_\_\_\_\_,  $\sqrt{18}$  的平方根是 \_\_\_\_\_, -0.08 是 \_\_\_\_\_ 的平方根.
9. 如果  $\sqrt{a}$  的平方根是  $\pm 4$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.
10.  $\sqrt{a-1} + \sqrt{1-a}$  有意义, 则  $a$  为 \_\_\_\_\_.
11.  $9^2$  的平方根是 \_\_\_\_\_,  $\frac{1}{16}$  的算术平方根的倒数是 \_\_\_\_\_.

12. 如果  $x^2 + 1 = 5$ , 则  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 若  $a, b$  互为相反数,  $c, d$  互为倒数, 则  $\sqrt{a^2 - b^2} - \sqrt{cd} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 要使  $\frac{x}{\sqrt{x-2}}$  有意义, 则  $x$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

### 三、解答题

15. 如果一个数的平方根是  $a+3$  与  $2a-15$ , 那么这个正实数是多少?

16. 求下列各式中的  $x$ :

$$(1) 16x^2 - 25 = 0; \quad (2) 3(x+1)^2 = 108.$$

17. 已知  $x, y$  为实数, 且  $\sqrt{y} = \sqrt{\frac{1}{2}x-1} + \sqrt{1-\frac{1}{2}x+2}$ , 求  $y^x$  的值.

18. 已知  $\sqrt{2x-6}$  有意义, 化简  $|x-1| - |3-x|$ .

19. 已知  $\sqrt{x+2y} = 3$ ,  $\sqrt{4x+2y} = 4$ , 求  $xy$  的值.

20. 若  $a, b$  满足  $(a+b-1)^2 = 9$ , 求  $a+b$  的值.

21. 已知一个三角形三边长分别为  $a, b, c$  且满足  $a^2 + b^2 = c^2$ , 又已知  $c = 41, a = 40$ , 求  $b$ .

## B 卷

### 一、选择题

1. 设  $a$  为 625 的算术平方根,  $b = -5^2$ , 则  $a$  与  $b$  的关系为 ( )

- A.  $a = \pm b$       B.  $a = b$       C.  $a = -b$       D.  $a \neq \pm b$

2.  $a$  是  $b$  的一个平方根, 则  $b^2$  的算术平方根为 ( )

- A.  $a$       B.  $-a$       C.  $\pm a$       D.  $a^2$

3. 若  $\sqrt{(k-1)^2} = 1-k$ , 则  $k$  的取值范围是 ( )

- A.  $k \leq 1$       B.  $k \geq 1$       C.  $0 \leq k \leq 1$       D.  $k < 1$

4. 化简  $\sqrt{(x-a)^2} + \sqrt{(x+a)^2}$  ( $0 < x < a$ ) 的结果是 ( )

- A.  $2x$       B.  $2a$       C.  $-2x$       D.  $-2a$

5. 当  $ab < 0$  时, 化简  $\sqrt{ab^2}$  得 ( )

- A.  $-b\sqrt{a}$       B.  $b\sqrt{a}$       C.  $b\sqrt{-a}$       D.  $-b\sqrt{-a}$

6. 下列方程中, 有实数解的是 ( )

$$A. \sqrt{x-1} + 4 = 0 \quad B. \sqrt{2x+3} = -x$$

$$C. \sqrt{x^2+1} = 0 \quad D. \sqrt{2x-3} + \sqrt{x+3} = 0$$

### 二、填空题

7. 若  $a$  是  $b$  的一个平方根, 则  $b$  的平方根是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

8. 当  $x$   $\underline{\hspace{2cm}}$  时,  $\sqrt{4+2x}$  有最小值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

9.  $\sqrt{x(x^2-3)}=0$ , 则  $x$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 代数式 $-3-\sqrt{a+b}$ 的最大值为\_\_\_\_\_，这时， $a$ 、 $b$ 的关系是\_\_\_\_\_.

11. 若代数式 $\frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{x-1}}$ 无意义，则 $x$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

### 【综合题】

12. 在实数范围内解方程

$$\sqrt{\pi-x} + \sqrt{x-\pi} + |1-2y| = 5.$$

想一想：设等式 $\sqrt{a(x-a)} + \sqrt{a(y-a)} = \sqrt{x-a} - \sqrt{a-y}$ 在实数范围内成立，其中 $a$ 、 $x$ 、 $y$ 是两两不等的实数，求 $\frac{3x^2+xy-y^2}{x^2-xy+y^2}$ 的值.

13. 已知 $\sqrt{x^2+\frac{1}{x^2}-2} - (\frac{1}{x} - \frac{1}{2}) = 0$ ，且 $x$ 是正的纯小数，求 $x$ 的值.

### 【应用创新题】

14. 若实数 $a$ 、 $b$ 满足 $(a+b-2)^2 + \sqrt{b-2a+3} = 0$ ，求 $2b-a+1$ 的值.

想一想：①若 $a^2 + b^2 - 4a - 2b + 5 = 0$ ，求 $\frac{\sqrt{2a}+b}{\sqrt{2a}-b}$ 的值.

②若实数 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 满足 $2|x-y| + \sqrt{2y+z} + z^2 - z + \frac{1}{4} = 0$ ，求 $x+y+z$ 的值.

15. 已知 $\sqrt{35}$ 的整数部分为 $a$ ，小数部分为 $b$ ，求 $a^2 - b^2$ 的值.

16. 一个长方形的长是宽的3倍，面积是 $192\text{cm}^2$ ，求长方形的长和宽各是多少？

### 【中考真题回眸】

17. (2004年，郴州)已知： $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{3-x} - 1$ ，求 $y^{2004}$ 的算术平方根.

18. 若 $|x-3| + (4+y)^2 + \sqrt{3z} = 0$ ，求 $x-2y+z$ 的值.

19. (2003年，河南)若 $1 < x < 2$ ，则 $|x-3| + \sqrt{(x-1)^2}$ 的值为\_\_\_\_\_ ( )

- A.  $2x-4$       B.  $-2$       C.  $4-2x$       D. 2

20. (2004年，长春) $\sqrt{10}$ 的整数部分是\_\_\_\_\_.

21. (2004年，泉州)计算： $(-1)^3 + \sqrt{4} - (\frac{1}{3})^{-2} + 2^0$



### 参考答案与点拨

#### A 卷

1.D 2.C 3.A 4.D 5.B 6.C 7.A

8.  $\frac{13}{8}, \pm 3\sqrt{2}, 0.0064$

9. 256 10. 1 11.  $\pm 9, 4$  12.  $\pm 2$  13.  $-1$  14.  $x > 2$

15. 49 点拨：因为一个正数的两个平方根互为相反数，所以 $(a+3) + (2a-15) = 0$ 得 $a=4$ ，则这个数的两平方根为7和-7.

16. (1)  $x = \frac{5}{4}$  或  $x = -\frac{5}{4}$  (2)  $x = 5$  或  $x = -7$

17. 16 点拨:由  $\frac{1}{2}x - 1 \geq 0, 1 - \frac{1}{2}x \geq 0$ , 得  $x = 2 \quad \therefore \sqrt{y} = 2, y = 4, \therefore y^x = 4^2 = 16$

18. 2 点拨:由题意得  $2x - 6 \geq 0$ , 即  $x \geq 3$ ,  $\therefore x - 1 > 0, 3 - x \leq 0$ ,  
 $\therefore |x - 1| - |3 - x| = x - 1 - (x - 3) = 2$ .

19.  $\frac{70}{9}$  点拨:由题目可得  $x + 2y = 9, 4x + 2y = 16 \quad \therefore x = \frac{7}{3}, y = \frac{10}{3}$ .

20. 4 或 -2 21. 9

### B 卷

1. C 2. D 3. A 4. B 5. A 6. B 7.  $\pm a$  8.  $x = -2, 0$

9. 0 或  $\sqrt{3}$  点拨:原方程可化为  $\sqrt{x} = 0$  或  $x^2 - 3 = 0$ .

10. -3,  $a + b = 0$

11.  $x < 0$  或  $x > 3$  或  $x = 1$

12.  $x = \pi, y = -2$  或  $y = 3$  点拨:由  $\pi - x \geq 0, x - \pi \geq 0$ , 得  $x - \pi = 0$ . “想一想”:  $\frac{1}{3}$

点拨:由  $x - a \geq 0, a(x - a) \geq 0$ , 且  $x \neq a$ , 知  $a \geq 0$ , 由  $a - y \geq 0, a(y - a) \geq 0$ , 且  $y \neq a$ , 知  $a \leq 0$ .  $\therefore a = 0$ , 则有  $\sqrt{x} - \sqrt{-y} = 0$ .  $\therefore x = -y > 0$ , 代入求得值为  $\frac{1}{3}$

13. 0.5 点拨:  $\because 0 < x < 1$ ,  $\therefore \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2} = \sqrt{(x - \frac{1}{x})^2} = \frac{1}{x} - x$ ,

已知式即为  $(\frac{1}{x} - x) - (\frac{1}{x} - \frac{1}{2}) = 0$ .

14. 0 点拨:由题目可知  $\begin{cases} a + b - 2 = 0, \\ b - 2a + 3 = 0. \end{cases}$  解得  $\begin{cases} a = \frac{5}{3}, \\ b = \frac{1}{3}. \end{cases}$

“想一想”: ① 3 点拨: 由已知可得  $(a - 2)^2 + (b - 1)^2 = 0$ , 得  $a = 2, b = 1$  ② 0 点拨: 由已知得

$$2|x - y| + \sqrt{2y + z} + (z - \frac{1}{2})^2 = 0 \quad \therefore \begin{cases} x - y = 0 & ① \\ 2y + z = 0 & ② \\ z - \frac{1}{2} = 0 & ③ \end{cases} \text{由 } ① + ② \text{ 得 } x + y + z = 0.$$

15.  $10\sqrt{35} - 35$  点拨:  $\because \sqrt{25} < \sqrt{35} < \sqrt{36}$ ,  $\therefore 5 < \sqrt{35} < 6 \quad \therefore \sqrt{35}$  的整数部分  $a = 5$ , 小数部分  $b = \sqrt{35} - 5 \quad \therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = \sqrt{35}(10 - \sqrt{35}) = 10\sqrt{35} - 35$ .

16. 24cm, 8cm 点拨: 设长方形的宽为  $x$  cm, 则长为  $3x$  cm, 有  $3x^2 = 192 \quad \therefore x = 8$ .

17. 1 点拨: 由  $x - 3 \geq 0, 3 - x \geq 0$  可得  $x - 3 = 0, y = -1$ . 故  $y^{2004} = 1$ , 1 的算术平方根为 1.

18. 12 点拨:  $|x - 3| = 0, (4 + y)^2 = 0, \sqrt{3z} = 0$ , 得  $x = 3, y = -4, z = 0$ .

19. D 20. 3 21. -7.

## 10.2

## 用计算器求平方根



- 要了解计算器的结构及注意事项.
- 掌握计算器使用技巧.如输入负数时,可先输入其相反数,再按符号变换键 $[+/-]$ ,求一个数的正数次幂时,可先输入底数,再按乘幂运算键 $[y^x]$ ,然后输入指数,最后按等号键即可.
- 由计算器求平方根的结果,我们不难发现:只是小数点位置不同的两个数,其算术平方根有时也仅有小数点的位置不同,小数点移动的规律是:被开方数的小数点向左(或向右)每移动两位时,平方根的小数点相应地向左(或向右)移动一位.



**【解析重点】** 用计算器求一个正数的平方根.

**【剖析难点】** 使用计算器求一个正数的平方根的操作步骤.

由于计算器的种类不同,因而计算的步骤就各不相同.

(1) 键盘上没有开平方运算键 $\sqrt{\phantom{x}}$ 的,但它有第二功能选择键 $[2ndF]$ .用这种计算器求某正数的平方根的步骤是:**被开方数**  $\rightarrow$   **$[2ndF]$**   $\rightarrow$   **$\sqrt{}$**   $\rightarrow$   **$[2]$**   $\rightarrow$   **$=$** .

(2) 键盘上有开平方运算键 $\sqrt{\phantom{x}}$ 的计算步骤如下:

**被开方数**  $\rightarrow$   **$\sqrt{\phantom{x}}$**  或  **$\sqrt[n]{\phantom{x}}$**   $\rightarrow$  **被开方数**  $\rightarrow$   **$=$** .

**【点击易错易混点】** 计算器显示的一般是算术平方根,在求一个正数的平方根时,易将计算器上显示的结果当作平方根.



### 精典例题再现

**例1** 用计算器求 $21.52$ 的平方根(精确到 $0.001$ ).

**【解析】** 先用计算器求 $21.52$ 的算术平方根,再写出其平方根.

按 键	显 示
2 1 . 5 2	21.52
2ndF	2F
$\sqrt{y}$	21.52
2	2
=	4.6389654

或

按 键	双行显示
$\sqrt{ }$	$\sqrt{ } \dots\dots$
2 1 . 5 2	$\sqrt{ } \dots\dots 21.52$
=	$\sqrt{ } 21.52 = 4.6389654$

$$\therefore \pm \sqrt{21.52} \approx \pm 4.639.$$

点拨 本题易错成 21.52 的平方根为 4.639 或错成  $\sqrt{21.52} = \pm 4.639$

**[例 2]** 用计算器求  $\sqrt{5.341}$  (结果保留四个有效数字).

[解析]

按 键	显 示
5 . 3 4 1	5.341
2ndF	2F
$\sqrt{y}$	5.341
2	2
=	2.311060363

或

按 键	双行显示
$\sqrt{ }$	$\sqrt{ } \dots\dots$
5 . 3 4 1	$\sqrt{ } \dots\dots 5.341$
=	$\sqrt{ } 5.341 = 2.311060363$

$$\therefore \sqrt{5.341} \approx 2.311.$$