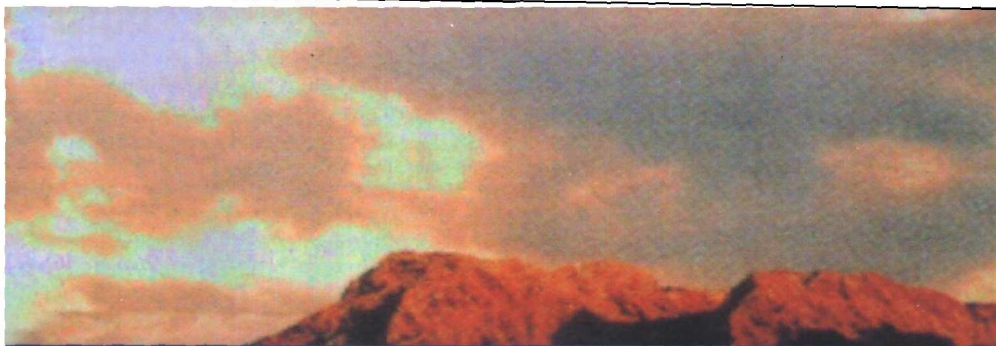




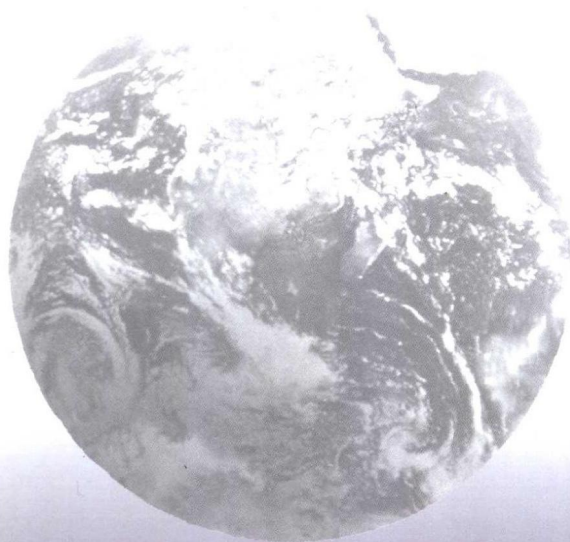
概 率 与 数 理 统 计

(修订版)

主审 汪振鹏 主编 缪铨生

Xinshiji Gaodeng Shifan Yuanxiao Jiaocai

新
世
纪
高
等
师
范
院
校
教
材



Jiaocai



新世纪高等师范院校教材

概 率 与 数 理 统 计

(修订版)

主 审:汪振鹏

主 编:缪铨生

编写人员(按姓氏笔划):

陈卓人 邹学潮 赵跃生 缪铨生

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率与数理统计/缪铨生主编. —2版(修订版)

上海:华东师范大学出版社, 2000.5

ISBN 7-5617-0450-X

I. 概... II. 缪... III. ①概率论-高等学校:师范
学校-教材②数理统计-高等学校:师范学校-教材 IV. 021

中国版本图书馆CIP数据核字(2000)第09254号

封面设计 高山

新世纪高等师范院校教材

概率与数理统计

(修订版)

缪铨生 主编

华东师范大学出版社出版

(上海中山北路3663号 邮政编码200062)

新华书店上海发行所发行

南京理工大学激光照排公司照排

宜兴德胜印刷有限公司印刷

开本850×1168 1/32 印张14.75 字数395千字

1997年6月第2版 2004年2月第10次印刷

印数:69 101—80 100

ISBN 7-5617-0450-X/N·019

定价:19.00元

出版说明

1986年,我社受国家教委有关部门的委托,根据国家教委师范司制订的《二年制师范专科学校八个专业教学计划》的要求,与全国各省、市、自治区教委合作,共同组织编写了全国高等师范专科学校教材20余种;同时与华东六省教委密切协作,编写了能反映华东地区师专教学和科研水平的、适应经济建设较为发达地区的师专教学需要的教材40余种。从此,师专拥有了比较符合自己培养规格、规律和教学要求而自成系统的教材。实践证明,师专教材建设对于提高师专教学水平,保证师专教学质量起到了重要作用。

近几年来,在邓小平理论的指引下,我国的教育事业取得了很大发展。国家教委根据《中国教育改革发展纲要》的要求,针对高等师范专科学校的教育特点,颁发了《高等师范专科教育二、三年制教学方案》,进一步明确了高等师范教育面向21世纪的发展目标和战略任务,以及教学内容和教学结构的改革要求。

自出版第一本师专教材以来,我社多年来分阶段地对师专教材的使用情况进行了跟踪分析,又于1995年开展了较为系统的全面调查。调查中,教师普遍反映,现有师专教材尚不同程度存在着与当前师专教学实际相脱节的现象;对各学科中的新发现、新理论、新成果,未能加以必要的反映,已跟不上当前社会、经济、科技等发展的新形势。考虑到师专从二年制向三年制发展的现状和趋势,我社于1996年初与华东六省教委有关部门一起,邀集全国48所师专代表专门研讨了师专教材建设问题,随即开展了部分教材的修订和新编工作。

1999年,我社又进行了更大范围的实地调查,发现不少地区已将对中学教师的培养提高到了本科水平,在专业设置、课程计

划、教学要求等方面都有变化。为此,我们对部分教材作了进一步的修订,使其能够适应新世纪的高等师范教学需要,同时也可用于中学教师的职后培训。

师范院校教材建设并不是一个孤立的系统,它必须服务于师范教育的总体规划。它已经历了从“无”到“有”的过程,并将逐步实现从“有”到“优”的目标。我们相信,通过各方面的努力,修订和新编的师范院校教材将充分体现基础与能力相结合,理论与实践相结合,当前与未来相结合的特色,日臻完善和成熟。

这次编写和修订工作得到了有关省市教委的大力支持,我们谨在此深表谢忱,并向为师范院校教材建设付出辛勤劳动的各地师范院校领导和所有参加编写、修订和审稿的专家、学者等致以衷心的感谢。

华东师范大学出版社

2000年1月

序 言

随着我国四化宏图的逐步实现,概率论与数理统计日益受到人们的重视.高等院校的许多专业先后把概率论与数理统计这门课程作为必修课或选修课而列入教学计划,高师的数学专业也不例外.我作为一个概率论与数理统计工作者,对此感到莫大的欣慰.然而美中不足的是常听到高师同行们的抱怨,说是这几年各出版社虽然推出了多种版本的概率论与数理统计教材,却没有一种是为高师数学专业的学生编写的,这给他们的教学工作带来了一定的困难,似有燃眉之急.在这种情况下,华东师范大学出版社送来了由缪铨生教授主编的高师数学专业用的《概率论与数理统计》教材的书稿.通读之下,觉得全书语言流畅,在高师数学专业二年级学生已有的数学基础上,把问题讲得较深、较透;各章节例题较为丰富,特别是含有较多的教育统计方面的例题,既结合高师特点,又使学生在今后的工作岗位上有用武之地.同时,编者对思考题、不同难度的习题均有细微的安排,使教材在各个教学环节中均能发挥其相应的作用,并有利于因材施教.

纵观全书,不失为一本有特色的好教材.在这里,我代编者恳切地盼望读者能惠于批评指正,今后把教材进一步修订得更理想.

拜读之后,写了以上感想,权为序.

汪振鹏

1996年10月

再版的话

本教材自1989年6月出版以来,已连续印刷八次,深受高师、教育学院等层次学校的欢迎。

许多读者来信认为这是一本深入浅出、联系实际、内容恰当、特色明显、适合高师教学的好教材。指出该教材有两个区别于其它同类教材的特点:一是各章节都有层次地安排了例题、思考题和习题(A)组、(B)组,便于学生学习和复习;二是在数理统计部分渗入了教育统计和教育测量的内容,利于学生今后的工作,体现了学用一致的精神。读者来信也提出了不少宝贵的意见,归纳起来主要有:印刷错误较多,这同一本受欢迎的教材是很不相称的;教材内容对72学时是适宜的,但对60学时而言显得偏多,很难在规定学时授完;缺少(A)组题的答案,学生完成练习后无法检查自己的结果。

基于上述情况,根据1995年1月华东地区师范院校教材建设研讨会的精神,我们利用教材再版之际,在保持原教材已有内容、风格的基础上,对原教材作了如下的修订:(1)纠正原教材的印刷错误;(2)个别地方的内容稍有增减,如第一章增加反映“盒壁原理”这一重要组合思想的“占位问题”,第二章删去了不常用的 Γ 分布,第九章删去多元部分的内容,并把第八、第九两章合并为一章;(3)少数定理的叙述和证明略有变动,使这部分内容在数学分析范围内更为严谨;(4)扩大了打“*”号的范围,这些并不影响阐明基本概念和基础理论;(5)补充了习题(A)组的答案与提示。我们希望本教材经此修订后会有所增色,同时对教学学时数为60学时而言,略去打“*”号内容,相信会顺利地完成任务。

本教材的修订是在缪铨生教授(镇江师专)主持下进行的.参与这项工作的有缪铨生、陈卓人和赵跃生,并由缪铨生负责概率论部分的修订,赵跃生负责数理统计部分的修订和习题(A)组的答案与提示.

限于编者水平,经修订后的教材难免还会存在缺点、错误,敬希读者批评指正.

借此机会,请允许我们向始终关心、支持本教材的所有同志表示衷心的感谢.

编者

1996年10月

本社出版的高等师范院校教材

教育学(修订本)	邵宗杰
心理学(修订本)	韩永昌
中国古代文学(上下)	徐季子
现代汉语(修订版)	徐青
古代汉语(修订版)	周本淳
写作	杨为珍
文学概论	叶凤沅
中国新文学(上下)	傅子玖
世界古代史	田德全
中国现代史(修订版)	贾宗荣
中国近代史(修订版)	郭孝义
中国共产党历史教程(修订本)	蒋绍楮
中学数学教材教法(一)(修订本)	赵振威等
中学数学教材教法(二)(修订本)	赵振威等
中学数学教材教法(三)(修订本)	赵振威等
概率与数理统计(修订版)	缪铨生
普通物理学(修订版)	汪昭义
原子物理学(修订版)	周绍森等
土壤地理与生物地理	陈炳涛
生物化学	张子健
热学(修订版)	詹佑邦
水文与地貌	周泽松
地质学基础	邱光锡
电磁学	郑庆升
数学分析	纪乐纲
新编国际共产主义运动史读本	周尚文等
书法教程	熊绍庚
中国革命和建设的基本问题(第三版)	郭民良
马克思主义基本原理(第三版)	高庆祿
普通话教程	胡秉荪
外国文学(新编)	蒋承勇
世界近代史(修订版)	袁征
世界现代史(修订版)	林家恒
中国古代史(上下)	徐高社

教师口语——表述与训练
教师书写技能与书面表达训练
班主任工作技能训练
心理实验指导
艺术鉴赏·影视戏剧卷
艺术鉴赏·绘画书法卷
艺术鉴赏·音乐舞蹈卷
写作训练指导
大学语文(全日制专科本)
中国历史文选
教学工作技能训练
教育法规导读
科学技术发展概述
中学语文教学法
中学思想政治课教学法
中学历史教学法
中学英语教学法
中学物理教学法
中学化学教学法
中学生物学教学法
中学地理教学法
英语口语(学生一)
英语口语(学生二)
英语口语(教师一)
英语口语(教师二)
基础英语(一)
基础英语(二)
基础英语(三)
基础英语(四)
英语语音学
英语语法举要
高等数学(上)
高等数学(下)
高等代数(修订版)
力学
普通物理实验指导

刘伯奎
王永钊
甘霖
范安平
朱典森等
王新伟等
于培杰等
陈家生等
周建忠
管教义
郑庆升
张乐天
陈忠伟
徐越化
陈晓岱
夏子贤
杭宝桐
张璞扬
王允珉
周美珍
陆希舜
姚保慧
姚保慧
姚保慧
姚保慧
贾德霖
贾德霖
贾德霖
贾德霖
孟宪忠
陈大佑
陈世兴
陈世兴
魏献祝
须和兴
吴正怀

目 录

引言	1
第一章 事件与概率	5
§ 1.1 随机事件及其概率	5
思考题(19), 习题 1.1(A)(19)、(B)(21)	
§ 1.2 有限等可能概型——古典概型	21
思考题(32), 习题 1.2(A)(33)、(B)(35)	
§ 1.3 一类无限等可能概型——几何概型	35
思考题(40), 习题 1.3(A)(40)、(B)(40)	
§ 1.4 概率的公理化	41
思考题(49), 习题 1.4(A)(49)、(B)(51)	
§ 1.5 条件概率	52
思考题(64), 习题 1.5(A)(64)、(B)(66)	
§ 1.6 事件的独立性及伯努利概型	67
思考题(79), 习题 1.6(A)(79)、(B)(82)	
第二章 随机变量及其分布	84
§ 2.1 随机变量与分布函数	84
思考题(90), 习题 2.1(A)(90)、(B)(91)	
§ 2.2 离散型随机变量	92
思考题(103), 习题 2.2(A)(103)、(B)(105)	
§ 2.3 连续型随机变量	105
思考题(118), 习题 2.3(A)(118)、(B)(120)	
§ 2.4 随机变量函数的分布	120
习题 2.4(A)(127)、(B)(128)	
第三章 多维随机变量及其分布	129
§ 3.1 二维随机变量	129

思考题(139), 习题 3.1(A)(139)、(B)(141)	
§ 3.2 边际分布	141
思考题(147), 习题 3.2(A)(147)	
§ 3.3 随机变量的独立性	148
思考题(155), 习题 3.3(A)(156)、(B)(157)	
§ 3.4 两个随机变量函数的分布	157
习题 3.4(A)(165)、(B)(166)	
§ 3.5 χ^2 分布、t 分布和 F 分布	167
思考题(174)	
第四章 随机变量的数字特征	175
§ 4.1 数学期望	175
思考题(195), 习题 4.1(A)(196)、(B)(198)	
§ 4.2 方差	198
思考题(210), 习题 4.2(A)(210)、(B)(211)	
§ 4.3 协方差和相关系数	212
思考题(221), 习题 4.3(A)(221)、(B)(222)	
§ 4.4 矩	223
§ 4.5 常见随机变量的分布、期望与方差	226
第五章 极限定理	228
§ 5.1 大数定律	228
思考题(233), 习题 5.1(A)(234)、(B)(235)	
§ 5.2 中心极限定理	236
思考题(247), 习题 5.2(A)(248)、(B)(249)	
第六章 统计估计	250
§ 6.1 数理统计的基本概念	250
思考题(264), 习题 6.1(A)(264)、(B)(266)	
§ 6.2 未知分布的估计	267
习题 6.2(A)(274)	
§ 6.3 参数的点估计	275
思考题(293), 习题 6.3(A)(293)、(B)(297)	

§ 6.4 参数的区间估计	298
思考题(304), 习题 6.4(B)(304)	
第七章 假设检验	305
§ 7.1 假设检验的基本思想	305
思考题(311)	
§ 7.2 均值的假设检验和置信区间	311
思考题(324), 习题 7.2(A)(324)	
§ 7.3 方差的假设检验和置信区间	328
习题 7.3(A)(335)	
§ 7.4 总体分布的假设检验	338
习题 7.4(A)(341)	
* § 7.5 独立性检验	343
习题 7.5(A)(348)	
第八章 方差分析与回归分析	350
§ 8.1 单因素方差分析	350
习题 8.1(A)(361)	
* § 8.2 双因素方差分析	363
习题 8.2(A)(371)	
§ 8.3 一元线性回归分析	372
思考题(394), 习题 8.3(A)(395)	
§ 8.4 相关性在教育测量中的应用	397
习题 8.4(A)(404)	
参考书目	405
附表 1 泊松分布表	406
附表 2 正态分布表	408
附表 3 t 分布表	412
附表 4 χ^2 分布表	414
附表 5 F 分布表	416
附表 6 随机数表	426
附表 7 相关系数检验表	428

(A)组习题答案与提示	429
(B)组习题提示	443
第一版后记	453

引 言

我们观察自然界发生的现象不外乎有两类,一类现象称为决定性现象,这类现象的特点是:在一组条件下,其结果完全被决定,或者完全肯定,或者完全否定,不存在其它的可能性.例如,使两个带同性电的小球相靠近,则两小球相互排斥.这里,“使两个带同性电的小球相靠近”是一组条件,一旦这组条件实现,那么“两小球相互排斥”这一结果就完全被肯定,所以“使两个带同性电的小球相靠近,则两小球互相排斥”这一现象是决定性现象.该决定性现象,在试验中必然发生,故这种决定性现象常称为必然现象.又如,使两个带同性电的小球相靠近(条件),则两小球互相吸引(结果)完全被否定,所以这一现象也是决定性现象.该决定性现象,在试验中必然不发生,故这种决定性现象常称为不可能现象.显然,必然现象和不可能现象互为相反面,必然现象的反面就是不可能现象,反之,不可能现象的反面就是必然现象.由上可见,决定性现象(必然现象或不可能现象)实际上就是事前可以预言结果的现象,通常我们对某个现象可以“未卜先知”,应当说指的是决定性现象.

还有一类现象称为非决定性现象,这类现象的特点是:条件不能完全决定结果,每次观察所发生的结果可能是不同的.例如:“向桌上任意抛掷一枚硬币,落下后某一面向上”这一现象是非决定性现象.因为条件“向桌上任意抛掷一枚硬币”不能完全决定结果“某一面向上”,落下后它可能“正面向上”,也可能“反面向上”.又如,“从一副扑克牌中任选二张,所得二张牌的花色”是非决定性现象,因为任选的二张扑克牌花色可能是“黑桃、黑桃”,“黑桃、方块”,……“梅花、梅花”等等.由上可知,非决定性现象实际上就是事前

不能预言结果的现象,这类现象只有事后才能确切知道它所发生的结果.在概率论中,我们把非决定性现象称为**随机现象**,这里,要提请大家注意的是,随机现象千万不能理解为杂乱无章的现象,我们说这种现象是随机的,有两方面的意思:第一,对这种现象进行观察,其结果不是唯一的,可能会发生这种结果,也可能会发生那种结果,究竟出现哪一种结果,事前是不能预言的,只有事后才能得知;第二,在一次观察中,这种现象发生哪一种结果常带有偶然性,但通过对这种现象的大量观察,我们会发现这种现象的各种可能结果在数量上呈现出一定的规律性.例如,考察“掷一枚硬币,落下后某一面向上”这个随机现象,我们将硬币向桌上抛掷一次观察它所发生的结果,可能是“正面向上”,也可能是“反面向上”,若试验结果是“正面向上”,这是偶然的,然而我们如果大量重复进行抛掷硬币的试验,可以发现,即使各次试验结果没有什么规律性,但“正面向上的次数”与“反面向上的次数”各接近于总试验次数的一半,这就是所述随机现象内部存在的统计规律性.又如,我们研究“存放在容器里的占有一定体积的气体的分子运动速度”这个随机现象,由于气体分子间的相互碰撞,气体分子运动的速度时刻都在发生变化,某时刻气体分子运动的速度取某值是带有偶然性的,然而通过大量重复观察,我们发现气体分子运动的速度在数量上遵从一定的规律,此即气体分子运动速度的绝对值服从麦克斯韦(Maxwell)分布,它就是“存放在容器里的占有一定体积的气体的分子运动速度”这个随机现象内部存在的统计规律性.

概率论与数理统计的任务就是要揭示随机现象内部存在的统计规律性.概率论的特点是根据问题提出相应的数学模型,然后去研究它们的性质、特征和规律性;数理统计则是以概率论的理论为基础,利用对随机现象的观察所获得的数据资料,来研究数学模型.

概率论与数理统计的发展历史悠久.十四世纪,随着商业贸易

日益发展,航海事业日新月异,出现了海上保险事业,到十六世纪时人寿保险事业及水灾、火灾等保险事业也相继出现,它们都向数学提出了新的要求,需要应用数学来分析和研究随机现象中蕴涵的规律,估计事故发生的可能性大小,这就促进了数学家们对概率与数理统计的研究.因此可以说,概率论与数理统计的兴起是由保险事业的发展而产生的.但最初刺激数学家们思考概率与数理统计问题的却来自掷骰子游戏.

17 世纪中叶,欧洲贵族们盛行掷骰子游戏,当时法国有一位热衷于掷骰子游戏的贵族德·梅耳(De Mere),他在掷骰子游戏中遇到了一些使他苦恼的问题.譬如,他发现掷一枚骰子 4 次至少出现一次六点是有利的,而掷一双骰子 24 次至少出现一次双六是不利的.他找不到解释的原因,于是他把遇到的问题向当时的法国数学家帕斯卡(Pascal)请教,帕斯卡接受了这些问题,并把它提交给另一位法国数学家费马(Fermat),他们频繁地通信,开始了概率论和组合论的研究.他们的通信被从荷兰来到巴黎的荷兰科学家惠更斯(Huygens)获悉,回荷兰后,他独立地研究了这些问题,结果写成了《论掷骰子游戏中的计算》,时间是 1657 年,这是迄今被认为概率论中最早的论著,因此可以说早期概率与数理统计的真正创立者是帕斯卡、费马和惠更斯,这一时期(17~18 世纪初)称为组合概率时期,计算各种古典概率.

18 世纪初,伯努利(Bernoulli)发现了大数定律,这是概率论中一个重要结果.从 18 世纪初到 19 世纪,母函数、特征函数引入概率论的研究中,成功地解决了许多问题,特别是对中心极限定理的研究,在这方面棣莫弗(De Moivre)、拉普拉斯(Laplace)、李雅普诺夫(Ляпунов)等都有出色的工作,这时期也称作分析概率时期.

1900 年皮尔逊(Pearson)发表了著名的 χ^2 统计量,用于检验经验分布与某个理论分布是否相符.从 1900 年到 20 世纪中叶