

學力理論

周培源編著

人民教育出版社出版

學力理論

周培源編著

人民教育出版社出版

理 論 力 學

全一冊

編 著 者： 周 培 源

出 版 者： 人 民 教 育 出 版 社
(營業許可證出字第二號)

印 刷 者： (見 正 文 最 後 頁)

發 行 者： 新 華 書 店

書號：3011

1952年12月原 版

字數：401,900

1953年9月北京第二次印刷

3,001—4,500

定價 17,600 元

序

力學在物理學的領域中，無疑地是一門比較難的科目。它的難處，就在有幾個基本概念不容易抓住；因此，學者在解算力學問題時，常會感覺到一種彼此兩可的困難情形。

爲使學者容易了解力學的內容起見，本書特別注重三點：基本原則的闡述，習題的例解與練習，以及力學在物理學發展中所處的地位。物理學中常因某基本原則的放棄或修改，而發生差別甚大的最後結果；可是常有人不知不覺地作了某種假定，就認爲由此推論得來的結果是天經地義。這種錯誤，在初學物理學時必須糾正；認清物理學基本原則的習慣，必須從早養成。

又有人因爲力學需用許多算學的方法，而忽略了它在物理學中所處的地位，這是一個很大的錯誤；所以本書遇有機會，就說明力學與物理學其他部分的聯繫。

這本書是爲大學物理學系二、三年級，和數學氣象學兩系學習力學的學生寫的。爲節省篇幅起見，在可能範圍內，皆用向量分析的記號。嚴格說來，物體在自然界中的運動現象，都是“質點組的運動”，所以本書將“質點組動力學”放在“質點動力學”前面講。如果有人覺得前者比後者爲抽象，那末，就把它放在“有心力”一章以後講，亦無不

可。第十三章“剛體動力學”的物理部分，大致已講完了——當然許多的詳細計算，只得從略——讀者有了這種物理學的基礎，去參看其他書籍，不會遇到困難。在“分析的動力學”一章中，凡是相當於量子力學中有關的部分，都已講到了，這也可以給將來要在理論物理方面求深造的人一些便利。

本書所採用的名詞，基本上根據一九五一年夏中國科學院物理學名詞審查工作小組所準備的“物理學名詞草案”。

這本書是在昆明西南聯合大學任教期內編寫的，從一九三八年夏開始，直到一九四二年春，初稿方才完成。在這個時期，趙忠堯先生曾一度用作力學班的講義，仔細地看過這本書；王竹溪先生和我討論過本書內容的分配和材料的取捨；他們給本書不少的批評、意見與改正，使我非常感激。抗戰勝利後，因為西南聯大時期的油印講義已大部散失，清華一九四七學年度的力學班同學，就自動地組織起來，將本書全稿抄寫了一遍，又油印了九十餘份作為課本。他們和一九四九學年度力學班的同學們給了我許多寶貴的建議。在校訂工作中許孝慰先生，徐亦莊先生和研究生蔡樹棠同學給本書不少修正和改進；劉廣均，楊海壽，葉式輝，樂光堯，譚緯孫及陳慧男諸同學在校對全書時給我很多協助。所以這書現在的內容比初稿又有些增益。在此謹向趙、王、許、徐四位先生及各位同學一併表示我的謝意。

本書自開始編寫到付印，前後整整十四年。雖然經過幾次的使用和修訂，但本文及習題中，難免仍有些錯誤和不妥當處存在，深望國內的物理學工作者，在發現這些問題時，能通知著者，以便日後加以更正為幸。

一九五二年七月 周培源 序於北京清華園。

目 錄

第一章 導論

§ 1—1. 力學簡史。……………1	§ 1—4. 力學與其他科學的關 係。……………2
§ 1—2. 力學與自然界的普遍性 定律。……………2	第一章摘要 ……………3
§ 1—3. 力學的分類。……………2	

第二章 運動學

§ 2—1. 坐標系與標準坐標系。…4	§ 2—12. 向量分析與直角坐標變 換。……………13
§ 2—2. 歐幾里德空間。……………5	§ 2—13. 並矢式或二級張量。……14
§ 2—3. 向量的定義及向量算術 中的基本定律。……………6	§ 2—14. 時間。……………16
§ 2—4. 向量的加法。……………7	§ 2—15. 速度。……………17
§ 2—5. 向量的減法。……………7	§ 2—16. 速度的相加與剛體尺和 絕對時間的意義。……………18
§ 2—6. 向量的乘法。……………8	§ 2—17. 加速度。……………21
§ 2—7. 向量與向量的內乘。……8	§ 2—18. 圓周運動。……………23
§ 2—8. 向量與向量的外乘。……9	§ 2—19. 加速度的加減。……………24
§ 2—9. 向量的除法。……………10	§ 2—20. 速端曲綫。……………25
§ 2—10. 坐標系與單位向量。……11	第二章摘要……………27
§ 2—11. 三個向量的乘法。……12	

第三章 力與質量——物體的運動三定律

§3—1. 引言。……………33	§3—10. 力的作用與反作用。……45
§3—2. 第一運動定律。……………34	§3—11. 萬有引力。……………46
§3—3. 第一運動定律與時間的 量度。……………35	§3—12. 卡文迪許的實驗。……47
§3—4. 第二運動定律。……………37	§3—13. 慣性質量與引力質量。…49
§3—5. 第二運動定律與質量的 量度之一。……………38	§3—14. 物體的重量與伽利略 的斜塔實驗。……………49
§3—6. 第三運動定律。……………39	§3—15. 彈性絨伸長後的彈力及 虎克定律。……………51
§3—7. 第三運動定律與質量量 度之二。……………40	§3—16. 可變質量的運動。……52
§3—8. 力量的種類。……………41	§3—17. 力學的基本單位。……52
§3—9. 力的合成與分解；疊加 原理與質量量度之三。…44	§3—18. 因次分析。……………54
	第三章摘要……………55

第四章 功與能

§4—1. 引言。……………57	§4—8. 力函數。……………65
§4—2. 功的定義。……………57	§4—9. 保守力系、有旋度的力系 與耗散力系。……………67
§4—3. 功的因次和單位。……59	§4—10. 能。……………68
§4—4. 功率。……………59	§4—11. 位能。……………68
§4—5. 幾種功的例子：(1)地面 上舉物體的功，(2)自地 球面上移物體至無窮遠 的功，(3)伸長彈性絨所 做的功。……………60	§4—12. 位能的梯度與直角坐標 變換。……………69
§4—6. 功的圖示。……………62	§4—13. 動能。……………70
§4—7. 力場。……………64	§4—14. 能量不減定理與能量不 減定律。……………71
	第四章摘要……………74

第五章 質點靜力學

§5—1. 質點靜力學的問題。……77	的靜止：拉密定理。……78
§5—2. 質點在一個或兩個力作 用之下的靜止。……………77	§5—4. 質點在 $n(n>3)$ 個力 作用之下的靜止。……79
§5—3. 質點在三個力作用之下	§5—5. 兩個物體間的反作用。…81

§ 5—6. 摩擦力。.....81	第五章摘要.....92
--------------------	--------------

第六章 質點組靜力學

§ 6—1. 外力與內力。.....96	§ 6—8. 線多邊形上同重量質點 的靜止。.....104
§ 6—2. 質點組靜止的條件。.....97	§ 6—9. 繩索的靜止。.....105
§ 6—3. 質點組靜力學的第一平 衡定理。.....98	§ 6—10. 繞在桿上的繩子。.....106
§ 6—4. 力矩。.....99	§ 6—11. 懸橋。.....109
§ 6—5. 質點組靜力學的第二平 衡定理。.....99	§ 6—12. 懸鏈線。.....110
§ 6—6. 線多邊形質點的靜止。100	§ 6—13. 有彈性繩子在重力場中 的靜止。.....114
§ 6—7. 力量圖。.....103	第六章摘要.....118

第七章 剛體靜力學

§ 7—1. 物體的剛性。.....123	§ 7—11. 力偶的圖示。.....140
§ 7—2. 剛體的位移。.....123	§ 7—12. 作用在剛體上的力系與 其等值的力量及力偶。140
§ 7—3. 剛體位移定理的分析證 明。.....125	§ 7—13. 剛體在一力系作用之下呈 平衡狀態的普通條件。143
§ 7—4. 剛體的靜止。.....127	§ 7—14. 同平面力作用在剛體上 的平衡。.....143
§ 7—5. 力的可傳性。.....128	§ 7—15. 框架。.....154
§ 7—6. 同平面力的合成。.....128	§ 7—16. 輕框架的平衡狀態。...155
§ 7—7. 物體的重心。.....132	§ 7—17. 應力簡圖。.....155
§ 7—8. 幾種物體的重心:(1)有 對稱性的物體,(2)三角 形,(3)稜錐體與錐體, (4)有旋轉對稱的均勻 物體。.....135	§ 7—18. 正有剛性的、輕的立體 框架。.....157
§ 7—9. 在重力場中舉高一剛體 所做的功。.....137	§ 7—19. 過有剛性的、輕的框架。158
§ 7—10. 力偶及力偶矩。.....138	§ 7—20. 作用在剛體桿上的力量。160
	§ 7—21. 重框架的靜止。.....160
	第七章摘要.....160

第八章 虛功原理與物體平衡的種類

§ 8—1. 力量在平衡狀態中位移 物體所做的功。.....170	§ 8—2. 虛功原理。.....172
	§ 8—3. 完整的力體系。.....173

§ 8—4. 完整系與拉格倫日不定 乘子。……………174	§ 8—8. 平衡種類的算學區別。185
§ 8—5. 非完整的約束。……………175	§ 8—9. 位能與平衡種類的關 係；多自由度的力體系。187
§ 8—6. 虛功原理與摩擦力。……………183	第八章摘要……………191
§ 8—7. 物體平衡的種類。……………184	

第九章 質點組動力學

§ 9—1. 動力學的問題。……………195	§ 9—7. 彈性的碰撞。……………209
§ 9—2. 力體系質量中心的運 動。……………197	§ 9—8. 最大壓縮的片刻同壓 縮及恢復衝力。……………209
§ 9—3. 動量及角動量不減定 理。……………199	§ 9—9. 壓縮衝量與恢復衝量 的關係。……………210
§ 9—4. 力體系的動能量。……………200	§ 9—10. 物體與一固定表面的 碰撞。……………211
§ 9—5. 衝力。……………204	§ 9—11. 自由物體的互撞。……………212
§ 9—6. 可變質量的運動方程 式及其應用。……………205	第九章摘要……………218

第十章 質點在一條直線上的運動

§ 10—1. 質點的運動方程式。……………222	§ 10—8. 射彈自地面到月球及 無窮遠所需的速度。……………240
§ 10—2. 重力場內的自由落體。……………223	§ 10—9. 其他行星表面上的重 力常數與逃逸速度。……………241
§ 10—3. 物體在斜面上的滑動。……………225	§ 10—10. 簡諧運動。……………242
§ 10—4. 阿脫武德機。……………228	§ 10—11. 受阻諧和振動。……………245
§ 10—5. 物體在阻尼介質中的 運動。……………233	§ 10—12. 強迫諧和振動。……………247
§ 10—6. 阻尼的自由落體。……………234	§ 10—13. 普通保守力場。……………249
§ 10—7. 物體在引力場中的運 動：(1) $v_0^2 < 2k_1^2/s_0$, (2) $v_0^2 = 2k_1^2/s_0$, (3) $v_0^2 > 2k_1^2/s_0$ 。……………237	§ 10—14. 等時降落軌跡。……………252
	第十章摘要……………254

第十一章 曲線運動

§ 11—1. 坐標系的變換。……………261	§ 11—3. 空間的球極坐標。……………263
§ 11—2. 平面的極坐標。……………261	§ 11—4. 地球的轉動在重力常

數上所生的影響。……	265
§ 11—5. 物體在一不光滑的斜面上的滑動。……	266
§ 11—6. 射彈在地面上真空中運動。……	269
§ 11—7. 介質的阻力作用在射彈上所生的影響。……	273
§ 11—8. 勒囊特的阻力定律。……	275
§ 11—9. 膛外彈道學概要。……	278
§ 11—10. 約束運動。……	280
§ 11—11. 約束運動與能量不滅定理。……	281

§ 11—12. 單擺: (1) 振動的單擺, (2) 單擺的無週期的運動, (3) 單擺的週期的圓周運動。……	282
§ 11—13. 圓滾擺。……	287
§ 11—14. 三度空間中的等時降落軌跡。……	289
§ 11—15. 物體沿着一條螺旋線在重力作用之下的滑動。……	291
§ 11—16. 球擺。……	292
第十一章摘要	294

第十二章 有心力

§ 12—1. 有心力的定義。……	301
§ 12—2. 物體在有心力場中的運動方程式。……	301
§ 12—3. 角動量不滅定理。……	302
§ 12—4. 能量不滅定理。……	303
§ 12—5. 物體在平面內的運動。……	303
§ 12—6. 面積速度積分的幾何解釋。……	304
§ 12—7. 規定物體軌道的微分方程。……	305
§ 12—8. 從物體的軌道求出有心力的定律, 及從有心力的定律規定物體的軌道。……	306
§ 12—9. 諸有心力場。……	306
§ 12—10. 開普勒的行星運動三定律及萬有引力的發現。……	308
§ 12—11. 物體在萬有引力場中	

的運動: 運動軌道	310
§ 12—12. 能量不滅定理與運動的種類。……	311
§ 12—13. 三種運動中坐標與時間的關係。……	313
§ 12—14. 開普勒方程式。……	315
§ 12—15. 橢圓運動的週期。……	316
§ 12—16. 雙曲線運動中類似開普勒方程式的幾何證明。……	317
§ 12—17. 開普勒方程式解法之一: 偏近點角的偏心率 e 的級數。……	319
§ 12—18. 行星坐標的級數。……	319
§ 12—19. 開普勒方程式解法之二: 偏近點角及行星坐標的傅立葉級數。……	322
§ 12—20. 開普勒方程式解法之三: 圖解法。……	325

65.
7.
18

§ 12—21. 物體間與距離平方成反比的斥力。.....	326
§ 12—22. 二體問題。.....	328
§ 12—23. 二體在以質量中心作標準坐標系中的運動。.....	329
§ 12—24. 二體的相對運動。.....	331

§ 12—25. 開普勒的第三定律及行星質量的計算。.....	333
§ 12—26. 多體問題及攝動的觀念。.....	334
第十二章摘要	336

第十三章 剛體動力學

§ 13—1. 剛體運動學概要。.....	342
§ 13—2. 剛體的有限轉動。.....	342
§ 13—3. 剛體的角速度。.....	344
§ 13—4. 剛體的無限小轉動與瞬時轉動軸線。.....	345
§ 13—5. 運動的坐標系與牽連速度。.....	346
§ 13—6. 加速度與柯賴奧來定理。.....	347
§ 13—7. 歐勒角度.....	348
§ 13—8. 剛體的角速度與歐勒角度的關係。.....	349
§ 13—9. 自由剛體在空間中的運動。.....	350
§ 13—10. 慣性並矢式。.....	352
§ 13—11. 慣性橢球與轉動慣量。.....	353
§ 13—12. 迴轉橢球。.....	354
§ 13—13. 角動量與角速度的幾何關係。.....	355

§ 13—14. 剛體的動能量及轉動動能的時間微分率。...	355
§ 13—15. 剛體繞着一固定軸線的轉動。.....	356
§ 13—16. 永久轉動軸線同自轉動軸線。.....	358
§ 13—17. 剛體與一固定平面的平行運動。.....	362
§ 13—18. 剛體繞着一固定點的運動：歐勒的運動方程式。.....	365
§ 13—19. 一個剛體繞着一固定點的自由轉動：歐勒的問題。.....	365
§ 13—20. 行星的轉動。.....	369
§ 13—21. 拉格倫日的陀螺。.....	372
§ 13—22. 柯凡律夫斯基夫人的陀螺。.....	377
§ 13—23. 剛體的滾動運動。.....	380
第十三章摘要	388

第十四章 分析的動力學

§ 14—1. 拉格倫日的廣義坐標。.....	397
§ 14—2. 完整系的拉格倫日運	

動方程式。.....	398
§ 14—3. 保守的力體系。.....	400
§ 14—4. 能量不減定理。.....	400

§ 14—5. 循環坐標與羅斯函數。.....	410	§ 14—13. 正則變換同泊松和拉格倫日括弧的關係。.....	436
§ 14—6. 衝擊運動的拉格倫日方程式。.....	412	§ 14—14. 哈密頓—雅可俾偏微分方程: 哈密頓的定理。.....	438
§ 14—7. 拉格倫日的運動方程式與拉格倫日不定乘子。.....	413	§ 14—15. 雅可俾的定理。.....	440
§ 14—8. 非完整的力體系。.....	416	§ 14—16. 哈密頓—雅可俾理論與正則變換的關係。.....	442
§ 14—9. 哈密頓的正則運動方程式。.....	424	§ 14—17. 保守系的哈密頓—雅可俾偏微分方程。.....	442
§ 14—10. 正則變換。.....	426	§ 14—18. 哈密頓—雅可俾偏微分方程的特性曲線。.....	449
§ 14—11. 泊松的括弧。.....	433	第十四章摘要	451
§ 14—12. 拉格倫日的括弧。.....	435		

第十五章 動力學의 普通原理

§ 15—1. 達朗貝爾的原理。.....	456	芝的最小曲率原理。.....	460
§ 15—2. 哈密頓的原理與最小作用量原理。.....	457	§ 15—4. 阿培耳的方程式。.....	463
§ 15—3. 高斯的最小約束同赫		第十五章摘要	464

附錄: 1. 中西名詞對照表	467
2. 西中名詞對照表	

第一章 導 論

§1—1 力學簡史 力學是研究物體在力作用之下靜止或運動的學問。人類開始有力學的知識的時期甚早，埃及和亞述古代的紀念碑上常刻着各種機械的圖畫。我國的墨翟（紀元前468—紀元前382）在他的“墨經”中表現出，他對於力的概念和槓桿的原理已有初步認識。希臘的阿基米德（紀元前287—紀元前212）在他的“論比重”一書中，曾講到槓桿和重心的原理。斜面的力學性質的研究則始於史端文（1548—1620）。至於用實驗及演繹的方法來研究動力學則以伽利略（1564—1642）為創始人，他所發現的慣性律及落體定律開動力學的新紀元。此後有惠更斯（1629—1695）對於振動中心同離心力的理論，單擺鐘的發明及重力常數的測定。但力學的基礎直到牛頓（1642—1727）發表了運動三定律之後方建樹完成。

牛頓萬有引力定律的發現使行星的繞日運行問題得到圓滿的解決。自牛頓之後迄今二百餘年內次第發表有達朗貝爾（1717—1783）原理，拉格倫日（1736—1813）的分析的力學，拉普拉斯（1749—1827）的天體力學，哈密頓（1805—1865）同雅可俾（1804—1851）二氏的理論及高斯（1777—1855）的最小約束原理，使力學成為一部完善的科學。至於力學的理論結果在物理學其他部分及工程上的應用，例子之多

更不勝枚舉了。

§1—2 力學與自然界的普遍性定律 研究物理現象的方法為理論的演繹及實驗的觀察。伽利略氏為同時應用這兩種方法的第一人，故人稱伽利略為近代物理學的鼻祖。力學是最有系統的科學之一，故力學必須滿足：

(1) 普通科學中的自然界的普遍性定律。簡言之，在同樣狀況之下力學諸定律亦同樣生效。

(2) 物理學的基礎為觀察與量度，故力學中每個定義，必可從度量得來，並根據上述自然界的普遍性定律，量度所得的數值必可在同樣狀況之下複量出來。

§1—3 力學的分類 力學所討論的物理現象，可用橫的及縱的二方法去分類。為讀者明瞭起見，可以列成下列表格：

	運 動 學	靜 力 學	動 力 學
質 點	×	×	×
剛 體	×	×	×
變 形 體	×	×	×

表中×係代表一科目，例如剛體的一橫與靜力學的一直之×為“剛體靜力學”，餘類推。上列表格為力學中的大體分類，每一科目又可分為數細目。但剛體與變形體二者統可稱為質點組，而變形體力學復包括兩大部分：一部分為流體力學，另一部分為彈性力學。本書為篇幅所限，只能講質點力學的運動及靜、動力學，剛體靜力學、運動及動力學二者之一部，同變形體靜力學之一部。

§1—4 力學與其他科學的關係 物理學的其他部分與力學有密切的關係：例如，熱學的一部分基礎就是力學中的運動方程式及能的概念；電子的運動，亦可以近似的用力學的基本定律來解釋；甚至物理光學中的波動方程式與變形體力學中的波動方程式從算學的觀點看來也是一樣的。

在十九世紀末葉當電子尚未發現之前，物理學者認為力學的空間與時間觀念是解釋所有物理現象的基本概念，力學的運動方程式也是描寫各種物質運動的基本方程式。但自電子發現之後，力學的空時概念及運動方程式已不能解釋電子的高速度運動，而原子的構造也需要新的基本定律去理解它，所以十九世紀末物理學者的觀點到現在已不適用了。

力學不獨在物理學中佔極重要的地位，並且對於天文學及各種工程學皆有極大的貢獻。天文學中的天體力學，即解釋各行星圍繞太陽運動的學問，是一種根據於力學各定律的計算，它的理論結果與天文觀測甚為脗合。至於各種工程學都與力學有關係，其分別只有深有淺而已。

末了，力學與算學更有如形影不能分的關係：運動學中的空間觀念，即從幾何學得來；牛頓因為要解決力學問題而發明微積分；詹姆斯·伯努利(1654—1705)和約翰·伯努利(1667—1748)兄弟由算一力學問題而開闢一門新算學，變分學。微分方程論發展的動機之一，是要解決許多力學的問題。故我們可以說：力學在十八、十九世紀中為算學發展過程中的極大推動力之一。

摘 要

I. 力學的發展時期：

1. 古代到阿基米德。
2. 伽利略及牛頓和力學基礎的奠定。
3. 牛頓以後的力學。

II. 力學所必須滿足的條件：

1. 自然界的普遍性定律。
2. 力學的每個定義的可量度性。

III. 力學的分類。

IV. 力學和其他科學的關係。

第二章 運動學

§2—1 坐標系與標準坐標系 講到物質運動，必須說某物質對某物質的運動，單說“物質運動”是沒有意義的。爲闡述方便起見，我們可以選一坐標系，然後描寫物質在這坐標系中的運動。

坐標系的選擇，在普通一般的力學問題中全以算學上的計算是否簡單爲轉移。例如火車在地上行動，我們坐在車中拋一塊石子，我們要求石子走的軌跡。這時爲計算方便起見，當然可採取火車作坐標系，然後描寫石子在這坐標系中的運動。但嚴格的說，坐標系的選擇在力學中是一定的，不是隨便的。伽利略和牛頓關於坐標系的挑選，是根據一極重要的假定：即在無窮數的，可以選擇的坐標系中，有一個“絕對靜止的坐標系”或簡稱爲“標準坐標系”。什麼是“絕對靜止？”這問題可暫緩回答。但我們必須明瞭，爲什麼在力學中一定要一標準坐標系。

伽利略和牛頓的標準坐標系，從力學的基本觀點看來，必須絕對靜止。爲什麼呢？因爲力學的基本定律，即表明此基本定律的微分方程式，必須在這坐標系中寫出。如果我們隨便取一坐標系，即將力學中描寫物體在這坐標系中運動的微分方程式寫下來。則我們有時會得到錯誤的結果。爲了比較觀察與理論的結果方便起見，我們有時不妨做一坐標變換，從這標準坐標系變換到另外一坐標系。但是坐標的

變換僅是一種計算的手續，而與力學的基本原則沒有關係。

我們說了半天標準坐標系在力學中的重要性。有人可能問：“這標準坐標系到底是什麼？”或者，“宇宙中什麼物體可以指定作標準坐標系？”這句話又頗難於回答了。我們可用在火車中拋石子的例子做推論的出發點，並爲了簡化討論起見，我們假定在未拋石子之先，石子和火車皆作以地面作參考的勻速運動。人坐在火車中，當然最方便是以火車做坐標系。但火車在地球上運動，故火車不能作爲描寫石子運動的標準坐標系。人及火車皆在地球上，但地球繞着太陽運行，故地球不能作計算石子運動的標準坐標系。太陽與太陽系中各行星比起來有相對的靜止，但從整個銀河系看來，則有每秒鐘 200 千米的速度。甚至我們的銀河系，照最近天文的觀測，從另一銀河系或星雲看來，也有相對的運動。如此，則根據現在天文知識，我們實在不曉得宇宙中那樣物體是絕對靜止的，可以作力學中的標準坐標系。那麼，是不是伽利略和牛頓所假定的標準坐標系根本就沒有物理的存在？我們雖遇到了這個根本困難，近似的標準坐標系却不難找到。我們雖不能指定宇宙中那一物體可以作標準坐標系，不過當甲物與乙物在相互的力作用之下產生相對運動時，若甲物的質量比乙物的質量大得多，則我們可以選甲物近似的作描寫乙物運動的標準坐標系，並且可以用力學基本定律的微分方程式證明：若甲物的質量比乙物的質量愈大，則甲物愈近似標準坐標系。故我們在作勻速運動的火車中拋石子，無疑的火車即可作計算石子運動的標準坐標系。總之，伽利略和牛頓的標準坐標系的嚴格的物理存在，雖是一個問題，但它在實際的計算方面是沒有含糊意義的。

§2—2 歐幾里德空間 伽利略和牛頓既假定了一個標準坐標系，我們可以問，“這座坐標系所代表的空間是什麼？”他們的答案是歐幾里德的空間。歐幾里德的幾何學是根據於從用剛體尺量度得來的經驗，以此應用到地球上各種關於空間的現象，例如造房子、修路等，已甚爲準確。但是伽利略和牛頓更進一步說，不但是我們的地球