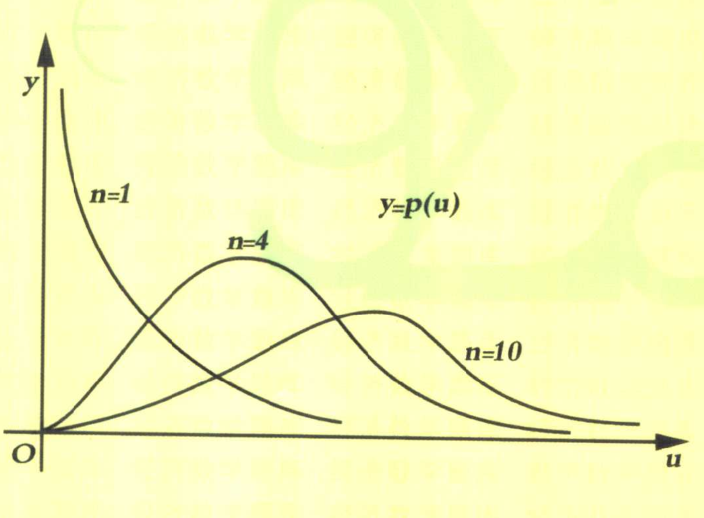
经济数学题库

概率论与数理统计

习题集

姚孟臣 编著



中国人民大学出版社

经济数学题库

概率论与数理统计习题集

姚孟臣　编著

中国人民大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计习题集/姚孟臣编著
北京：中国人民大学出版社，2004
(经济数学题库)
ISBN 7-300-05046-8/O·56

Ⅰ. 概…
Ⅱ. 姚…
Ⅲ. ①概率论-研究生-入学考试-习题
②数理统计-研究生-入学考试-习题
Ⅳ. 021-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 027610 号

经济数学题库
概率论与数理统计习题集
姚孟臣　编著

出版发行	中国人民大学出版社		
社　　址	北京中关村大街 31 号	**邮政编码**	100080
电　　话	010—62511242（总编室）		010—62511239（出版部）
	010—82501766（邮购部）		010—62514148（门市部）
网　　址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.1kao.net（中国 1 考网）		
经　　销	新华书店		
印　　刷	中煤涿州制图印刷厂		
开　　本	787×1092 毫米 1/16	**版　　次**	2004 年 5 月第 1 版
印　　张	16.25	**印　　次**	2004 年 5 月第 1 次印刷
字　　数	398 000	**定　　价**	19.00 元

编写说明

为适应广大读者尤其是财金、经济和管理专业的学生学习高等数学的需要，我们选编了经济数学题库。全套书共分三册：微积分习题集、线性代数习题集和概率论与数理统计习题集。

各册习题集的编写主要参考了目前财经、管理等专业数学教学的大纲，同时也兼顾各类招生考试对大学数学的要求。编者根据多年的教学经验，精心选题，力求帮助读者加深对经济数学相关的基本概念、基本定理和基本运算的理解，同时对这些知识点的外延、扩展和综合有一定的了解，并得到必要的训练。

此外，各册习题集还力求反映近几年来经济数学教学改革的变化和发展，在题型结构上适当增加了选择题和填空题的比重，并选编了一定数量的经济应用题型，以弥补目前经济数学教材在这方面的欠缺和不足。为了使读者增强分析问题、解决问题的能力，书中还选有适当比例的具有一定难度的习题，这部分习题更具有抽象性、综合性、灵活性，但尽量避免了偏题以及技巧性过强或计算过于繁杂的题型，通过对这部分习题的练习将有助于读者开拓思路，扩大视野。

考虑到读者自学过程中咨询环境的欠缺，各册习题集对所有习题均附有参考解答，以便对照查询。同时，我们还将在中国1考网（www.1kao.net）上定期给读者答疑。衷心感谢中国人民大学出版社的同志为出版这套丛书所付出的努力。欢迎广大读者提出批评和建议。

编者

2004.4

目　　录

第一章　随机事件和概率

一、基 本 要 求

1. 了解样本空间的概念,理解随机事件的概念,重点掌握事件的关系与运算.

2. 理解概率与条件概率的概念,掌握概率的基本性质,会运用与古典概型、几何概型计算有关的概率.

3. 掌握概率的加法公式、乘法公式、全概率公式及贝叶斯公式.

4. 理解事件独立性的概念,掌握利用事件独立性计算有关概率的各种方法;理解独立重复试验的概念,掌握运用二项概型计算有关的概率的各种方法.

二、内 容 简 介

(一) 样本空间与随机事件

1. 随机现象

在一定条件下,具有多种可能发生的结果的现象称为**随机现象**.这类现象的一个共同点是,事先不能预言多种可能结果中究竟出现哪一种.

2. 随机试验与随机事件

如果一个试验满足下面的三个条件:

(1) 在相同的条件下可以重复进行;

(2) 试验都有哪些可能的结果是明确的;

(3) 每次试验的具体结果在试验前是无法得知的.

那么我们就称它是一个**随机试验**,以后简称为**试验**,一般用字母 E 表示.

在随机试验中,每一个可能出现的不可分解的最简单的结果称为随机试验的**基本事件**或**样本点**,用 ω 表示;而由全体基本事件构成的集合称为**基本事件空间**或**样本空间**,记为 Ω.

所谓**随机事件**是样本空间 Ω 的一个子集,随机事件简称为**事件**,用字母 A,B,C 等表示.因此,某个事件 A 发生当且仅当这个子集中的一个样本点 ω 发生,记为 $\omega\in A$.

(二) 事件之间的关系与运算

1. 事件的包含关系与等价关系

设 A,B 为两个事件.如果 A 中的每一个样本点都属于 B,那么称事件 B **包含**事件 A,或

称事件 A **包含于**事件 B，记为 $A\subset B$ 或 $B\supset A$.

如果 $A\supset B$ 与 $B\supset A$ 同时成立，那么称事件 A 与事件 B **等价**或**相等**，记为 $A=B$.

2. 事件的并与交

设 A,B 为两个事件. 我们把至少属于 A 或 B 中一个的所有样本点构成的集合称为事件 A 与 B 的**并**或**和**，记为 $A\cup B$ 或 $A+B$.

设 A,B 为两个事件. 我们把同时属于 A 及 B 的所有样本点构成的集合称为事件 A 与 B 的**交**或**积**，记为 $A\cap B$ 或 $A\cdot B$，有时也简记为 AB.

3. 事件的互不相容关系与事件的逆

设 A,B 为两个事件，如果 $A\cdot B=\varnothing$，那么称事件 A 与 B 是**互不相容**的(或**互斥**的).

事件的互不相容关系也可以推广到多于两个事件的情形. 即，如果 $A_i\cdot A_j=\varnothing(i\neq j;i,j=1,2,\cdots,n)$，这时我们称事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 是**互不相容**的(或**互斥**的).

对于事件 A，我们把不包含在 A 中的所有样本点构成的集合称为事件 A 的**逆**(或 A 的**对立事件**)，记为 $\overline{A}$. 我们规定它是事件的基本运算之一.

在一次试验中，事件 A 与 $\overline{A}$ 不会同时发生(即 $A\cdot\overline{A}=\varnothing$，称它们具有**互斥性**)，而且 A 与 $\overline{A}$ 至少有一个发生(即 $A+\overline{A}=\Omega$，称它们具有**完全性**). 这就是说，事件 A 与 $\overline{A}$ 满足

$$\begin{cases}A\cdot\overline{A}=\varnothing\\ A+\overline{A}=\Omega\end{cases}$$

有了事件的三种基本运算，我们就可以定义事件的其他一些运算. 例如，我们称事件 $A\overline{B}$ 为事件 A 与 B 的**差**，记为 $A-B$. 可见，事件 $A-B$ 是由包含于 A 而不包含于 B 的所有样本点构成的集合.

事件的关系和运算如图 1—1 所示.

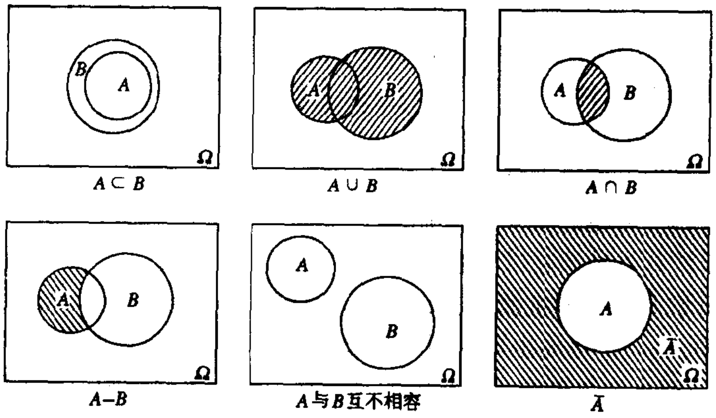


图 1—1

事件的运算主要满足下列规则：

(1) 交换律：$A\cup B=B\cup A$，$A\cap B=B\cap A$；

(2) 结合律：$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$，$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$；

(3) 分配律：$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$，$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$；

(4) 德摩根律：$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

德摩根律可以推广到任意多个事件的场合.

(三) 概率的定义与性质

1. 概率的公理化定义

定义 设 E 是一个随机试验,Ω 为它的样本空间,以 E 中所有的随机事件组成的集合为定义域,定义一个函数 $P(A)$(其中 A 为任一随机事件),且 $P(A)$满足以下三条公理,则称函数 $P(A)$为事件 A 的**概率**.

公理 1 $0\leqslant P(A)\leqslant 1$.

公理 2 $P(\Omega)=1$.

公理 3 若 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$两两互斥,则

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i\right)=\sum_{i=1}^{\infty}P(A_i)$$

2. 概率的统计定义

定义 在一组不变的条件 S 下,独立地重复做 n 次试验.设 μ 是 n 次试验中事件 A 发生的次数,当试验次数 n 很大时,如果 A 的频率 $f_n(A)$稳定地在某一数值 p 附近摆动;而且一般说来随着试验次数增多,这种摆动的幅度会越来越小,则称数值 p 为事件 A 在条件组 S 下发生的**概率**.记作

$$P(A)=p$$

(四) 古典概型

如果随机试验具有特性:

(1) 试验的结果是有限个;

(2) 每个结果出现的可能性是相同的.

则称此随机试验为**古典概型随机试验**.

定义 设古典概型随机试验的基本事件空间由 n 个基本事件组成,即 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\}$.如果事件 A 是由上述 n 个事件中的 m 个组成,则称事件 A 发生的概率为

$$P(A)=\frac{m}{n} \tag{1—1}$$

所谓**古典概型**就是利用关系式(1—1)来讨论事件发生的概率的数学模型.

(五) 几何概型

如果随机试验具有特性:

(1) 试验的结果是无限且不可列的;

(2) 每个结果出现的可能性是均匀的.

则称此随机试验为**几何型随机试验**.在几何型随机试验中,我们是通过几何度量(长度、面积、体积等)来计算事件出现的可能性.

定义 设 E 为几何型的随机试验,其基本事件空间中的所有基本事件可以用一个有界区域来描述,而其中一部分区域可以表示事件 A 所包含的基本事件,则称事件 A 发生的概率为

$$P(A)=\frac{L(A)}{L(\Omega)} \tag{1—2}$$

其中 $L(\Omega)$与 $L(A)$分别为 Ω 与 A 的**几何度量**.

所谓**几何概型**就是利用关系式(1—2)来讨论事件发生的概率的数学模型.

注意,上述事件 A 的概率 $P(A)$只与 $L(A)$有关,而与 $L(A)$对应区域的位置及形状无关.

(六) 概率基本性质的应用

由概率公理化定义中的三条公理可以推导出概率的一些基本性质.

性质 1(有限可加性) 设 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两互斥,则

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n}A_i\right)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)$$

性质 2(加法公式) 设 A,B 为任意两个随机事件,则

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

上面的加法公式可以推广到有限多个事件的情况,例如对于三个事件 A_1,A_2,A_3,我们有

$$\begin{aligned}P(A_1+A_2+A_3)=&P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)-P(A_1A_2)\\&-P(A_2A_3)-P(A_3A_1)+P(A_1A_2A_3)\end{aligned}$$

性质 3 设 A 为任意随机事件,则

$$P(\bar{A})=1-P(A)$$

性质 4 设 A,B 为两个任意的随机事件,若 $A\subset B$,则

$$P(B-A)=P(B)-P(A)$$

由于 $P(B-A)\geqslant 0$,根据性质 4 可以推得,当 $A\subset B$ 时,

$$P(A)\leqslant P(B)$$

(七) 条件概率与概率的乘法公式

1. 条件概率

前面我们所讨论的事件 B 的概率 $P_S(B)$,都是指在一组不变条件 S 下事件 B 发生的概率,为了叙述简练,一般不再提及条件组 S,而把 $P_S(B)$简记为 $P(B)$.在实际问题中,除了考虑概率 $P(B)$外,有时还需要考虑"在事件 A 已发生"这一附加条件下,事件 B 发生的概率.与前者相区别,称后者为**条件概率**,记作 $P(B|A)$,读作在事件 A 发生的条件下事件 B 的概率.

在一般情况下,如果 A,B 是条件 S 下的两个随机事件,且 $P(A)\neq 0$,则在事件 A 发生的

前提下事件B发生的概率(即条件概率)为

$$P(B \mid A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

2. 概率的乘法公式

定理 两个事件A与B的积的概率等于事件A的概率乘以在事件A发生的前提下事件B发生的概率.即

$$P(AB) = P(A)P(B \mid A)\ (P(A) > 0)$$

同理有

$$P(AB) = P(B)P(A \mid B)\ (P(B) > 0)$$

上述的计算公式可以推广到有限多个事件的情形,例如对于三个事件A_1, A_2, A_3(若$P(A_1)>0, P(A_1A_2)>0$)有

$$P(A_1A_2A_3) = P(A_1)P(A_2 \mid A_1)P(A_3 \mid A_1A_2)$$

(八) 全概率公式与贝叶斯公式

1. 全概率公式

定理 如果事件组$A_1, A_2, \cdots, A_n$满足

(1) $\sum_{i=1}^{n} A_i = \Omega$ 且$P(A_i)>0 \quad (i=1,2,\cdots,n)$;

(2) $A_iA_j = \varnothing \quad (i \neq j; i, j = 1, 2, \cdots, n)$,

则对任一事件B,有

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B \mid A_i)$$

称之为**全概率公式**.

2. 贝叶斯(Bayes)公式

定理 设$A_1, A_2, \cdots, A_n$是某一随机试验的一个完备事件组,对任意事件$B(P(B)>0)$,在事件B已发生的条件下事件A_i发生的概率为

$$P(A_i \mid B) = \frac{P(A_i)P(B \mid A_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(A_j)P(B \mid A_j)} \quad (i = 1, 2, \cdots, n)$$

称之为**贝叶斯公式**.

(九) 事件的独立性

定义 设A, B是某一随机试验的任意两个随机事件.称 **A与B是相互独立**的,如果

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

这就是在A与B独立的情况下,事件A与B乘积的概率公式.可见事件A与B相互独立是建立在概率基础上事件之间的一种关系.所谓事件A与B相互独立,就是指其中一个事件发

生与否不影响另一个事件发生的可能性.

由两个随机事件相互独立的定义,我们可以得到:若事件 A 与 B 相互独立,则 $\bar{A}$ 与 B, A 与 $\bar{B}$, $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 也相互独立.

对于 n 个事件的独立性,我们有

定义 设 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 为 n 个事件.如果对于所有可能的组合 $1 \leqslant i < j < k < \cdots \leqslant n$,下列各式同时成立:

$$\begin{cases} P(A_iA_j) = P(A_i)P(A_j) \\ P(A_iA_jA_k) = P(A_i)P(A_j)P(A_k) \\ \cdots\cdots \\ P(A_1A_2\cdots A_n) = P(A_1)P(A_2)\cdots P(A_n) \end{cases}$$

那么称 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ **是相互独立的.**

(十) 二项概型

在实际问题中,我们常常要做多次试验条件完全相同(即可以看成是一个试验的多次重复)并且都是相互独立(即每次试验中的随机事件的概率不依赖于其他各次试验的结果)的试验.我们称这种类型的试验为**独立重复试验**.

定理 在单次试验中事件 A 发生的概率为 $p(0<p<1)$,则在 n 次独立重复试验中:

$$P\{A \text{ 发生} k \text{ 次}\} = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \quad (k = 0,1,2,\cdots,n) \tag{1—3}$$

所谓**伯努力概型**就是利用关系式(1—3)来讨论事件概率的数学模型.伯努力概型又称为**独立试验序列概型**(或**二项概型**).

三、习　　题

(一) 填空题

1. 设 A, B 是任意两个随机事件,则 $P\{(\bar{A}+B)(A+B)(\bar{A}+\bar{B})(A+\bar{B})\} =$ ________.

2. 设 $P(A)=0.4$, $P(A+B)=0.7$,若事件 A 与 B 互斥,则 $P(B)=$ ________;若事件 A 与 B 独立,则 $P(B)=$ ________.

3. 已知随机事件 A 的概率 $P(A)=0.5$,随机事件 B 的概率 $P(B)=0.6$ 及条件概率 $P(B|A)=0.8$,则 $P(A\cup B)=$ ________.

4. 设随机事件 A, B 及其和事件 $A\cup B$ 的概率分别是 0.4,0.3 和 0.6,若 $\bar{B}$ 表示 B 的对立事件,那么积事件 $A\bar{B}$ 的概率 $P(A\bar{B})=$ ________.

5. 设 A, B 为随机事件,$P(A)=0.7$, $P(A-B)=0.3$,则 $P(\overline{AB})=$ ________.

6. 已知 A, B 两个事件满足条件 $P(AB)=P(\bar{A}\,\bar{B})$,且 $P(A)=p$,则 $P(B)=$ ________.

7. 设三次独立试验中,事件 A 出现的概率相等.若已知 A 至少出现一次的概率等于

19/27,则事件 A 在一次试验中出现的概率为________.

8. 设两两相互独立的三事件 A,B 和 C 满足条件：$ABC=\varnothing, P(A)=P(B)=P(C)<\frac{1}{2}$,且已知 $P(A\cup B\cup C)=\frac{9}{16}$,则 $P(A)=$________.

9. 设两个相互独立的事件 A 和 B 都不发生的概率为 $\frac{1}{9}$,A 发生 B 不发生的概率与 B 发生 A 不发生的概率相等,则 $P(A)=$________.

10. 设随机事件 A 与 B 互不相容.已知 $P(A)=P(B)=a\ (0<a<1), P(A|\bar{B})=P(\bar{A}|\bar{B})$.则 $a=$________,$P(A+B)=$________.

11. 设 A,B 是两个随机事件,已知 $P(A|B)=0.3, P(B|A)=0.4, P(\bar{A}|\bar{B})=0.7$,则 $P(A+B)=$________.

12. 一射手对同一目标独立地进行四次射击,若至少命中一次的概率为 $\frac{80}{81}$,则该射手的命中率为________.

13. 已知 $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}, P(AB)=0, P(AC)=P(BC)=\frac{1}{8}$,则事件 A,B,C 全不发生的概率为________.

14. 设 A,B 是两个随机事件,$0<P(B)<1$,且 $AB=\bar{A}\ \bar{B}$,则 $P(A|\bar{B})+P(\bar{A}|B)=$________.

15. 设 A,B 是两个随机事件,$P(A)+P(B)=0.9, P(AB)=0.2$,则 $P(\bar{A}B)+P(A\bar{B})=$________.

16. 设 A,B 是两个随机事件,$P(A)=0.4, P(AB)=0.2, P(A|B)+P(\bar{A}|\bar{B})=1$,则 $P(A+B)=$________.

17. 一批产品共有 10 个正品和 2 个次品,任意抽取两次,每次抽 1 个,抽出后不再放回,则第二次抽出的是次品的概率为________.

18. 袋中有 50 个乒乓球,其中 20 个是黄球,30 个是白球,今有两人依次随机地从袋中各取一球,取后不放回,则第二个人取得黄球的概率是________.

19. 若在区间(0,1)内任取两个数,则事件“两数之和小于 $\frac{6}{5}$”的概率为________.

20. 将 C,C,E,E,I,N,S 等 7 个字母随机地排成一行,那么,恰好排成英文单词 $SCIENCE$ 的概率为________.

21. 设工厂 A 和工厂 B 的产品的次品率分别为 1%和 2%,现从由工厂 A 和工厂 B 的产品分别占 60%和 40%的一批产品中随机抽取一件,发现是次品,则该次品属工厂 A 生产的概率是________.

22. 设 10 件产品中有 4 件不合格品,从中任取 2 件,已知所取 2 件产品中有 1 件是不合格品,则另 1 件也是不合格品的概率为________.

23. 甲、乙两人独立地对同一目标射击一次,其命中率分别为 0.6 和 0.5.现已知目标被命中,则它是甲命中的概率为________.

24. 假设一批产品中一、二、三等品各占 60%,30%,10%,从中随意取出一件,结果不是三等品,则取到的是一等品的概率为________.

25. 袋内有 5 张卡片,每张卡片上分别写有数字 1,2,3,4,5,从中不放回地随机抽取 3 张

卡片,则取到的 2 张卡片中最大的数与最小的数的差等于 3 的概率是________.

26. 在 n 阶行列式的展开式中任取一项,此项不含第一行第一列元素 a_{11} 的概率为 $\frac{8}{9}$,则此行列式的阶数 $n=$________.

27. 从数集 $\{1,2,3,4,5\}$ 中任意取出一数(取后放回),用 b_i 表示第 i 次取出的数($i=1,2,3$).记 $\boldsymbol{b}=(b_1,b_2,b_3)^{\mathrm{T}}$,如果三阶矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&1&2\\1&2&4\\1&3&6\end{bmatrix}$,则线性方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{b}$ 有解的概率为________.

28. 掷 3 颗均匀骰子,已知所得的 3 个点数成等差数列,则其中含有 2 点的概率为________.

29. 已知随机事件 A 与 B 相互独立,$P(A)=a$,$P(B)=b$,如果事件 C 发生必然导致事件 A 与 B 同时发生,则事件 A,B,C 都不发生的概率为________.

30. 有 k 个袋子,每个袋内均装有 n 张卡片,分别编有号码 $1,2,\cdots,n$.现在从每个袋内各取一张卡片.则取到卡片上的最大编号不超过 $m+2$ 且不小于 m 的概率 p 是________.

31. 甲、乙两名射手对同一目标进行射击,甲射手的命中率为 p_1,乙射手的命中率为 p_2 $(0<p_1,p_2<1)$.规定甲先开始射击,每人一次轮流进行,直至目标被击中为止.要使甲先命中的概率比乙大,则 p_1 与 p_2 应满足的关系式是________.

32. 有两个箱子,第 1 个箱子有 3 个白球,2 个红球,第 2 个箱子有 4 个白球,4 个红球.现从第 1 个箱子中随机地取 1 个球放到第 2 个箱子里,再从第 2 个箱子中取出 1 个球,此球是白球的概率为________.已知上述从第 2 个箱子中取出的球是白球,则从第一个箱子中取出的球是白球的概率为________.

33. 通信渠道传递 15 个信号,假设每个信号在传递过程中失真的概率为 p,若 A,B,C 分别表示事件 A:无一信号失真;事件 B:恰有一信号失真;事件 C:两个以上信号失真,则 $P(A)=$________,$P(B)=$________,$P(C)=$________.

34. 设在一次试验中,事件 A 发生的概率为 p.现进行 n 次独立试验,则 A 至少发生 1 次的概率为________,而事件 A 至多发生 1 次的概率为________.

35. 三个箱子,第一个箱子中有 4 个黑球,1 个白球,第二个箱子中有 3 个黑球,3 个白球,第三个箱子有 3 个黑球,5 个白球.现随机地取一个箱子,再从这个箱子中取出 1 个球,这个球为白球的概率为________.已知取出的球是白球,此球属于第二个箱子的概率为________.

36. 随机地向半圆 $0<y<\sqrt{2ax-x^2}$(a 为正常数)内掷一点,点落在半圆内任何区域的概率与区域的面积成正比,则原点和该点的连线与 x 轴的夹角小于 $\frac{\pi}{4}$ 的概率为________.

(二) 选择题

1. 设 A,B 为两事件且 $P(AB)=0$,则 ( )

(A) A 与 B 互斥　　(B) AB 是不可能事件

(C) AB 未必是不可能事件　　(D) $P(A)=0$ 或 $P(B)=0$

2. 设 A,B 为两事件,则 $P(A-B)$ 等于 ( )

(A) $P(A)-P(B)$　　(B) $P(A)-P(B)+P(AB)$

(C) $P(A)-P(AB)$　　(D) $P(A)+P(B)-P(AB)$

3. 以 A 表示事件"甲种产品畅销,乙种产品滞销",则其对立事件 $\bar{A}$ 为 ( )

(A) "甲种产品滞销,乙种产品畅销"

(B) "甲、乙两种产品均畅销"

(C) "甲种产品滞销"

(D) "甲种产品滞销或乙种产品畅销"

4. 设 A,B 为两随机事件,且 $B\subset A$,则下列式子正确的是 ( )

(A) $P(A+B)=P(A)$　(B) $P(AB)=P(A)$

(C) $P(B|A)=P(B)$　(D) $P(B-A)=P(B)-P(A)$

5. 设 A 和 B 是任意两个概率不为零的不相容事件,则下列结论中肯定正确的是 ( )

(A) $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 不相容　(B) $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 相容

(C) $P(AB)=P(A)P(B)$　(D) $P(A-B)=P(A)$

6. 设当事件 A 与 B 同时发生时,事件 C 必发生,则 ( )

(A) $P(C)\leqslant P(A)+P(B)-1$　(B) $P(C)\geqslant P(A)+P(B)-1$

(C) $P(C)=P(AB)$　(D) $P(C)=P(A\cup B)$

7. 假设事件 A 和 B 满足 $P(B|A)=1$,则 ( )

(A) A 是必然事件　(B) $P(B|\bar{A})=0$

(C) $A\supset B$　(D) $A\subset B$

8. 设 $0<P(A)<1, 0<P(B)<1, P(A|B)+P(\bar{A}|\bar{B})=1$,则 ( )

(A) 事件 A 和 B 互不相容　(B) 事件 A 和 B 互相对立

(C) 事件 A 和 B 互不独立　(D) 事件 A 和 B 相互独立

9. 已知 $0<P(B)<1$ 且 $P[(A_1+A_2)|B]=P(A_1|B)+P(A_2|B)$,则下列选项成立的是 ( )

(A) $P[(A_1+A_2)|\bar{B}]=P(A_1|\bar{B})+P(A_2|\bar{B})$

(B) $P(A_1B+A_2B)=P(A_1B)+P(A_2B)$

(C) $P(A_1+A_2)=P(A_1|B)+P(A_2|B)$

(D) $P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)$

10. 设 A,B 为任意两个事件且 $A\subset B, P(B)>0$,则下列选项必然成立的是 ( )

(A) $P(A)<P(A|B)$　(B) $P(A)\leqslant P(A|B)$

(C) $P(A)>P(A|B)$　(D) $P(A)\geqslant P(A|B)$

11. 设 A,B 是两个随机事件,且 $0<P(A)<1, P(B)>0, P(B|A)=P(B|\bar{A})$,则必有 ( )

(A) $P(A|B)=P(\bar{A}|B)$　(B) $P(A|B)\neq P(\bar{A}|B)$

(C) $P(AB)=P(A)P(B)$　(D) $P(AB)\neq P(A)P(B)$

12. 设 A,B,C 是三个相互独立的随机事件,且 $0<P(C)<1$.则在下列给定的四对事件中不相互独立的是 ( )

(A) $\overline{A+B}$ 与 C　(B) $\overline{AC}$ 与 $\bar{C}$　(C) $\overline{A-B}$ 与 $\bar{C}$　(D) $\overline{AB}$ 与 $\bar{C}$

13. 对于任意两事件 A 和 B,与 $A\cup B=B$ 不等价的是 ( )

(A) $A\subset B$　(B) $\bar{B}\subset\bar{A}$　(C) $A\bar{B}=\varnothing$　(D) $\bar{A}B=\varnothing$

14. 设 A,B,C 三个事件两两独立,则 A,B,C 相互独立的充分必要条件是 ( )

(A) A 与BC 独立　　(B) AB 与$A\cup C$ 独立

(C) AB 与AC 独立　　(D) $A\cup B$ 与$A\cup C$ 独立

15. 设 A,B,C 是三个随机事件,$P(ABC)=0$,且$0<P(C)<1$,则一定有 ( )

(A) $P(ABC)=P(A)P(B)P(C)$

(B) $P((A+B)|C)=P(A|C)+P(B|C)$

(C) $P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)$

(D) $P((A+B)|\overline{C})=P(A|\overline{C})+P(B|\overline{C})$

16. 设 A,B 为两任意事件,且 $P(B)>0$,下列不等式错误的是 ( )

(A) $P(A|B)\geqslant 1-\dfrac{P(\overline{A})}{P(B)}$　　(B) $P(A|B)\geqslant\dfrac{P(A)+P(B)-1}{P(B)}$

(C) $P(A|B)\leqslant 1-\dfrac{P(\overline{A})-P(\overline{B})}{P(B)}$　　(D) $P(A|B)\leqslant 1-\dfrac{P(A\overline{B})}{P(B)}$

17. 假设 A,B,C 是三个随机事件,其概率均大于零,A 与 B 相互独立,A 与 C 相互独立,B 与 C 互不相容,则下列命题中不正确的是 ( )

(A) A 与BC 相互独立　　(B) A 与$B\cup C$ 相互独立

(C) A 与$B-C$ 相互独立　　(D) AB,BC,CA 相互独立

18. 已知 A,B 为任意两个随机事件,$0<P(A)<1,0<P(B)<1$,假设两个事件中只有 A 发生的概率与只有B 发生的概率相等,则下列等式未必成立的是 ( )

(A) $P(A|B)=P(B|A)$　　(B) $P(A|\overline{B})=P(B|\overline{A})$

(C) $P(A|\overline{B})=P(\overline{A}|B)$　　(D) $P(A-B)=P(B-A)$

19. 设 A,B 为任意两个随机事件,则 ( )

(A) $(A+B)(A+\overline{B})$与 A 相互独立

(B) $(A+B)(\overline{A}+B)$与 A 相互独立

(C) $(A+B)(\overline{A}+B)(A+\overline{B})$与 A 相互独立

(D) $(A+B)(\overline{A}+B)(A+\overline{B})(\overline{A}+\overline{B})$与 A 相互独立

20. 在电炉上安装了四个温控器,其显示温度的误差是随机的.在使用过程中,只要有两个温控器显示的温度不低于临界温度 t_0,电炉就断电,以 E 表示事件"电炉断电",而 $T_{(1)}\leqslant T_{(2)}\leqslant T_{(3)}\leqslant T_{(4)}$为四个温控器显示的按递增顺序排列的温度值,则事件 E 等于 ( )

(A) $\{T_{(1)}\geqslant t_0\}$　　(B) $\{T_{(2)}\geqslant t_0\}$　　(C) $\{T_{(3)}\geqslant t_0\}$　　(D) $\{T_{(4)}\geqslant t_0\}$

21. 将一枚硬币独立地掷两次,引进事件:$A_1=\{$掷第一次出现正面$\}$,$A_2=\{$掷第二次出现正面$\}$,$A_3=\{$正、反面各出现一次$\}$,$A_4=\{$正面出现两次$\}$,则事件 ( )

(A) A_1,A_2,A_3 相互独立　　(B) A_2,A_3,A_4 相互独立

(C) A_1,A_2,A_3 两两独立　　(D) A_2,A_3,A_4 两两独立

22. 对于任意两事件 A 和B, ( )

(A) 若 $AB\neq\varnothing$,则 A,B 一定独立　　(B) 若 $AB\neq\varnothing$,则 A,B 有可能独立

(C) 若 $AB=\varnothing$,则 A,B 一定独立　　(D) 若 $AB=\varnothing$,则 A,B 一定不独立

(三) 解答题

1. 袋内放有 2 个伍分的,3 个贰分的和 5 个壹分的钱币,任取其中 5 个,求钱数总额超过壹角的概率.

2. 从一副扑克牌的13张梅花中,有放回地取3次,求3张都不同号的概率.

3. 从5副不同的手套中任取4只,求这4只都不配对的概率.

4. 从0,1,2,…,9等10个数字中任意选出3个不同的数字,试求下列事件的概率:

$A_1=\{3$ 个数字中不含0和5$\}$

$A_2=\{3$ 个数字中不含0或5$\}$

5. 设事件 AB 发生,则事件 C 一定发生.证明

$$P(A)+P(B)-P(C)\leqslant 1$$

6. 设 A,B 是任意两事件,其中 A 的概率不等于0和1,证明

$$P(B\mid A)=P(B\mid \bar{A})$$

是事件 A 与 B 独立的充分必要条件.

7. 设 A,B 为任意两个事件,求证

$$P(AB)=1-P(\bar{A})-P(\bar{B})+P(\bar{A}\bar{B})$$

8. 设 $P(A)=p,P(B)=q,P(AB)=r$,求下列各事件的概率:$P(\bar{A}\cup\bar{B})$, $P(\bar{A}B)$, $P(\bar{A}\cup B)$, $P(\bar{A}\,\bar{B})$.

9. 设平面区域 D_1 是由 $x=1,y=0,y=x$ 所围成,今向 D_1 内随机地投入10个点,求这10个点中至少有2个点落在由曲线 $y=x^2$ 与 $y=x$ 所围成的区域 D 内的概率.

10. 设有甲、乙两名射手轮流独立地对同一目标射击,甲的命中率为 p_1,乙的命中率为 p_2.甲先射,谁先命中谁得胜,试分别求甲获胜的概率和乙获胜的概率.

11. 考虑一元二次方程 $x^2+Bx+C=0$,其中 B,C 分别是将一枚色子(骰子)接连掷两次先后出现的点数.求该方程有实根的概率 p 和有重根的概率 q.

12. 设两箱内装有同种零件,第一箱装50件,有10件一等品,第二箱装30件,有18件一等品,先从两箱中任挑一箱,再从此箱中前后不放回地任取两个零件,求:

(1) 先取出的零件是一等品的概率 p;

(2) 在先取的是一等品的条件下,后取的仍是一等品的条件概率 q.

13. 设玻璃杯整箱出售,每箱20只,各箱含0,1,2只残次品的概率分别为0.8,0.1,0.1,一顾客欲购买一箱玻璃杯,由售货员任取一箱,经顾客开箱随机察看4只,若无残次品,则买此箱玻璃杯,否则不买.求:

(1) 顾客买此箱玻璃杯的概率 α;

(2) 在顾客买的此箱玻璃杯中,确实没残次品的概率 β.

14. 设有来自三个地区的各10名、15名和25名考生的报名表,其中女生的报名表分别为3份、7份和5份.随机地取一个地区的报名表,从中先后抽出两份.求:

(1) 先抽到的一份是女生表的概率 p;

(2) 已知后抽到的一份是男生表,求先抽到的一份是女生表的概率 q.

15. 一批产品共有50件,其中含次品0件、1件、2件是等可能的.现从中随机逐件抽出5件产品进行检查(取后不放回),在抽取过程中,如发现次品,则停止抽查,而认为这批产品是不合格的;若抽出5件后仍未发现次品,则认为这批产品是合格品.求抽查进行5次后方能确定这批产品是否为合格品的概率.

16. 甲袋中放有5只红球,10只白球;乙袋中放有5只白球,10只红球.今先从甲袋中任取一球放入乙袋,然后从乙袋中任取一球放回甲袋.求再从甲袋中任取两球全是红球的概率.