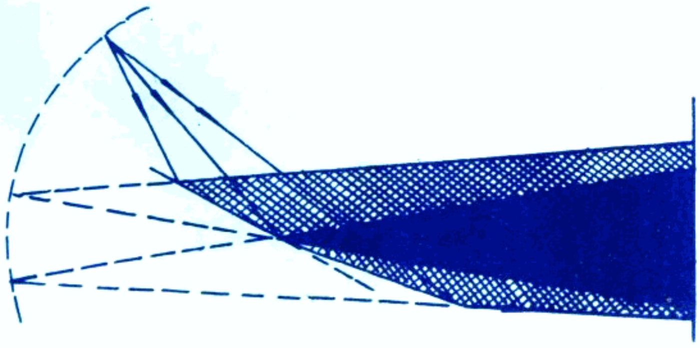
# 大学物理学

潘建斌　赵安庆　主编



成都科技大学出版社

# 大学物理学

潘建斌　赵安庆　主编

成都科技大学出版社

(川)新登字 015 号

责任编辑　黄亚萍　周树琴

封面设计　孟章良

## 内容提要

本书是根据 1995 年修订的“高等院校工科物理教学大纲”，并结合农林院校教学内容编写的。包括力学、振动与波、分子物理学与热力学、电磁学、光学及物理新技术。讲授课时为 70～80 学时，可作为高等农林院校工科各专业教材，也可作为农林科技人员参考书籍。

大学物理学

潘建斌　赵安庆　主编

成都科技大学出版社出版发行

中科院光电所印刷厂印刷

开本：787×1092　1/16　印张：16

1997 年 8 月第 1 版　1997 年 8 月第 1 次印刷

印数：1—3000 册　字数：388 千字

ISBN7-5616-3525-7/O・272

定价：16.00 元

# 大学物理学

主　编：潘建斌　赵安庆

副主编：陈志伟　冯潮岭　杨志敏

　　　　肖建军　袁志华　张友俊

编　委：董启莲　李世明　潘建斌

　　　　赵安庆　陈志伟　冯潮岭

　　　　杨志敏　肖建军　袁志华

　　　　张友俊

# 前　言

本书是根据1995年修订的“高等院校工科物理教学大纲”，结合农林院校教学内容编写的，可作为高等农林院校工科各专业教材（讲授课时为70～80学时），也可作为农林科技人员参考书籍。本书注重对物理学的基本概念、基本原理、基本规律的阐述，保持物理学自身的系统性，又注意到农林院校工科各专业的实际需要，对有关内容作了必要的增减，突出振动与波、分子物理学与热力学、电磁学、光学等内容，并对物理新技术在农林科技中的应用作了适当介绍。为学习专业知识和近代科学技术打下必要的物理基础。

本书由河南农业大学、郑州粮食学院、郑州教育学院、河南广播电视大学等院校联合编写。参加编写的人员有：肖建军（第一章）、袁志华（第二章）、陈志伟（第三章）、赵安庆（第四章）、潘建斌（第五章）、李世明（第六章和第二章习题）、张友俊（第七章）、杨志敏（第八章）、冯潮岭（第九章和第五章的§5-7、§5-8）、董启莲（第十章和第四章的§4-8）。

由于我们水平有限，加之时间仓促，书中一定存在不少错误和不妥之处，恳请读者批评指正。

编　者

1997.3

# 目　　录

# 第一章　力　学

力学是研究物体机械运动的规律及其应用的学科。物体之间或同一物体各部分之间位置的相对变化，称为机械运动。机械运动又简称为运动。

力学通常分为运动学、动力学和静力学。运动学研究物体位置随时间变化的规律，但不涉及变化发生的原因；动力学研究物体的运动和运动物体间相互作用的联系，从而阐明物体运动状态发生变化的原因；静力学研究物体相互作用时的平衡问题。

## §1-1　质点的运动

宇宙中的物体总是处于永恒的运动中。为了研究某物体的运动，必须选择另外某个物体作为参照物。被选作参照的物体，称为参照系。为了定量地描述物体的位置及其变化，还要在所选择的参照物上规定一个坐标系。一般最常用的是直角坐标系。

### 一、质点　位置矢量

1. 质点　质点是具有一定质量而几何尺寸或形状可以忽略不计的物体。或者说，它是一个具有质量的点（与几何点相区别，又称它为物理点）。它是力学中的简化模型，保留了实际物体的两个主要特征：物体的质量和物体空间位置。在如下情况可以把物体当作质点对待。

（1）物体作平动。这时，物体内各点具有相似的轨道，相同的速度和加速度。因而，只要研究其中一点的轨道、速度和加速度，就足以认识平动物体的全貌。据此，可以把平动物体简化为质点。

（2）物体的几何尺寸比观察它运动的范围小许多，其形状和大小可以忽略。这时，也可把此物体看作质点。

2. 位置矢量　为了描述质点的运动，首先要有确定质点位置的方法。图 1-1 中，从坐标原点 $O$ 画一个指向 $P$ 点的有向线段$\vec{OP}$。此有向线段的长度指出 $P$ 点到原点 $O$ 的距离，其箭头指出 $P$ 点相对于 $O$ 点的方向。这种用来确定质点所在位置的矢量，称为位置矢量，简称位矢，用 $\mathbf{r}$ 表示。

3. 位置矢量的直角坐标表示　如果质点在空间运动，确定它的坐标可用空间直角坐标系。图 1-1 画出空间直角坐标系，它有三个互相垂直的坐标轴 $OX$、$OY$ 和 $OZ$。质点 $P$ 在三个坐标轴上的投影点的坐标分别为 $X$、$Y$ 和 $Z$。于是，位置矢量 $\mathbf{r}$ 的直角坐标形式为

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \tag{1-1}$$

式中 $\mathbf{i}$，$\mathbf{j}$，$\mathbf{k}$ 为坐标轴 $OX$、$OY$ 和 $OZ$ 正方向的单位矢量。

4. 运动学方程　如果图 1-1 中的质点 $P$ 在运动，那么，它的位置矢量 $\mathbf{r}$ 将随时间变化。也就是说，位置矢量 $\mathbf{r}$ 是时间 $t$ 的函数

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \tag{1-2}$$

位置矢量 $\mathbf{r}$ 随时间 $t$ 变化的函数式称为质点的运动学方程。很明显，这时，质点的坐标 $x$、$y$ 和 $z$ 也是时间 $t$ 的函数

$$\left.\begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{aligned}\right\} \tag{1-3}$$

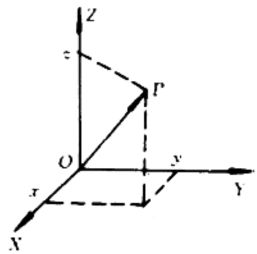


图 1-1　位置矢量

上式称为质点运动学方程的直角坐标分量式。它表示，质点在空间的运动。$\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)$ 可以看作是质点在 $x$、$y$ 和 $z$ 轴上同时参与三个直线运动 $x=x(t)$、$y=y(t)$ 和 $z=z(t)$。式(1-3)中的三个直线运动称为式(1-2)所表示的质点运动在三个坐标轴上的分运动。

## 二、位移　路程

1. 位移　质点从位置 $A$ 沿一曲线移动到位置 $B$，如图 1-3 所示，用从 $A$ 指向 $B$ 的矢量 $\Delta\mathbf{r}$ 表示质点位置的移动。把 $\Delta\mathbf{r}$ 称为这段时间内的位移。位移是描述一段时间内质点位置变更的物理量。它同时指出质点位置变更的距离和方向。它只和始、末两位置有关，与轨道曲线无关。

从 $A$ 到 $B$ 的位置等于质点在 $B$(末位置)的位置矢量 $\mathbf{r}_B$ 和质点在 $A$(初位置)的位置矢量 $\mathbf{r}_A$ 之差

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A \tag{1-4}$$

在直角坐示系中，位移

$$\Delta\mathbf{r} = \Delta x\mathbf{i} + \Delta y\mathbf{j} \tag{1-5}$$

式中

$$\left.\begin{aligned} \Delta x &= x_B - x_A \\ \Delta y &= y_B - y_A \end{aligned}\right\} \tag{1-6}$$

是同一段时间内质点坐标的增量。

2. 路程　图 1-2 中，质点从 $A$ 到 $B$ 走过的路程是质点沿轨道曲线从 $A$ 到 $B$ 经历的长度。路程是恒为正值的标量。随着时间增加，路程跟着增加。即路程是正的增函数。通常，用符号 $\Delta s$ 或 $s$ 表示路程。

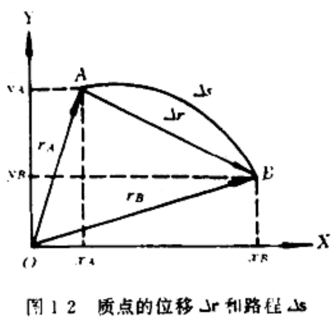


图 1-2　质点的位移 $\Delta\mathbf{r}$ 和路程 $\Delta s$

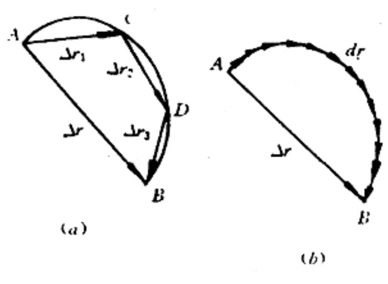


图 1-3　总位移等于各分段位移的矢量和

3. 无穷小位移　图 1-3($a$)画出某质点所经历的一段轨道的曲线。$t$、$t_1$、$t_2$、$t_3$ 各时刻质

点分别位于 $A$、$C$、$D$、$B$ 各点。$t \sim t_1$、$t_1 \sim t_2$、$t_2 \sim t_3$ 三段时间内质点的位移分别是 $\Delta\mathbf{r}_1$、$\Delta\mathbf{r}_2$ 和 $\Delta\mathbf{r}_3$。由图可知，$t \sim t_3$ 时间内的位移

$$\Delta\mathbf{r} = \Delta\mathbf{r}_1 + \Delta\mathbf{r}_2 + \Delta\mathbf{r}_3 \tag{1-7}$$

上式指出，总位移等于各分段位移的矢量和。

如果把 $t \sim t_3$ 这一段时间细分为无穷多段时间间隔，就得到无穷多个无穷小位移。用符号 $d\mathbf{r}$ 表示无穷小位移。它的大小是无穷小量，它的方向是沿轨道的切线指向质点前进的方向。如图 1-4($b$)所示。从图中还可以看出，这些无穷小位移的矢量和仍然是 $\Delta\mathbf{r}$。

在 $dt$ 时间内的位移 $d\mathbf{r}$ 是无穷小矢量，对应的路程是无穷小标量。用符号 $ds$ 表示无穷小路程，图 1-4($b$)表明

$$|d\mathbf{r}| = ds \tag{1-8}$$

上式指出，在无穷小时间内，位移的大小 $|d\mathbf{r}|$ 等于对应的路程 $ds$。

### 三、速度　速率

1. 平均速度和平均速率　图 1-4 中，设 $t$ 时刻，质点在 $A$ 处，$t+\Delta t$ 时刻运动到 $B$ 点。$\Delta t$ 时间内，从 $A$ 到 $B$ 质点的位移是 $\Delta\mathbf{r}$，经历的路程是 $\Delta s$。

当 $\Delta\mathbf{r}$ 一定时，如果 $\Delta t$ 越小，质点从 $A$ 到 $B$ 的变化越快；如果 $\Delta t$ 较大，则从 $A$ 到 $B$ 的变化较慢。为了描述 $\Delta t$ 时间内单位时间位置的变化，引入平均速度的概念。把 $\Delta\mathbf{r}$ 与 $\Delta t$ 之比称为 $\Delta t$ 时间内质点的平均速度，用符号 $\bar{\mathbf{v}}$ 表示

(1-9)

平均速度是矢量，它的方向与位移 $\Delta\mathbf{r}$ 的方向相同。

与此相似，为了描述 $\Delta t$ 时间内单位时间质点走过的路程，引入平均速率的概念。把路程 $AB$ 与对应时间 $\Delta t$ 之比称为 $\Delta t$ 时间内质点的平均速率，用符号 $\bar{v}$ 表示

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1-10}$$

平均速率是标量，恒为正值。

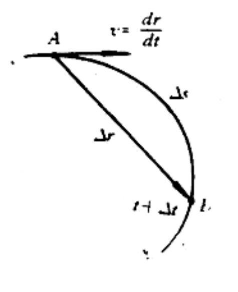



图 1-4　平均速度是 $\bar{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$，速度是 $v = \frac{dr}{dt}$

平均速度和平均速率不仅与所讨论的起始时刻 $t$ 有关，而且与经过的时间 $\Delta t$ 长短有关。显然，用它们描述质点的运动是粗糙的。

2. 瞬时速度和瞬时速率　当时间 $\Delta t$ 取得越小，平均速度和平均速率对质点运动的描述就越精确。如果令 $\Delta t \to 0$，则 $t+\Delta t \to t$，于是，得到平均速度的极限 $\frac{ds}{dt}$。

把 $\Delta t \to 0$ 时平均速度的极限 $\frac{d\mathbf{r}}{dt}$ 称为质点在 $t$ 时刻的瞬时速度，简称速度，用符号 $\mathbf{v}$ 表示

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \tag{1-11}$$

速度是描述运动质点在某一瞬时位置变化率的物理量。式(1-11)表明，速度 $\mathbf{v}$ 与 $d\mathbf{r}$ 同方向，是沿轨道的切线指向质点前进的方向。

把 $\Delta t \to 0$ 时平均速率的极限 $\frac{ds}{dt}$ 称为质点在 $t$ 时刻的瞬时速率，简称速率，用符号 $v$ 表示。

$$v = \frac{ds}{dt} \tag{1-12}$$

速率是描述质点在某一瞬时运动快慢的物理量，它恒为正值。

由式(1-5)，$|dr| = ds$，可得 $\left|\frac{dr}{dt}\right| = \frac{ds}{dt}$，即

$$|\mathbf{v}| = v \tag{1-13}$$

上式指出，在任一时刻，质点速度的大小与速率相等。

综上所述，质点运动时，其速度的方向是沿轨道切线指向质点前进的方向，而速度的大小与速率相等。

3. 直角坐标系中的速度　直角坐标系中质点的运动学方程是

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j}$$

利用速度定义式(1-11)，得

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} \tag{1-14}$$

用符号 $v_x$ 和 $v_y$ 表示 $\frac{dx}{dt}$ 和 $\frac{dy}{dt}$，得速度在直角坐标系中的分量式

$$\left.\begin{aligned} v_x &= \frac{dx}{dt} \\ v_y &= \frac{dy}{dt} \end{aligned}\right\} \tag{1-15}$$

如果已知 $v_x$ 和 $v_y$，可求得速度的大小(速率)

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \tag{1-16}$$

和方向(用速度 $\mathbf{v}$ 与 $OX$ 轴正方向的夹角 $\alpha$ 表示)

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_y}{v_x} \tag{1-17}$$

在 SI 中，速度的单位是米每秒，符号为 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$。

例 1-1　一质点作直线运动，其运动学方程是

$$x = 1 + 2t - t^2 \qquad ①$$

求质点的(1)速度公式；(2)速率公式。

解 （1）对式①求导数，得此质点的速度公式

$$v_x = 2 - 2t \tag{②}$$

（2）上式指出，此质点作变速运动，而且，$t<1s$，速度 $v_x>0$，质点沿 $X$ 轴正方向运动；$t>1s$，速度 $v_x<0$，质点沿 $X$ 轴负方向运动。所以，此质点的速率公式是

$$v = |\mathbf{v}_x| = \begin{cases} 2 - 2t & (t < 1s) \\ 2t - 2 & (t > 1s) \end{cases}$$

## 四、加速度

1. 瞬时加速度 图 1-5 中，质点作曲线运动。$t$ 时刻，质点位于 $A$ 点，速度为 $\mathbf{v}_A$；在 $t+\Delta t$ 时刻，质点位于 $B$ 点，速度为 $\mathbf{v}_B$。则 $\Delta\mathbf{v}=\mathbf{v}_B-\mathbf{v}_A$ 是 $\Delta t$ 时间内质点速度的增量。把 $\Delta\mathbf{v}$ 与 $\Delta t$ 之比称为质点在这段时间的平均加速度，用符号 $\bar{\mathbf{a}}$ 表示

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}$$

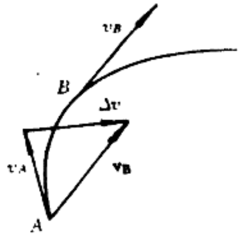



图 1-5 速度的增量 $\Delta\mathbf{v}$

当 $\Delta t\to0$ 时平均加速度的极限 $\frac{d\mathbf{v}}{dt}$，被称为质点在 $t$ 时刻的**瞬时加速度**，简称为加速度，用符号 $\mathbf{a}$ 表示

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \tag{1-18}$$

加速度是矢量。它是描述运动质点的速度的大小和方向随时间变化的物理量。

2. 直角坐标系中的加速度 将式(1-11$a$)、(1-11$b$)代入加速度式(1-13)，得直角坐标系中加速度的表示式

$$\mathbf{a} = \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j} = \frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j} \tag{1-19}$$

用符号 $a_x$ 和 $a_y$ 表示 $X$ 轴和 $Y$ 轴方向的加速度分量，则

$$\left.\begin{aligned} a_x &= \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \\ a_y &= \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} \end{aligned}\right\} \tag{1-20}$$

如果已知 $a_x$ 和 $a_y$，可求得加速度的大小

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \tag{1-21}$$

和方向（用 $a$ 与 $X$ 轴正方向的夹角 $\alpha$ 表示）

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{a_y}{a_x} \tag{1-22}$$

在 SI 中，加速度的单位是米每二次方秒，符号为 $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$。

3. 法向加速度和切向加速度 加速度矢量除了象上述那样按直角坐标系分解外，还可以按质点运动轨道的法线方向和切线方向分解。

如图 1-6 所示，一质点在圆轨道上运动到 $A$ 点。在 $A$ 点沿圆的切线作一坐标轴 $AT$，设逆时针方向取为正方向，称为切向坐标轴；再沿半径方向指向圆心作坐标轴 $AV$，称为

法向坐标轴。圆周上每一点都有自己的切向坐标轴和法向坐标轴。

中学物理已经指出，作匀速圆周运动的质点，由于速度方向的变化，其加速度的大小等于$\frac{V^2}{R}$，方向指向圆心，即沿法向坐标轴的正方向，称为向心加速度，用符号 $a_n$ 表示

$$a_n = \frac{V^2}{R} \tag{1-23}$$

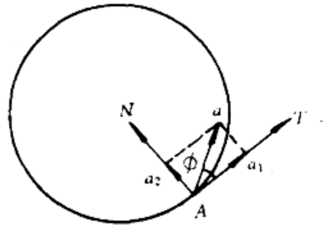



图1-6　圆周上每一点都有自己的切向坐标轴和法向坐标轴

向心加速度又称为法向加速度。

如果质点作变速圆周运动，除了上述法向加速度外，还应有描述质点速率变化的加速度。可以证明，这个加速度是沿切线方向，即在切线坐标轴上；其大小等于质点速率 $V$ 对时间 $t$ 的导数$\frac{dv}{dt}$，称为切向加速度。用符号 $a_\tau$ 表示

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} \tag{1-24}$$

法向加速度描述质点的速度方向对时间的变化率；切向加速度描述质点的速度大小对时间的变化率。法向加速度 $a_n$ 和切向加速度 $a_\tau$ 互相垂直，它们是加速度 **a** 的两个分量。用它们可求得加速度 **a** 的大小

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \tag{1-25}$$

和方向（用 $a$ 与速度 $v$ 之间的夹角 $\varphi$ 表示）

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{a_n}{a_\tau} \tag{1-26}$$

质点作一般曲线运动时，速度的大小在变化，方向也在变化。其加速度 **a** 也可分解为切向加速度 $a_\tau$ 和法向加速度 $a_n$。质点作直线运动时，速度的方向没有侧向变化，因而没有法向加速度，或者说，其法向加速度等于零。

例 1-2　已知质点的运动学方程是

$$\left.\begin{aligned} x &= R\cos\omega t \\ y &= R\sin\omega t \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

其中 $R$ 和 $W$ 是两个常量。求速度和加速度。

解　此质点在 $XOY$ 平面上运动，将式(1)中两式分别平方后相加，得

$$x^2 + y^2 = R^2 \tag{2}$$

这是以原点 $O$ 为圆心、$R$ 为半径的圆方程。质点沿此圆轨道运动，式(2)称为此质点的轨道方程。质点的速度在直角坐标系的分量是

$$\left.\begin{aligned} v_x &= \frac{dx}{dt} = -R\omega\sin\omega t \\ v_y &= \frac{dy}{dt} = R\omega\cos\omega t \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

速度的大小　$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=R\omega$　　(4)

所以，法向加速度

$$a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2 \tag{5}$$

而切向加速度

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = 0 \tag{6}$$

## §1-2　功和能

功和能是物理学中两个十分重要的概念。人类很早就使用了诸如杠杆、轮轴和斜面一类的简单机械。上述简单机械可以省力，但是施力的距离必须延长，方能达到与不使用这些机械时的同样的效果，由此认识到省力不省功的道理。人们通过实践、总结和分析，在力学中对功作了科学的定义。并且，进一步总结出功能转换关系。

### 一、变力的功

1. 直线运动中恒力的功　中学物理对功的定义是

$$A = FS\cos\alpha \tag{1-27}$$

上式中，力 $F$ 的大小和方向不变，$S$ 是受该力作用的质点沿直线运动的位移，$\alpha$ 是力 $F$ 和位移 $S$ 之间的夹角。这是直线运动中恒力的功。用上一章介绍的位移符号 $\Delta\mathbf{r}$。则有 $|\Delta\mathbf{r}| = S$。可把式(1-27)改写为矢量的标识形式。

$$A = F|\Delta\mathbf{r}|\cos\alpha = \mathbf{F}\cdot\Delta\mathbf{r} \tag{1-28}$$

功的单位是焦，符号为 J。

2. 变力的功　许多情况下，质点是沿曲线轨道运动的，作用于质点的力 $F$ 是变力。计算变力 $F$ 在曲线运动中所作的功，可按下面两步进行：

第一步，设想把轨道曲线分割成许多无穷小段。图 1-7 中画出从位置 $\mathbf{r}$ 到位置 $\mathbf{r}+d\mathbf{r}$ 一段 $d\mathbf{r}$。$d\mathbf{r}$ 是无穷小位移，又称位移元。位移元的长度是无穷小线段；在位移元 $d\mathbf{r}$ 上，力的大小和方向可看作不变。因此，位移元 $d\mathbf{r}$ 上力 $F$ 所作的功可以看作是恒力在无穷短直线段上所作的功。显然，可借助恒力作功的公式(1-27)和式(1-28)计算；用符号 $dA$ 表示或

$$dA = \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r} \tag{1-29}$$

$$dA = F\cos\alpha ds \tag{1-30}$$

称 $dA$ 为变力 $F$ 的元功。上式中，$ds$ 是 $d\mathbf{r}$ 的长度，称为路程元，$\alpha$ 是 $\mathbf{F}$ 和 $d\mathbf{r}$ 的夹角。

第二步，计算质点从 $A$ 运动到 $B$，变力 $F$ 所作的总功。这个有限过程中力 $F$ 所作的功等于所有无穷小段元功 $dA$ 之和。按照定积分求和的意义，可以用积分的方法求得总功。设用符号 $A$ 表示总功，则

$$A = \int_{AB}\mathbf{F}\cdot d\mathbf{r} \tag{1-31}$$

或

$$A = \int_{\widehat{AB}} F\cos\alpha ds \tag{1-32}$$

应该注意，上式表示沿曲线把各小段的元功相加。式(1-31)和式(1-32)中，积分符号的下标"$\widehat{AB}$"的意思是：沿轨道曲线从 $A$ 积分到 $B$。

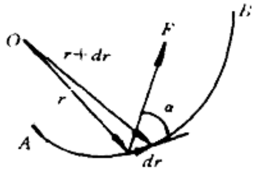



图 1-7　变力的功

例 1-3　弹簧一端固定于墙上，另一端系一物体。取弹簧自然状态（无形变的状态）时物体所在的位置为原点，弹簧伸长方向为 $OX$ 轴的正方向，如图 1-8 所示。拉伸或压缩弹簧时，作用于物体的弹性力是

$$f = -kx \tag{1-33}$$

式中 $k$ 是由弹簧性质决定的常量，称为弹簧的劲度。$x$ 是物体位置的坐标，它也是弹簧的伸长量（$x>0$ 时）或压缩量（$x<0$ 时）。负号表示作用于物体的弹性力恒指向平衡位置（原点）。计算物体从 $x_1$ 移动到 $x_2$ 加过程中弹力所作的功。

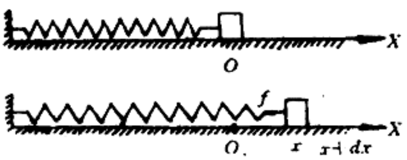



图 1-8　弹簧弹性力作功的计算

解　按题给坐标系，当物体位于如图示位置 $x$ 时，弹性力的方向指向坐标轴的负方向。设这时位移沿坐标轴正方向，$dx>0$。于是 $\alpha=\pi$，$\cos\alpha=-1$。由此可得位移为 $dx$ 时弹性力所作的元功

$$dA = -kxdx$$

从 $x_1$ 到 $x_2$，弹性力共作功

$$A = \int_{x_1}^{x_2}(-kx)dx = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right)$$

3. 功率　功的概念中没有时间因素。事实上，作同样大小的功，如果作用的时间越短，则单位时间内作功就越多。为了描述单位时间内所作的功，需要引入功率的概念。

设某力在 $\Delta t$ 时间内作功是 $\Delta A$，则此力在 $\Delta t$ 时间内的平均功率为

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

如果令 $\Delta t \to 0$，则把平均功率的极限 $\frac{dA}{dt}$ 称为瞬时功率，简称功率。用符号 $P$ 表示

$$P = \frac{dA}{dt} \tag{1-34}$$

在 SI 中，功率的单位是瓦，符号为 $w$。

质点位移为 $d\mathbf{r}$ 时，力 $\mathbf{F}$ 所作的元功为 $dA=\mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$。把此式代入式(1-34)，得力 $\mathbf{F}$ 的功率

$$P = \mathbf{F} \cdot V = FV\cos\alpha \tag{1-35}$$

上式指出，力 $\mathbf{F}$ 的即时功率等于力 $\mathbf{F}$ 在速度方向的分量和速度大小的乘积。

## 二、动能定理

下面分别介绍质点的动能定理和质点系的动能定理。

1. 质点的动能定理　中学物理指出，如果作用于质点的合力是恒力，那么，此恒力所作的功等于该质点动能的增量，即

$$\mathbf{F} \cdot \Delta\mathbf{r} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

如果质点作曲线运动，所受合力是变力，上述结论仍然正确，即，在一段有限路程上，合力对质点所作的功，在数量上等于质点动能的增量。用符号 $A$ 表示合力的功，则

$$A = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \tag{1-36}$$

上两式中的 $v_0$ 和 $v$ 分别表示该过程质点的初速率和末速率。式(1-36)表示的内容称为质点的动能定理。下面对它作简单证明。

如图 1-9 所示，质点在曲线轨道始端的速率为 $v_0$，在曲线轨道末端的速率为 $v$。质点沿曲线运动时，受到变力的作用。设想把曲线分为 $N$ 个小段。每段都足够小，以致各段上质点所受合力 $\mathbf{F}_1$、$\mathbf{F}_2$、…、$\mathbf{F}_N$ 都可看作是恒力，那么，对各小段，有

$$\mathbf{F}_1 \cdot \Delta\mathbf{r}_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\mathbf{F}_2 \cdot \Delta\mathbf{r}_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\mathbf{F}_{N-1} \cdot \Delta\mathbf{r}_{N-1} = \frac{1}{2}mv_{N-1}^2 - \frac{1}{2}mv_{N-2}^2$$

$$\mathbf{F}_N \cdot \Delta\mathbf{r}_n = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_{N-1}^2$$

上面各式中的 $v_1$、$v_2$、…、$v_{N-1}$ 是质点在各小段分界点的速率。将以上各式两边相加，并注意到总功等于各分段合力作功之和

$$A = \mathbf{F}_1 \cdot \Delta\mathbf{r}_1 + \mathbf{F}_2 \cdot \Delta\mathbf{r}_2 + \cdots + \mathbf{F}_N \cdot \Delta\mathbf{r}_N$$

则得到所需证明的结果

$$A = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

在 SI 中，能量与功具有相同的单位，用焦表示。

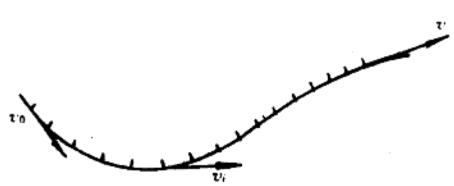



图 1-9　证明质点的动能定理