



高等院校力学学习辅导丛书

Exercise Series in Mechanics for Higher Education

材料力学精要 与典型例题讲解

Learning Guide to Mechanics of Materials

蔡乾煌

Cai Qianhuang

编

任文敏 崔玉玺 殷雅俊

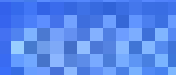
Ren Wenmin Cui Yuxi Yin Yajun



清华大学出版社



Springer



清华大学出版社
Tsinghua University Press

材料力学精要 与典型例题讲解

Learning Guide and Typical Examples



徐圣浩 徐圣浩 徐圣浩
Xu Shenghao Xu Shenghao Xu Shenghao



清华大学出版社



清华大学出版社



高等院校力学学习辅导丛书
Exercise Series in Mechanics for Higher Education

材料力学精要 与典型例题讲解

Learning Guide to Mechanics of Materials

蔡乾煌

Cai Qianhuang

编

任文敏 崔玉玺 殷雅俊

Ren Wenmin Cui Yuxi Yin Yajun



清华大学出版社
北京



Springer

内 容 简 介

本书为《材料力学》辅导教学指导书。根据高等院校本课程现行教学要求,并参考目前我国采用面较广的几种材料力学教材,分基本要求和提高要求编写而成。全书共有15章,每章设有“基本理论与方法”、“典型例题讲解”、“自练习题选编”和“自测试题选编”四个部分。典型例题的选题充分注意了题型的代表性与涵盖面以及答疑与解惑的针对性。自测试题均附有关键提示与答案。本书共选编例题159题,习题173题,试题294题(是非题、选择题、填空题共154题,计算题140题)。

本书可作为高等院校工科各专业材料力学课程的课外复习与自学指导书。本科生,参加函授、远程教育和高等教育自学考试的学生,考研生均可在本书相应内容中得到辅导。本书也可作为研究生、教师和科技工作者的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学精要与典型例题讲解/蔡乾煌等编. —北京:清华大学出版社,2004
(高等院校力学学习辅导丛书)

ISBN 7-302-08018-6

I. 材… II. 蔡… III. 材料力学—高等学校—教学参考资料 IV. TB301

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第006293号

出 版 者: 清华大学出版社 地 址: 北京清华大学学研大厦

<http://www.tup.com.cn> 邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175 客户服务: 010-62776969

组稿编辑: 陈朝辉

文稿编辑: 梁广平

印 刷 者: 北京市清华园胶印厂

装 订 者: 三河市新茂装订有限公司

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 175×245 印张: 27 字数: 526千字

版 次: 2004年5月第1版 2004年5月第1次印刷

书 号: ISBN 7-302-08018-6/O·344

印 数: 1~6000

定 价: 29.00元

本书如存在文字不清、漏印以及缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770175-3103或(010)62795704

编者说明

由于高新科学技术的迅速发展,新学科新课程不断增设,教育形式呈现多层次、多样化态势。为给学生留有更多自己钻研的时间与空间,通过广大教师多年不懈的努力,材料力学课程的授课(包括辅导课)学时与内容均作了不少的精减与更新。这就要求有一本能指导学生用有限时间高效扎实地达到本课程规定要求的教学指导书。它可以引导学生根据本专业要求,用较少时间,通过自我学习达到较满意的复习与备考效果。本书编者根据多年第一线教学经验编写了这部指导书,现作如下说明:

1. 本书参考当前采用面较广的几种材料力学教学参考书(见参考文献),分基本要求和提高要求(标以*号)编写而成。必修材料力学课程的工科院校各类专业的本科生,参加函授、远程教育和高等教育自学考试的学生均可在本书基本要求部分获得辅导与帮助。提高要求则为机械制造、船舶车辆、航空航天、土建水利等多学时专业学生进一步学习的内容。本书也可作为学生进行研究生入学考试考前复习的辅导书。本书适应面较广。

2. 对学生在课堂上、自学中、解算习题时易遇到的疑点、要点与难点有针对性地进行指导与答疑,帮助学生提高学习效率,在较短时间内正确深入地理解基本概念,掌握本课程基本理论与基本方法,提高分析与解答各类典型问题的能力。因此具有较强的针对性与指导意义。本书除“总论”外各章都设四个部分:

(1) 基本理论与方法:简要叙述与解题及练习有关的重要概念、基本理论与解题方法,并附“基本要求与重点”,其中有*号者为多学时或进一步要求。

(2) 典型例题讲解:紧密结合上述重要概念,基本理论与方法,选解各类有代表性的应用题,并对易出现的错误概念与解法有针对性地进行简要讨论,本书所选典型例题涵盖面广,内容丰富。

(3) 自练习题选编: 与(2)相对应, 挑选有代表性的习题供读者自练与自我检查之用, 各题均附有答案。

(4) 自测试题选编: 分基本要求试题与带 * 号提高要求试题, 以应用题为主并配有是非题、选择题与填空题, 按章选编, 各题附有关键提示。答案在附录中给出(希望不要边解题边看答案)。

3. 本书共 15 章, 均为目前工科院校材料力学教学大纲与课内教学的主要内容。第 2 章“拉伸与压缩”包括了“材料力学性能”内容; “扭转”与“剪切”一起放在第 3 章; 其中标 * 的章(第 10、11、13 章)为进一步要求; 个别专业选学的章节, 如厚壁圆筒, 薄壁容器等专题均不予选入。为精简篇幅, 一般教科书和习题集中列有的图表, 如型钢表、挠度表、材料的各种力学性能表, 疲劳强度的各种影响系数图表均未列入。

4. 本书由蔡乾煌主编, 并编写第 1~3 章, 第 7~9 章, 第 13~15 章; 任文敏编写 10~11 章; 崔玉玺编写第 5、12 章; 第 4、6 章由蔡乾煌、任文敏、崔玉玺共同完成。殷雅俊参加了第 13、14 章部分工作。

由于编者水平所限, 书中难免有疏漏、错误之处, 恳切期望广大读者提出批评建议与修正意见, 谢谢。

编 者
2003 年夏于清华园

目 录

编者说明	I
第 1 章 总论	1
第 2 章 拉伸与压缩	10
第 3 章 扭转与剪切	51
第 4 章 弯曲内力	90
第 5 章 弯曲应力	120
第 6 章 弯曲变形	157
第 7 章 应力、应变分析	190
第 8 章 强度理论	216
第 9 章 组合变形	233
* 第 10 章 能量原理与能量法	260
* 第 11 章 静不定结构	295
第 12 章 压杆稳定	323
* 第 13 章 动载荷	349
第 14 章 疲劳问题	371
第 15 章 截面图形几何性质	390
附录 自测试题答案	410
参考文献	424

第 1 章

总 论

1.1 基本假设与力学模型

材料力学课程已成为当今大多数工程技术人员必须学习的技术基础课程。运用其理论与方法解决工程技术部门有关材料力学问题,可以为初步设计提供力学依据;得到的结果具有简明性、工程合理性与实用性。学习这门课程,并利用它的基本理论与基本方法解决具有工程背景的材料力学应用题时,首先要了解构成本课程框架的全局性问题:

- (1) 课程任务与学习要求;
- (2) 基本假设、学科范畴与力学计算模型。

1. 材料力学的任务与要求

材料力学的基本理论与基本方法可为合理解决工程构件设计中“安全与经济”之间的矛盾,为其初步设计计算提供力学依据:

- 1) 保证构件在外载作用下具有抵抗断裂破坏的能力,即具有足够的**强度**。
要求具备根据强度条件对构件进行强度分析与设计计算的能力。
- 2) 保证构件在外载作用下具有一定的抵抗变形的能力,即具有足够的**刚度**。
要求具备对构件进行变形分析,并根据刚度条件进行刚度设计计算的能力。
- 3) 保证某些特定受力构件在外载作用下保持其原有平衡状态的能力,即具有足够的**稳定度**。
要求根据压杆稳定性条件能够对压杆的稳定性进行分析与计算的能力。

2. 关于固体材料的基本假设

现代工程中常用的固体材料种类繁多,物理力学性能各异。材料力学通过下列

假设建立自己的理想化材料模型:

- (1) **连续性** 认为整个物体在其所占空间内毫无空隙地充满材料介质;
- (2) **均匀性** 认为整个物体内,任何部分的材料的力学性能均相同;
- (3) **各向同性** 认为整个物体内,各个方向上均具有相同的力学性能。

总之,在研究受力后物体(构件)内部的力学响应时,除非有特别提示(如非均匀介质材料、各向异性材料、含宏观缺陷与裂纹材料),一般将材料看成由连续、均匀、各向同性的介质组成。因此,当从物体(构件)中任意取出一个小单元体时,它的力学性能和力学行为,可以代表此物体内任何部分的力学性能和力学行为。

3. 构件的小变形条件

变形固体 制造工程构件的固体材料在外力作用下,或多或少均会发生变形(形状或尺寸的改变),通常称为**变形(固)体**。

小变形条件 构件在外力作用下所发生的变形尺度一般均比本身原有尺寸小得多,比如千分之几或万分之几,此称**小变形**。

小变形条件的应用将大大简化受力、变形等构件受力后力学响应的分析与求解。例如,在静力分析时,利用静力平衡条件求解未知约束力时,引用小变形条件,通常可不考虑变形对构件原始形状与尺寸的影响。这就是**原始尺寸原理**。

图 1-1(a)所示为弹簧片,受力变形后 B 处的水平位移量 u 和垂直位移量 w 与跨度 l 是同一数量级的,力 P 的作用点位置与作用方向有明显改变。这样的变形属大变形,此时的静力分析很复杂。图 1-1(b)所示为钢梁,受力后变形极小,一般 w 仅为 l 的千分之几,而 u 又比 w 小得多,在求解 A 端约束力时,可略去变形对力 P 作用点位置与方向的影响以及变形对约束力的影响。此时利用静力学中的静力平衡条件就能很容易求解支承约束力。

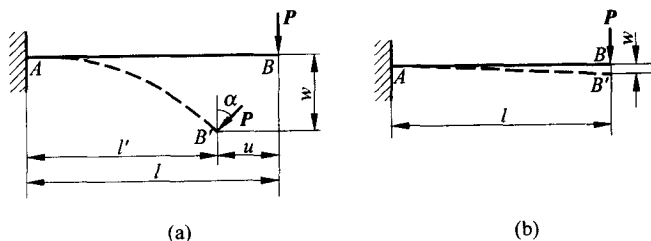


图 1-1

除非有特别说明,本课程只研究小变形问题。

4. 构件的几何模型

1) 杆件

长度远大于横向尺寸的构件称杆件。几何要素为横截面与轴线,如图 1-2(a)。

2) 板、壳

厚度方向的尺寸远小于其他两个方向尺寸的构件,包括板和壳,如图 1-2(b)、(c)。

3) 块体

长、宽、高三个方向尺寸为同一量级的构件称块体,如图 1-2(d)。

本书中“构件”通常是指杆件,如连杆、梁、轴等,一般不涉及 2)、3)类构件。

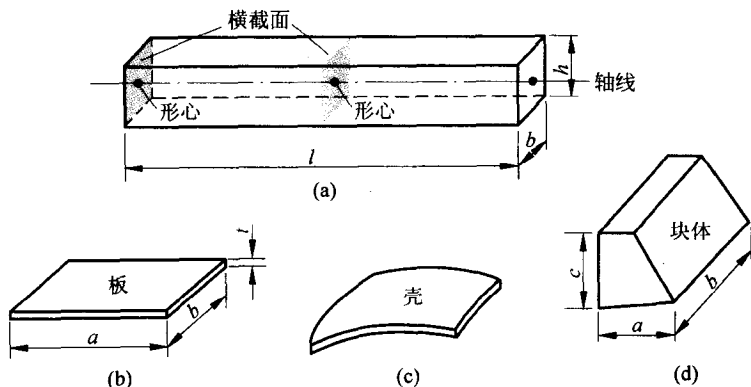


图 1-2

5. 内力、截面法

1) 内力

材料力学中的内力专指外力作用下材料因抵抗变形所引起的内力的变化量,也就是“附加内力”。

2) 截面法

它是暴露内力与求解内力的基本方法。如图 1-3 所示,其步骤为:

(1) 用假想截面将构件一截为二(见图(a));

(2) 选取其中一部分作为研究对象(图(b)),并将截面上连续分布于各质点上的微内力利用力系简化理论,在截面形心处等效为 6 个内力分量: 3 个力的分量,分别为轴力 N_x 、剪力 Q_y 、 Q_z ; 3 个力偶分量,其矩分别为扭矩 M_x (或 T)、弯矩 M_y 、 M_z ;

(3) 根据作用于研究对象上的外力与截面上的内力相平衡,分别由下列 6 个平衡条件求解 6 个内力分量

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \sum X, & T &= \sum m_x(F) \\ Q_y &= \sum Y, & M_y &= \sum m_y(F) \\ Q_z &= \sum Z, & M_z &= \sum m_z(F) \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

F 表示作用于研究对象上的所有外力; X, Y, Z 为 F 沿 x, y, z 轴的三个分量。

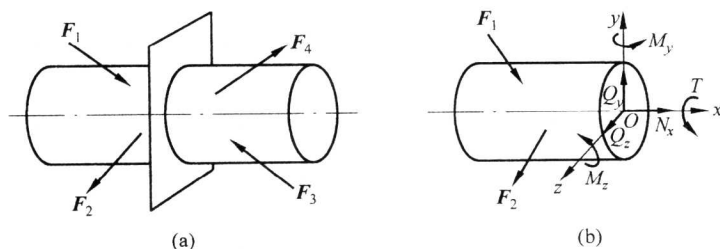


图 1-3

6. 杆件的基本变形形式

构件所受的外力可以是各式各样的,有时是很复杂的。材料力学根据构件的典型受力情况及其横截面上的内力分量,归纳出四种基本变形(受力)形式(图 1-4):

1) 拉伸或压缩

两端受一对轴向载荷作用,相应内力分量为轴力 N_x (图(a))。

2) 剪切

受一对相当靠近且垂直于杆件的剪切力作用,相应内力分量为剪力 Q (图(b))。

3) 扭转

两端面上受一对绕杆轴的力偶作用,相应内力分量为扭矩 T (图(c))。

4) 弯曲

受垂直于杆轴的横向载荷作用,主要内力分量为弯矩 M (图(d))。

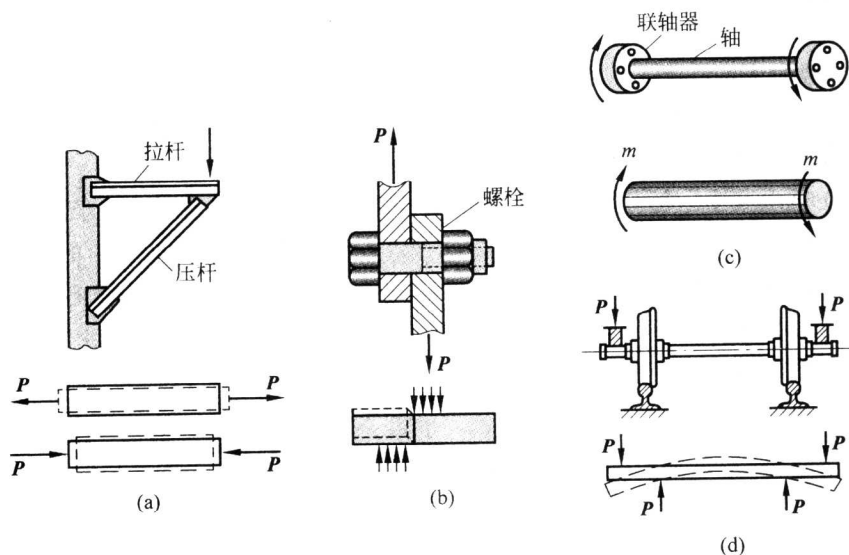


图 1-4

组合变形 更多的工程构件可简化为两种以上基本变形形式的组合,如拉伸与扭转的组合(内力分量为 N, T),弯曲与扭转的组合(内力分量为 M, T)等,称**组合变形形式**。

7. 圣维南原理

一般工程构件两端并非直接承受轴向力,而是作用着与两端连接方式相应的分布力,轴向力只是它们的静力等效合力。如图 1-5 所示活塞杆与连杆。圣维南原理指出:如将作用于构件上某一小区域内的外力系用一静力等效力系来代替,则这种代替对构件内的力学响应(如应力、变形等)的影响只限于离原受力小区域很近的范围内。这一原理得到实验与实际计算的证实。对于杆件,这一范围大约相当于横向尺寸的 $1 \sim 1.5$ 倍,其有效计算长度为图示的 l 。

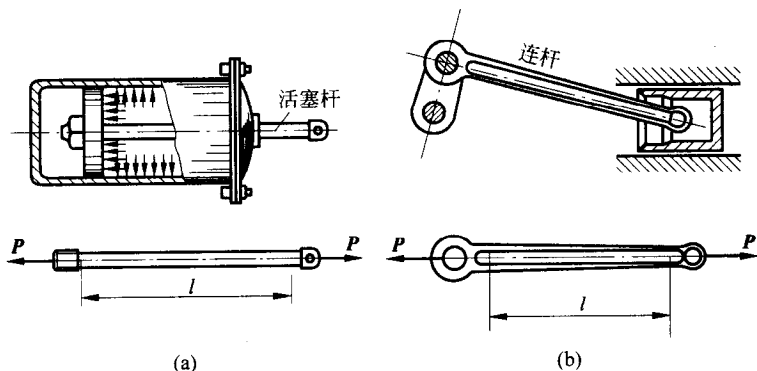


图 1-5

8. 应力集中问题

基本变形形式的力学模型均为等截面直杆,但由于结构、工艺上的需要,实际构件往往有局部开孔、切口、挖槽、螺纹或台阶等。当等截面构件的局部发生几何形状突变时,该局部的应力将受到干扰,应力剧增,而稍离此突变部位,应力又很快恢复“正常”(平稳下来),此现象称**应力集中**。

应力集中峰值与名义应力 图 1-6(a)所示为等截面板条中间开一小孔后受拉伸载荷作用的情况,孔边局部区域出现应力集中。这时孔边轴向正**应力峰值** $\sigma_{\max}$ 大大超过削弱面上的**名义应力** σ_0 (图 1-6(b)), 更大于远离小孔的趋于平衡状态的均布正应力 σ 。其中远离削弱面的理论应力

$$\sigma = \frac{P}{tb} \quad (1-2a)$$

式中 t 为板条厚度。削弱面上的**名义应力**

$$\sigma_0 = \frac{P}{t(b-d)} \quad (1-2b)$$

定义理论应力集中系数为

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_0} \quad \text{或} \quad K'_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma} \quad (1-2c)$$

K_t 或 K'_t 可从有关设计手册中查到,由此不难算得应力峰值 $\sigma_{\max}$ 。本例中,当 $d \ll b$ 时, $K_t = K'_t = 3$ 。

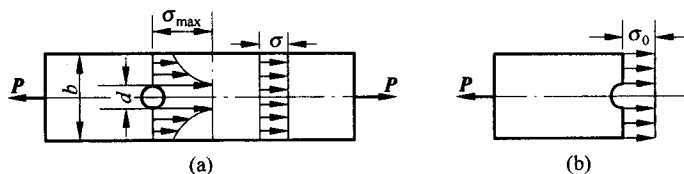
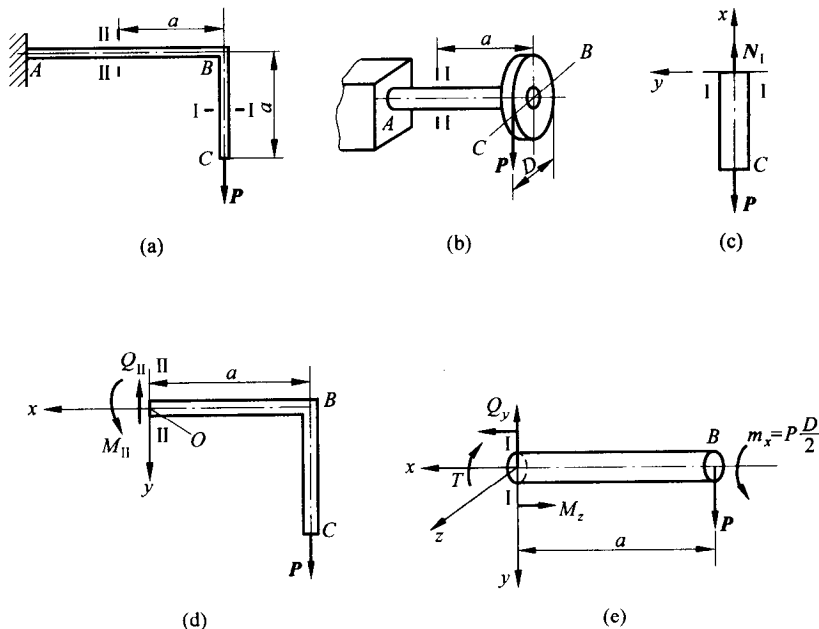


图 1-6

除非特别指明要通过专门的应力集中分析计算评估构件及材料的脆性倾向,本课程一般均按传统方法处理,即对有应力集中的构件只计算局部的名义应力,再根据强度条件进行强度计算。详细说明见“拉伸与压缩”,“疲劳问题”等章(第2章和第14章)。

1.2 典型例题讲解

例 1-1 试求图(a)、图(b)所示杆件中指定截面上内力分量,并指出相应的变形形式。



例 1-1 图

解 (a) 此为拐角成 90° 的折杆。如图(c)所示, BC 段 C 处沿杆轴 x 作用有载荷 P 。假想作横截面 I-I 将折杆一分为二。用内力分量 N_I 代替上部对下部的作用力。取下部分为研究对象, 由轴线方向平衡条件求轴力

$$\sum X = N_I - P = 0, \quad N_I = P \quad (\text{拉伸})$$

假想作 AB 段杆的横截面 II-II 如图(d)所示。取右段为研究对象。截面上有内力分量 Q_{II}, M_{II} 。由平衡条件求剪力与弯矩

$$\sum Y = Q_{II} - P = 0, \quad Q_{II} = P$$

$$\sum m_O(F) = M_{II} - Pa = 0, \quad M_{II} = Pa \quad (\text{弯曲})$$

(b) 作用于轮上 C 处的铅垂力 P 对 AB 轴的作用可以根据力的平移原理用作用于 B 处的力 P 与力偶 m_x 来等效代替(图(e)), 则 I-I 截面上的内力分量 Q_y (剪力)、 M_z (弯矩)、 T (扭矩)可由下列平衡条件分别求得

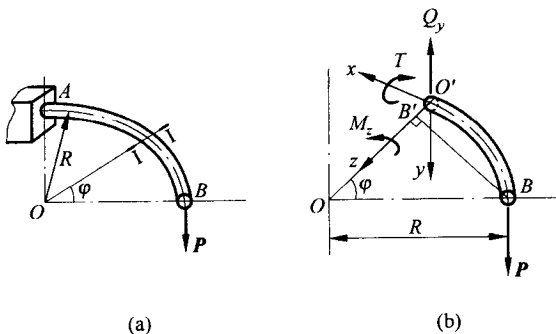
$$\sum Y = Q_y - P = 0, \quad Q_y = P$$

$$\sum m_z(F) = M_z - Pa = 0, \quad M_z = Pa \quad (\text{弯曲})$$

$$\sum m_x(F) = T - m_x = 0, \quad T = P \frac{D}{2} \quad (\text{扭转})$$

此为组合变形问题。

* 例 1-2 图(a)所示为轴线成 $1/4$ 圆弧(半径为 R)的圆截面曲杆。试写出横截面 I-I 上内力分量随圆心角 φ 的变化函数, 并确定其最大值。已知 A 端固定, 自由端 B 处作用有垂直于曲杆平面的力 P 。



例 1-2 图

解 截取研究对象如图(b)所示。设截面外法线方向为 x 轴, 而 y, z 轴在横截面上。截面上有内力分量: 剪力 Q_y 、弯矩 M_z 、扭矩 T 。现用静力平衡条件求解。

$$\sum Y = Q_y - P = 0, \quad Q_y = P$$

$$\sum m_z(F) = M_z - P |BB'| = 0, \quad M_z = PR \sin \varphi \quad (\text{弯曲})$$

$$\sum m_x(F) = T - P(R - |OB'|) = 0, \quad T = PR(1 - \cos \varphi) \quad (\text{扭转})$$

此为弯扭组合变形问题。

当 $\varphi=90^\circ$ (即固定端 A 处) 时有

$$M_{z,\max} = PR, \quad T_{\max} = PR$$

讨论:

- 1) 求内力的基本方法是截面法, 步骤为:
 - (1) 截开——在欲求内力处假想用横截面将构件一截为二;
 - (2) 选取——选取其中之一作为研究对象;
 - (3) 代替——在截面上用相应内力(分量)代替另一部分对该研究对象的作用力;
 - (4) 平衡——对研究对象建立相应平衡条件, 从而由作用于研究对象上的外力确定未知内力(分量)。

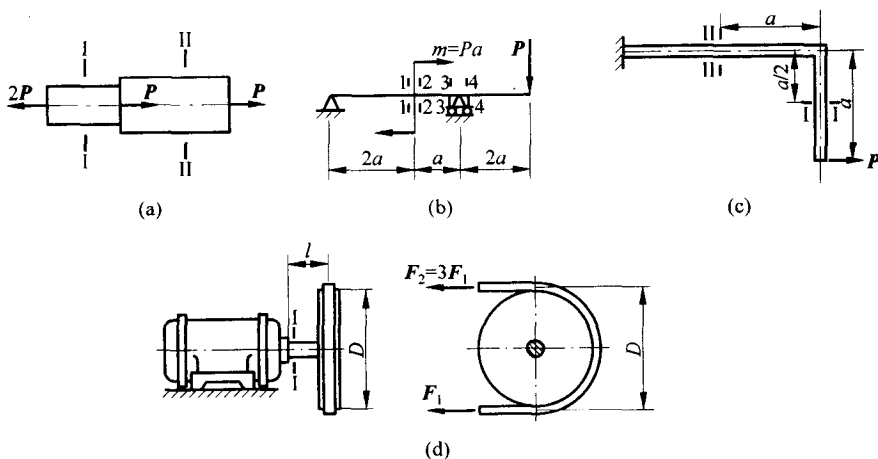
2) 横截面是指垂直于杆轴的截面。一般规定 x 轴通过截面形心指向外法线方向, 而 y, z 轴在截面内。这样, 不管是直杆, 折杆还是曲杆, N_x 均为轴力, M_x (或 T) 均为扭矩, Q_y, Q_z 均为剪力, M_y, M_z 均为弯矩。

3) 每一受力构件不一定都具有 6 个内力分量, 视具体受力与构件形状不同而不同(见例 1-1、例 1-2), 因而在求解内力时也只需选用相应“有用”的平衡条件。

有关内力的进一步讨论可见各有关章节。

1.3 自练习题选编

题 1-1 试求下列杆件中指定截面上内力分量, 并指出相应的变形形式。



题 1-1 图

答：各截面上内力分量的方向从略，仅记大小。

(a) $N_I = 2P$ (拉伸), $N_{II} = P$ (拉伸);

(b) $Q_1 = P$, $M_1 = 2Pa$;

$Q_2 = P$, $M_2 = Pa$;

$Q_3 = P$, $M_3 = 2Pa$; (弯曲)

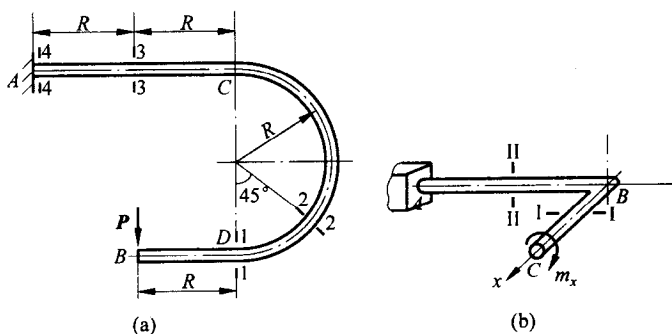
$Q_4 = P$, $M_4 = 2Pa$ 。

(c) $Q_I = P$, $M_I = \frac{1}{2}Pa$; (弯曲)

$N_{II} = P$, $M_{II} = Pa$ 。(拉伸+弯曲)

(d) $Q_I = 4F_1$, $M_I = 4F_1l$, $T = F_1D$ 。(弯曲+扭转)

题 1-2 试求图示杆件指定截面上内力分量，并指出相应的变形形式。



题 1-2 图

答：(a) $Q_1 = P$, $M_1 = PR$, (BD 段：弯曲)；

$N_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}P$, $Q_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}P$, $M_2 = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)PR$, (DC 段：拉+弯)；

$Q_3 = P$;

$Q_4 = P$, $M_4 = PR$ (AC 段：弯曲)。

(b) $T_I = m_x$ (扭转); $M_{II} = m_x$ (弯曲)

1.4 自测试题选编 (见各章“内力”部分)

第 2 章

拉伸与压缩

2.1 基本理论与方法

(轴向)拉伸与(轴向)压缩是简单而又重要的基本变形形式。本章的压杆限于短杆,它不会产生弯曲变形。

1. 应力、应变与强度问题

1) 轴力

轴力是通过杆件横截面形心且垂直于横截面作用的内力(图 2-1)。规定拉为正,压为负。

求轴力的基本方法是截面法(见第 1 章及本章例题)。轴力单位是 N(牛[顿])。

· 轴力图 当载荷较多或变化较复杂时,为更好地分析危险面或计算轴向变形,

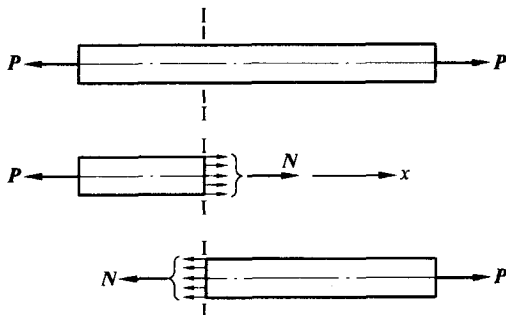


图 2-1