



系列丛书
全真优秀竞赛试

题

新概念

学科竞赛完全设计

XUEKEJINGSAIWANQUANSHEJI

(2000-2003)全真优秀

竞赛试题精编



初中数学

学科主编 刘汉文

中国少年儿童出版社



系列丛书 ● 题
全真优秀竞赛试

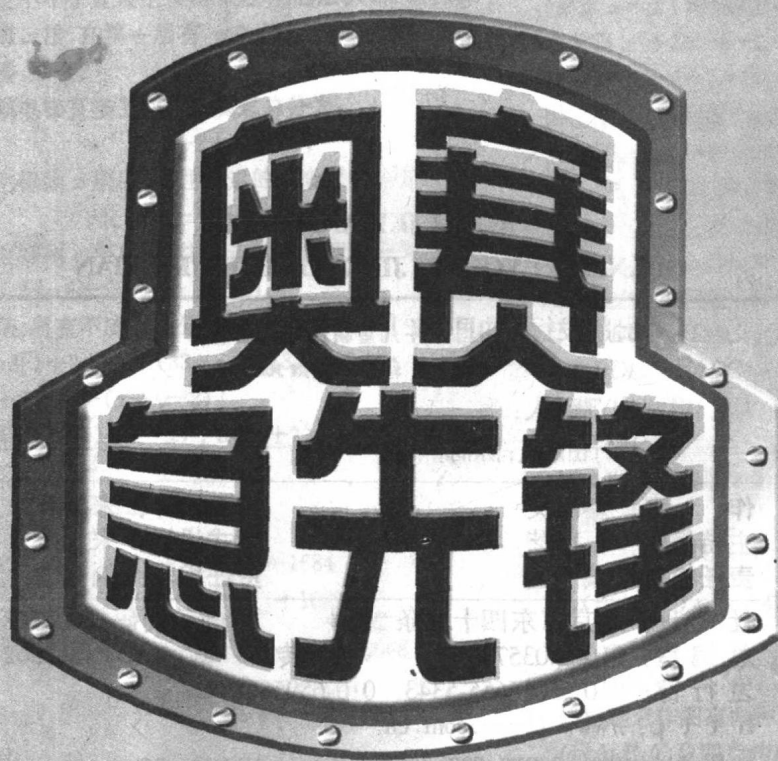
新概念

学科竞赛完全设计

XUEKEJINGSAI WANQUAN SHEJI

(2000—2003) 全真优秀

竞赛试题精编



初中数学

学科主编：刘汉文

本册主编：朱尚安



中国少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

奥赛急先锋全真优秀竞赛试题精编.初中数学/刘汉文主编;朱尚安编. —北京:中国少年儿童出版社,2004

ISBN 7-5007-7012-X

I. 奥... II. ①刘...②朱... III. 数学课—初中—试题 IV. G632.479

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 030946 号

AOSAI JI XIANFENG

QUANZHEN YOUXIU JINGSAI SHITI JINGBIAN

 出版发行: 中国少年儿童新闻出版总社

中国少年儿童出版社

出版人: 海 飞

执行出版人: 陈海燕

作 者: 刘汉文

主持编辑: 石琳芝

责任校对: 钱 进

封面设计: 宋娉婷

版式设计: 宋娉婷

责任编辑: 刘玉珍

社 址: 北京市东四十二条 21 号

邮政编码: 100708

总 编 室: 010-64035735

传 真: 010-64012262

发 行 部: 010-65016655-5343 010-65956688-27

h t t p: //www.ccppg.com.cn

E-mail: zbs@ccppg.com.cn

印刷: 北京金特印刷有限责任公司

经销: 新华书店

开本: 787×1092 1/16

印张: 13.75

2004 年 7 月第 1 版

2004 年 7 月北京第 1 次印刷

字数: 378 千字

印数: 10, 000 册

ISBN 7-5007-7012-X/G·5386

初中(数、英、生、物、化)5 册总定价: 66 元

图书若有印装问题, 请随时向印务部退换。

使用说明

前言

为了引导读者更好地选择和使用这套精品图书，还是让我们先从奥林匹克说起。

国际数学奥林匹克 (International Mathematical Olympiad 简称 IMO)，是一种国际性的以中学数学为内容，以中学生为参赛对象的竞赛活动。第一届国际数学奥林匹克于 1959 年夏天在罗马尼亚举行。我国的数学竞赛活动始于 1956 年，当时在著名数学大师华罗庚教授的亲自参与并指导下，在北京、上海、天津、武汉四大城市举办了我国第一届数学竞赛。1985 年我国首次正式派代表参加国际奥林匹克数学竞赛，并取得骄人的成绩。

经过 40 多年的发展，奥林匹克竞赛活动已经远远超出了一门学科竞赛的意义，它已在竞赛的基础上形成了自己特有的人才培养模式；形成了自己特有的教材、辅导书系列，形成了一套完整的竞赛考试、评估机制。而它的培养和评估机制，不仅对于各种门类的学科竞赛，并且对于我们的课堂教授、教材制订都有着极大的参考价值。

奥林匹克教材及辅导图书相对于现行的课内教材而言，最大的优势就在于——

○它承认并适应学生的个体差异，在培养个人特长、开发个人潜能、造就拔尖人才方面具有独特的功能。

更为可喜的是，数学学科的竞赛活动影响并带动了物理学、化学、生物学、计算机科学、俄语、英语等学科的竞赛活动，培养了大批有个性有天赋的学生。

我们研究竞赛的意义在哪里？

用精英的标准要求自己，是成为精英的开始。

竞赛是精英选拔的重要方式，特别是奥林匹克这样的具有强大号召力的大型比赛，更是集中了精英的智慧，它所采用的评判体系、评判标准，对于我们新的人才培养和选拔机制的形成都具有巨大的引导作用和前瞻性。

棋高一着，先行一步掌握中、高考新题型。

竞赛题的魅力在于“难”。“难题”，一种是指综合性强的题，另一种是指与实际联系比较密切、应用性强的题。而这两类题，正是近年素质教育中强调的最新的命题趋势，在中、高考命题中的比例也逐年增加。解析综合性强的题需要把学过的知识有机地联系在一起，有时还需要用到其他学科的知识进行整合。解析实际应用型的题，需要从大量事实中找出事物的遵循规律。征服了这两类难题，对于中、高考命题中出现的新题、难题，自然可以棋高一着，应对自如了。

知识与能力并重，积累与探究互进，不仅“学会”，而且“会学”。

竞赛是源于课堂而高于课堂的，所以要能应对自如地解答竞赛题，就须正确处理知识积累与能力培养、打好基础与研究难题的关系。知识的占有是能力形成的基础，掌握知识的速度与质量依赖于能力的发展。只有打好坚实的基础，才会具有研究难题、探究未知的能力。所以，竞赛要求学生的品质，不仅是“学会”，更重要的是“会学”，也就

是我们一直在提的研究性学习。

■ 课后加餐，课内加分；自学的成功，在课堂学习中得到检验。

对于学生来说，课后的练习和自学的成功，如果能够在课堂学习和课内测试中得到验证，是最具说服力的，也是真正让学生在奥赛的先进命题理念和训练方式中受益的表现。真正熟练并理解了竞赛题的解题技巧，学生必然能增强学习的兴趣和动力，在平时的考试中游刃有余。

因此，我们集成了近年国内外竞赛和中高考的优秀试题；并且对这一批优秀试题的解题思路、方法进行了总结归纳，给出全新的解题方略。

竞赛和课堂的关系

为了恰当处理竞赛和课堂学习的关系，本书作者认真研究了最新的中小学教学大纲和考纲，参照各版本的中小学教材，在知识层面上，进行了严格的年级设计，对应课堂教学进行针对性训练和提高；在能力层面上，遵循竞赛规则，帮助学生真正实现内在能力的强化，不仅能自如应对各类升学考试，而且能够在学科竞赛中取得名次，获得全面的自信提升！

奥赛急先锋

正是因为《奥赛急先锋——新概念学科竞赛完全设计》丛书在体例设计和内容编写上的高起点、新视角和实效确凿性，这套书自2002年推出伊始便好评如潮，随后我们推出了姊妹套系《奥赛急先锋——题库》和《奥赛急先锋——ABC卷》，读者纷纷反映受益匪浅。结合读者和市场的反馈，我们今年在修订和完善原套系的同时，又增添了一个新品种《奥赛急先锋——宝真优秀竞赛试题精编》。这四套书在内容上互为补充，在功能上互相促进。

○从基础做起，内强筋骨，稳扎稳打。

《奥赛急先锋——新概念学科竞赛完全设计》

从各科各阶段的知识要点出发，理清重点知识及运用，在此基础上给出范例剖析，着重进行思路分析。每章节配有典型练习题，都是优秀竞赛题和精选的中高考试题。

	语文	英语	数学	物理	化学	生物
初一	☺	☺	☺			
初二	☺	☺	☺	☺		
初三	☺	☺	☺	☺	☺	
全一册	初中计算机信息工程 初中语文阅读			初中语文基础 初中语文写作		

○最丰富、最具有针对性、个性化的训练方案,会做题还会选择,真正让学生聪明起来!

《奥赛急先锋——ABC卷》

本套丛书以知识要点分列章节,每章节提炼黄金讲解,随后给出A、B、C三个等级的测试卷,即基础级、提高级、综合能力级。每一级的测试都以试卷的形式给出,不同水平级的学生可以针对性地选择训练,同一学生在不同的学习阶段也可以合理搭配使用,拥有属于自己的个性化方案。

	语文	英语	数学	物理	化学	生物
初一	😊	😊	😊			
初二	😊	😊	😊	😊		
初三	😊	😊	😊	😊	😊	
全一册	初中生物					

○以解题法为纲领,从题库里选择你所需要的,从答案里寻找你所不知道的。

《奥赛急先锋——题库》

以知识点划分章节,每章从归纳而成的高度精炼的黄金解题法出发,讲解方法后,再给出试题来检验学生对方法的掌握。习题根据难度分为A级、B级、C级。与丰富的题量相比,答案更加丰富多彩,解析思路,解读命题方法,指导应试策略,全面而且精到。每章最后给出综合练习。可以说,《题库》在大量的练习的基础上帮助学生达到了最高效的训练效果。

	语文	英语	数学	物理	化学	生物
初一			😊			
初二			😊	😊		
初三			😊	😊	😊	
全一册						

注:第一期已推出数学,第二期推出物理和化学
其他各科正在制作中

○在最真实的赛场上展现你最大能量的才华，帮助你更清楚地了解自己！

《奥赛急先锋——全真优秀竞赛试题精编》

精选自近几年全国市级以上（包括市级）的各个学科优秀竞赛试题，部分学科还收录了2004年最新试题。我们邀请了具有多年奥赛教学经验的一线老师对每一套试题做出科学评析，理清竞赛和平时学习的重点，联系中高考试题，从学生的角度分析讲解。

	数学	英语	物理	化学	生物
初 中					

《奥赛》系列丛书由刘汉文总体策划并担任丛书主编，由周向霖、金新等担任学科主编，由北京、浙江、江苏、湖北等重点中小学的奥赛教练及特、高级教师编写，尤其是湖北黄冈市教研室的著名老师们的加盟，更给了我们质量和信心的保证！

丛书的推出，意味着我们的工作进入了一个崭新的阶段；我们希望听到的是读者的意见和建议，我们希望看到的是每一位读者的成功，我们希望做到的是全心全意为学生和读者服务！

欢迎来函或致电与我们联系，无论是建议、咨询还是购书，我们都热忱地感谢您的关心和支持！

编者

2004年4月

目 录

2003 年全国初中数学联赛试题	(1)(107)
2003 年全国初中数学竞赛试题	(2)(108)
2003 年第 14 届“希望杯”数学邀请赛初一试题	(3)(111)
2003 年第 14 届“希望杯”数学邀请赛初二试题	(6)(115)
2003 年第 15 届“五羊杯”初中数学竞赛初一试题	(9)(118)
2003 年第 15 届“五羊杯”初中数学竞赛初二试题	(11)(119)
2003 年第 15 届“五羊杯”初中数学竞赛初三试题	(12)(121)
2003 年全国初中数学联赛天津赛区初赛试题	(13)(124)
2003 年山东省“KLT 快灵通杯”初中数学竞赛试题	(14)(125)
2003 年四川省初中数学竞赛试题	(15)(126)
2003 年河北省初中数学创新与知识应用竞赛试题	(16)(127)
2003 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题	(17)(129)
2003 年全国初中数学联赛武汉选拔赛试题	(19)(130)
2003 年太原市初中数学竞赛试题	(20)(131)
2002 年全国初中数学联赛试题	(21)(133)
2002 年全国初中数学竞赛试题	(22)(135)
2002 年第 13 届“希望杯”数学邀请赛初一试题	(23)(136)
2002 年第 13 届“希望杯”数学邀请赛初二试题	(25)(137)
2002 年第 14 届“五羊杯”数学竞赛初一试题	(27)(138)
2002 年第 14 届“五羊杯”数学竞赛初二试题	(28)(140)
2002 年第 14 届“五羊杯”数学竞赛初三试题	(29)(142)
2002 年我爱数学初中生夏令营数学竞赛试题	(31)(145)
2002 年北京市初二数学竞赛试题	(32)(146)
2002 年(宇振杯)上海市初中数学竞赛试题	(33)(148)
2002 年重庆市初中数学竞赛试题	(34)(149)
2002 年江苏省第 17 届初一数学竞赛试题	(35)(149)
2002 年江苏省第 17 届初二数学竞赛试题	(38)(151)
2002 年江苏省第 17 届初三数学竞赛试题	(40)(153)
2002 年山东省初中数学竞赛试题	(41)(154)
2002 年四川省初中数学竞赛试题	(43)(156)
2002 年湖北省初中数学竞赛试题	(44)(156)
2002 年河南省初二数学竞赛试题	(45)(158)
2002 年广西初中数学竞赛试题	(46)(159)

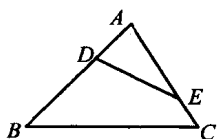
2002 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题	(48)(159)
2001 年全国初中数学联赛试题	(50)(161)
2001 年全国初中数学竞赛试题	(51)(163)
2001 年第 12 届“希望杯”数学邀请赛初一试题	(52)(165)
2001 年第 12 届“希望杯”数学邀请赛初二试题	(55)(166)
2001 年第 13 届“五羊杯”数学竞赛初一试题	(59)(167)
2001 年第 13 届“五羊杯”数学竞赛初二试题	(60)(168)
2001 年第 13 届“五羊杯”数学竞赛初三试题	(61)(170)
2001 年我爱数学初中生夏令营数学竞赛试题	(62)(172)
2001 年北京市初二数学竞赛试题	(63)(173)
2001 年天津市初中数学竞赛试题	(65)(174)
2001 年重庆市初三数学竞赛试题	(66)(175)
2001 年江苏省第 16 届初中数学竞赛试题	(67)(176)
2001 年山东省初中数学竞赛试题	(71)(180)
2001 年河北省初中数学创新与知识应用竞赛试题	(72)(181)
2001 年广西“创新杯”初中数学竞赛试题	(74)(183)
2001 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题	(76)(184)
2000 年全国初中数学联赛试题	(77)(186)
2000 年全国初中数学竞赛试题	(78)(187)
2000 年第 11 届“希望杯”数学邀请赛初一试题	(79)(189)
2000 年第 11 届“希望杯”数学邀请赛初二试题	(82)(190)
2000 年第 12 届“五羊杯”数学竞赛初一试题	(85)(193)
2000 年第 12 届“五羊杯”数学竞赛初二试题	(86)(194)
2000 年第 12 届“五羊杯”数学竞赛初三试题	(88)(195)
2000 年我爱数学初中生夏令营数学竞赛试题	(89)(198)
2000 年上海市初中数学竞赛试题	(90)(199)
2000 年重庆市初中数学竞赛试题	(91)(200)
2000 年江苏省第 15 届初一数学竞赛试题	(92)(200)
2000 年江苏省第 15 届初二数学竞赛试题	(95)(202)
2000 年江苏省第 15 届初三数学竞赛试题	(97)(204)
2000 年山东省初中数学竞赛试题	(99)(205)
2000 年湖北省初中数学竞赛选拔赛试题	(100)(205)
2000 年河北省初中数学竞赛试题	(101)(207)
2000 年广西“新世纪杯”初中数学竞赛试题	(103)(208)
2000 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题	(106)(211)
参考解答	(107—212)

2003 年全国初中数学联赛试题

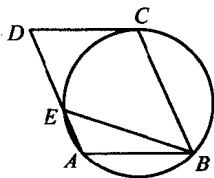
第一试

一、选择题(本题满分 42 分,每小题 7 分)

- $2\sqrt{3}-2\sqrt{2}+\sqrt{17}-12\sqrt{2}$ 等于 ()
A. $5-4\sqrt{2}$ B. $4\sqrt{2}-1$ C. 5 D. 1
- 在凸 10 边形的所有内角中,锐角的个数最多是 ()
A. 0 B. 1 C. 3 D. 5
- 若函数 $y=kx(k>0)$ 与函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图像相交于 A、C 两点,AB 垂直 x 轴于 B,则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()
A. 1 B. 2 C. k D. k^2
- 满足等式 $x\sqrt{y}+\sqrt{xy}-\sqrt{2003x}-\sqrt{2003y}+\sqrt{2003xy}=2003$ 的正整数对 (x,y) 的个数是 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 如下左图,设 $\triangle ABC$ 的面积为 1, D 是边 AB 上一点,且 $\frac{AD}{AB}=\frac{1}{3}$,若在边 AC 上取一点 E,使四边形 DECB 的面积为 $\frac{3}{4}$,则 $\frac{CE}{EA}$ 的值为 ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$



第 5 题图



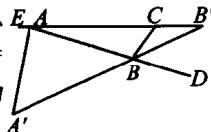
第 6 题图

- 如上右图,在 $\square ABCD$ 中,过 A、B、C 三点的圆交 AD 于 E,且与 CD 相切,若 $AB=4$, $BE=5$,则 DE 的长为 ()
A. 3 B. 4 C. $\frac{15}{4}$ D. $\frac{16}{5}$

二、填空题(本题满分 28 分,每小题 7 分)

- 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A、B 两点,与 y 轴交于点 C,若 $\triangle ABC$ 是直角三角形,则 $ac=$ _____.

- 设 m 是整数,且方程 $3x^2+mx-2=0$ 的两根都大于 $-\frac{9}{5}$ 而小于 $\frac{3}{7}$,则 $m=$ _____.
- 如图, AA' 、 BB' 分别是 $\angle EAB$ 、 $\angle DBC$ 的平分线. 若 $AA'=BB'=AB$,则 $\angle BAC$ 的度数为 _____.
- 已知正整数 a,b 之差为 120,它们的最小公倍数是其最大公约数的 105 倍,那么 a,b 中较大的数是 _____.



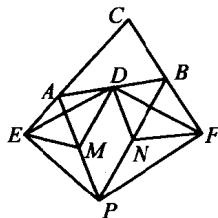
第 3 题图

第二试 (A)

- (本题满分 20 分) 试求出这样的四位数: 它的前两位数字与后两位数字分别组成的二位数之和的平方,恰好等于这个四位数.

二、(本题满分 25 分)

在 $\triangle ABC$ 中, D 为 AB 的中点. 分别延长 CA、CB 到点 E、F, 使 $DE=DF$; 过 E、F 分别作 CA、CB 的垂线, 相交于 P. 设线段 PA、PB 的中点分别为 M、N.



第二题图

求 证: (1) $\triangle DEM \cong \triangle DFN$;
(2) $\angle PAE = \angle PBF$.

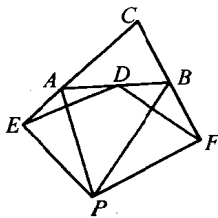
三、(本题满分 25 分)

已知实数 a,b,c,d 互不相等, 且 $a+\frac{1}{b}=b+\frac{1}{c}=c+\frac{1}{d}=d+\frac{1}{a}=x$, 试求 x 的值.

第二试 (B)

一、同第二试(A)卷第一题.

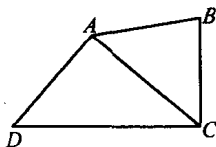
二、(本题满分 25 分) 如右图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 AB 的中点, 分别延长 CA、CB 到点 E、F, 使 $DE=DF$; 过 E、F 分别作 CA、CB 的垂线, 相交于



第二题图

P. 求证: $\angle PAE = \angle PBF$.

三、(本题满分 25 分) 如右图, 已知四边形 ABCD 的面积为 32, AB、CD、AC 的长都是整数, 且它们的和为 16.



第三题图

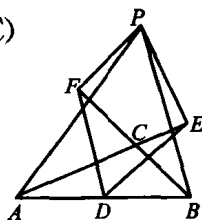
- (1) 这样的四边形有几个?
- (2) 求这样的四边形边长的平方和的最小值.

第二试 (C)

一、(本题满分 20 分) 同第二试(A)卷第三题.

二、(本题满分 25 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 设 D 是 AB 的中点. 分别延长 AC、BC 到点 E、F, 使 $DE = DF$; 过 E、F 分别作 AC、BC 的垂线, 相交于 P. 求证: $\angle PAE = \angle PBF$.



第二题图

三、(本题满分 25 分) 同第二试(B)卷第三题).

2003 年全国初中数学竞赛试题

一、选择题(共 5 小题, 每小题 6 分, 满分 30 分)

1. 若 $4x - 3y - 6z = 0, x + 2y - 7z = 0 (xyz \neq 0)$, 则代数式 $\frac{5x^2 + 2y^2 - z^2}{2x^2 - 3y^2 - 10z^2}$ 的值等于 ()

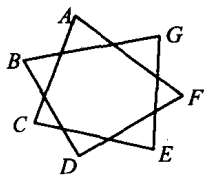
- A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{19}{2}$ C. -15 D. -13

2. 在本埠投寄平信, 每封信质量不超过 20g 时付邮费 0.80 元, 超过 20g 而不超过 40g 时付邮费 1.60 元, 依次类推, 每增加 20g 需增加邮费 0.80 元(信的质量在 100g 以内). 如果某人所寄一封信的质量为 72.5g, 那么他应付邮费 ()

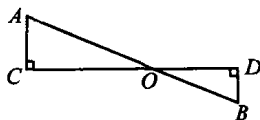
- A. 2.4 元 B. 2.8 元 C. 3 元 D. 3.2 元

3. 如下左图所示, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G =$ ()

- A. 360° B. 450° C. 540° D. 720°



第 3 题图



第 4 题图

4. 四条线段的长分别为 9、5、x、1(其中 x 为正实数), 用它们拼成两个直角三角形, 且 AB 与 CD 是其中的两条线段(如上右图), 则 x 可取值的个数为 ()

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 6 个

5. 某校初三两个毕业班的学生和教师共 100 人一起

在台阶上拍毕业照留念, 摄影师要将其排列成前多后少的梯形队阵(排数 ≥ 3), 且要求各行的人数必须是连续的自然数, 这样才能使后一排的人均站在前一排两人间的空档处, 那么, 满足上述要求的排法的方案有 ()

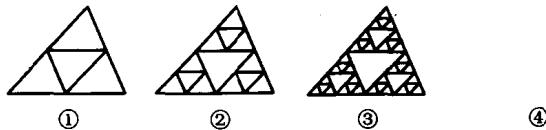
- A. 1 种 B. 2 种 C. 4 种 D. 0 种

二、填空题(共 5 小题, 每小题 6 分, 满分 30 分)

6. 已知 $x = 1 + \sqrt{3}$, 那么 $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} =$ _____.

7. 若实数 x、y、z 满足 $x + \frac{1}{y} = 4, y + \frac{1}{z} = 1, z + \frac{1}{x} = \frac{7}{3}$, 则 xyz 的值为 _____.

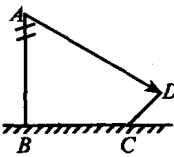
8. 观察下列图形:



第 8 题图

根据图①、②、③的规律, 图④中三角形的个数应为 _____.

9. 如右图所示, 已知电线杆 AB 直立于地面上, 它的影子恰好照在土坡的坡面 CD 和地面 BC 上, 如果 CD 与地面成 45° , $\angle A = 60^\circ$, $CD = 4\text{m}$, $BC = (4\sqrt{6} - 2\sqrt{2})\text{m}$, 则电线杆 AB 的长为 _____ m.

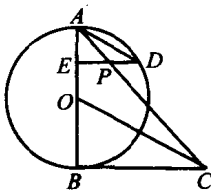


第 9 题图

10. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (其中 a 是正整数) 的图像经过点 $A(-1,4)$ 与点 $B(2,1)$, 并且与 x 轴有两个不同的交点, 则 $b+c$ 的最大值为_____.

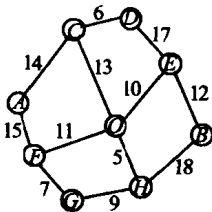
三、解答题(共4题, 每小题15分, 满分60分)

11. 如右图所示, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, BC 是 $\odot O$ 的切线, OC 平行于弦 AD , 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 连结 AC , 与 DE 交于点 P . 问 EP 与 PD 是否相等?

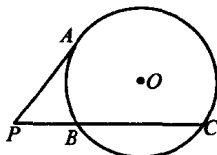


第11题图

12. 某人租用一辆汽车由 A 城前往 B 城, 沿途可能经过的城市以及通过两城市之间所需的时间(单位: 小时)如下左图所示. 若汽车行驶的平均速度为 80 千米/小时, 而汽车每行驶 1 千米需要的平均费用为 1.2 元. 试指出此人从 A 城出发到 B 城的最短路线(要有推理过程), 并求出所需费用最少为多少元?



第12题图

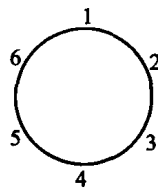


第13题图

- 13A. 如上右图所示, $\odot O$ 的直径的长是关于 x 的二次方程 $x^2+2(k-2)x+k=0$ (k 是整数) 的最大整数根, p 是 $\odot O$ 外一点, 过点 P 作 $\odot O$ 的切线 PA 和割线 PBC , 其中 A 为切点, 点 B, C 是直线

PBC 与 $\odot O$ 的交点, 若 PA, PB, PC 的长都是正整数, 且 PB 的长不是合数, 求 $PA^2+PB^2+PC^2$ 的值.

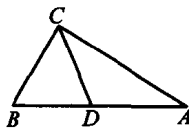
- 14A. 如右图, 沿着圆周放着一些数, 如果有依次相连的 4 个数 a, b, c, d 满足不等式 $(a-d)(b-c) > 0$, 那么就可以交换 b, c 的位置, 这称为一次操作.



第14题图

- (1) 若圆周上依次放着数 1, 2, 3, 4, 5, 6, 问: 是否能经过有限次操作后, 对圆周上任意依次相连的 4 个数 a, b, c, d , 都有 $(a-d)(b-c) \leq 0$? 请说明理由.
(2) 若圆周上从小到大按顺时针方向依次放着 2003 个正整数 1, 2, ..., 2003, 问: 是否能经过有限次操作后, 对圆周上任意依次相连的 4 个数 a, b, c, d , 都有 $(a-d)(b-c) \leq 0$? 请说明理由.

- 13B. 如右图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$.



第13题图

- (1) 当点 D 在斜边 AB 内部时, 求证:

$$\frac{CD^2 - BD^2}{BC^2} = \frac{AD - BD}{AB}$$

- (2) 当点 D 与点 A 重合时, 第(1)小题中的等式是否存在? 请说明理由.

- (3) 当点 D 在 BA 的延长线上时, 第(1)小题中的等式是否存在? 请说明理由.

- 14B. 已知实数 a, b, c 满足: $a+b+c=2, abc=4$.

- (1) 求 a, b, c 中的最大者的最小值;

- (2) 求 $|a|+|b|+|c|$ 的最小值.

2003 年第 14 届“希望杯”数学邀请赛初一试题

第一试

1. $(-1)^{2003} - (-1)^{2002}$ 的值是 ()
A. 2 B. 1 C. 0 D. -2
2. 2003 年 3 月 23 日是星期日, 那么 2003 年的元旦是 ()
A. 星期二 B. 星期三 C. 星期四 D. 星期五
3. a 为有理数, 下列说法中正确的是 ()

A. $(a+\frac{1}{2003})^2$ 为正数 B. $-(a-\frac{1}{2003})^2$ 为负数

C. $a+(\frac{1}{2003})^2$ 为正数 D. $a^2+\frac{1}{2003}$ 为正数

4. 如果 $a^{2003}+b^{2003}=0$, 那么 ()

A. $(a+b)^{2003}=0$ B. $(a-b)^{2003}=0$

C. $(a \cdot b)^{2003}=0$ D. $(|a|+|b|)^{2003}=0$

5. 在下列 4 个判断

- ①在同一平面内, 不相交也不重合的两条线段一定

平行.

②在同一平面内,不相交也不重合的两条直线一定平行.

③在同一平面内,不平行也不重合的两条线段一定相交.

④在同一平面内,不平行也不重合的两条直线一定相交.

其中,正确判断的个数是 ()

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

6. 若 $a = -\frac{2004}{2003}$, $b = -\frac{2003}{2002}$, $c = -\frac{2002}{2001}$, 则 ()

A. $a < b < c$ B. $c < b < a$
C. $c < a < b$ D. $b < a < c$

7. The admission price (入场费) per child at an amusement park (游乐园) is $\frac{5}{9}$ of the admission

price per adult. If the admission price for 6 adults and 3 children is ¥276, then the admission price per adult is ()

A. ¥24 B. ¥32 C. ¥36 D. ¥40

8. 如图 1, 将一个长为 a , 宽为 b 的长方形 ($a > b$) 沿虚线剪开, 拼接成图 2, 成为在一角去掉一个小正方形后的大正方形, 则去掉的小正方形的边长为 ()

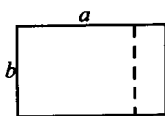


图 1

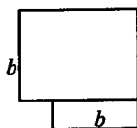


图 2

第 8 题图

A. $\frac{a-b}{2}$ B. $a-b$ C. $\frac{a}{2}$ D. $\frac{b}{2}$

9. 用 10 根长度相同的木棍拼成一个三角形 (不剩余木棍也不折断木棍), 则只能拼成 ()

A. 直角三角形 B. 等腰三角形
C. 等腰直角三角形 D. 等边三角形

10. 有一个边长为 4m 的正六边形客厅, 用边长为 50cm 的正三角形瓷砖铺满, 则需要这种瓷砖 ()

A. 216 块 B. 288 块 C. 384 块 D. 512 块

11. 小明和小华做掷硬币的游戏, 将同一枚硬币各掷三次, 小明掷时, 朝上的面都是“国徽”, 才获胜, 小华掷时, 朝上的面只要一次是“国徽”, 即获胜. 获胜可能性大的是 _____.

12. 某电脑公司派甲、乙二人各携带两台电脑分别乘坐出租车送给同一个客户, 其中一辆起价为 4 公

里 10 元, 而后每公里收 1.2 元; 另一辆起价为 3 公里 10 元, 而后每公里收 1.6 元, 当他们到达时, 发现所付车费相差 10 元, 则该电脑公司与客户处相距 _____ 公里.

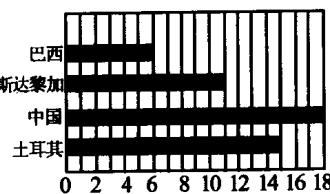
13. The sequence (序列) $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \dots$, then the 2003rd number is _____.

14. 某校初中一年级有三个班: 1 班有 34 人, 2 班有 38 人, 3 班有 32 人, 三个班都按统一的比例派同学参加运动会的比赛项目, 全年未参加比赛的有 78 人, 则 3 班参加比赛项目的有 _____ 人.

15. 已知 p, q 都是质数, 以 x 为未知数的方程 $px + 5q = 97$ 的根是 1, 则 $40p + 101q + 4$ 的值是 _____.

16. 文件保密传递常常是按一定规则将其加密, 收件人再按约定的规则将其解密, 某电文按下面规则加密: 将一个英文字母变成英文字母表中其后的第四字母, 如 a 变成 e , b 变成 f , w 变成 a , z 变成 d , ..., 那么 “hope” 加密后是 _____.

17. 世界杯中, 中国男足与巴西、土耳其、哥斯达黎加队同分在 C 组. 赛前, 50 名球迷就 C 组哪支球队将以小组

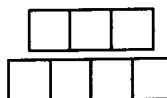


第 17 题图

组第二名进入十六强进行竞猜, 统计结果如图认为中国队将以小组第二名的身份进入十六强的人数占的百分比为 _____.

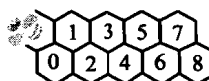
18. 长度相等, 粗细不同的两支蜡烛, 其中一支可燃 3 小时, 另一支可燃 4 小时, 将这两支蜡烛同时点燃, 在余下的长度中, 一支是另一支的 3 倍时, 蜡烛点燃了 _____ 小时.

19. 用盆栽菊花摆在如图所示的大小相同的 7 个正方形花坛的边缘, 正方形每边都等距离地摆 n ($n \geq 3$) 盆花. 那么所需菊花的总盆数 S 与 n 的关系可以表示为 _____.



第 19 题图

20. 一排蜂房编号如图, 左上角有一只小蜜蜂, 还不会飞, 只会向前爬行, 它爬行到 8 号蜂房, 共有 _____ 种路线.



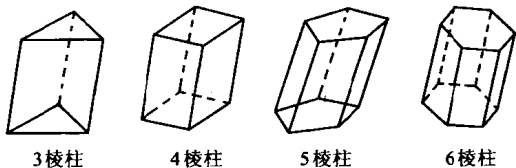
第 20 题图

21. 用一个两位数去除 2003, 余数是 8, 这样的两位数共有 _____ 个, 其中最大的两位数是 _____.

22. 用一张长 20m, 宽 8m 的纸片卷成 (无重合部分)

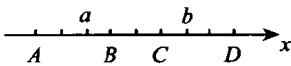
一个高为 8m 的圆柱,那么这个圆柱的底面圆的半径是_____m,圆柱的体积是_____m³.

23. 观察图,三棱柱有 5 个面 6 个顶点 9 条棱,四棱柱有 6 个面 8 个顶点 12 条棱,五棱柱有 7 个面 10 个顶点 15 条棱,……,由此可推测 n 棱柱有 $(n+2)$ 个面_____个顶点_____条棱.



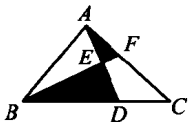
第 23 题图

24. 如图,若数轴上 a 的绝对值是 b 的绝对值的 3 倍,则数轴的原点在点_____或点_____. (填“A”、“B”、“C”或“D”)



第 24 题图

25. 如图, $\triangle ABC$ 的面积等于 25cm^2 , $AE=ED$, $BD=2DC$, 则 $\triangle AEF$ 与 $\triangle BDE$ 的面积之和等于_____ cm^2 , 四边形 $CDEF$ 的面积等于_____ cm^2 .



第 25 题图

第二试

一、选择题(以下每题的四个选项中,仅有一个是正确的,请将表示正确答案的英文字母填在每题后面的圆括号内)

1. 某班有 30 名男生和 20 名女生,60% 的男生和 30% 的女生参加了天文小组,该班参加天文小组的人数占全班人数的 ()
A. 60% B. 48% C. 45% D. 30%

2. $\frac{1\frac{2}{3}-4.5}{-\frac{1}{2}\times 1.3} - \frac{(1-2)^2}{|-\frac{5}{23}|} =$ ()

- A. $-\frac{7}{20}$ B. $-\frac{122}{45}$ C. $-\frac{177}{20}$ D. $-\frac{292}{45}$

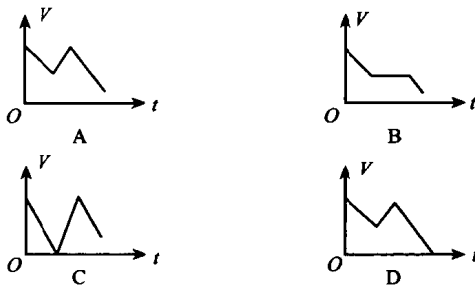
3. 数轴上的点 A、B、C 分别对应数: 0, -1, x , C 与 A 的距离大于 C 与 B 的距离,则 ()

- A. $x > 0$ B. $x > -1$ C. $x < -\frac{1}{2}$ D. $x < -1$

4. 对任意的三个整数,则 ()

- A. 它们的和是偶数的可能性小
B. 它们的和是奇数的可能性小
C. 其中必有两个数的和是奇数
D. 其中必有两个数的和是偶数

5. 油箱装满油的一辆汽车在匀速行驶,当汽油恰剩油箱体积的一半时就加满油. 接着又按原速度行驶,到目的地时油箱中还剩有 $\frac{1}{3}$ 体积的汽油. 设油箱中所剩汽油量为 V (升),时间为 t (分钟),则 V 与 t 的图像是 ()



第 5 题图

6. 将长为 12 的线段截成长度为整数的三段,使它们成为一个三角形的三边,则构成的三角形 ()
A. 不可能是等腰三角形 B. 不可能是直角三角形
C. 不可能是等边三角形 D. 不可能是钝角三角形
7. 用一个最多能称 16kg 的弹簧秤,称重时发现,弹簧的长度(cm)与物体的千克数(kg)之间有一定的关系. 根据下表考虑:在弹簧称重范围内,弹簧最长为 ()cm.

千克数(kg)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
长度(cm)	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0

- A. 18 B. 19 C. 20 D. 21

8. If $\langle a \rangle = \frac{a(a+1)}{2}$ for all integers a , and $b = \langle 8 \rangle$, then $\langle b \rangle$ is ()
A. 36 B. 72 C. 666 D. 1332
(integer: 整数)

9. 有一串数: -2003, -1999, -1995, -1991, ..., 按一定的规律排列,那么这串数中前 () 个数的和最小.

- A. 500 B. 501 C. 502 D. 503

10. “希望杯”四校足球邀请赛规定:

- (1) 比赛采用单循环赛形式;
(2) 有胜负时,胜队得 3 分,负队得 0 分;
(3) 踢平时每队各得 1 分.
比赛结束后,四个队各自的总得分中不可能出现 ()

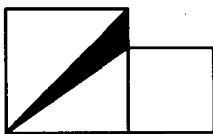
- A. 8 分 B. 7 分 C. 6 分 D. 5 分

二、填空题

11. 如果方程 $2003x + 4a = 2004a - 3x$ 的根是 $x = 1$,

则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 图中的大、小正方形的边长均为整数(厘米), 它们的面积之和等于 74 平方厘米, 则阴影三角形的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方厘米.



第 12 题图

13. 如果 $x^2 + x - 1 = 0$, 则 $x^3 + 2x^2 + 3 = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. If a, b, c, d are rational numbers, $|a-b| \leq 9, |c-d| \leq 16$ and $|a-b-c+d| = 25$, then $|b-a| - |d-c| = \underline{\hspace{2cm}}$. (rational number; 有理数)
15. a 和 $\frac{18}{a^2+a-2}$ 都是正整数, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 如图, $ABCD$ 是平行四边形, E 在 AB 上, F 在 AD 上, $S_{\triangle BCE} = 2S_{\triangle CDF} = \frac{1}{4} S_{\square ABCD} = 1$, 则 $S_{\triangle CEF} = \underline{\hspace{2cm}}$.

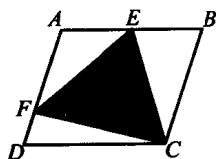


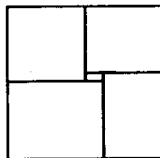
图 2

17. 用中心角为 120° , 半径为 6 厘米的扇形卷成一个圆锥(没有重叠), 这个圆锥的表面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方厘米.
18. 画一条直线, 可将平面分成 2 个部分, 画 2 条直线, 最多可将平面分成 4 个部分, 那么, 画 6 条直线最多可将平面分成 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个部分.
19. a 与 b 互为相反数, 且 $|a-b| = \frac{4}{5}$, 那么 $\frac{a-ab+b}{a^2+ab+1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

20. 正整数 m 和 n 有大于 1 的最大公约数, 且满足 $m^2 + n = 371$, 则 $mn = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题(要求: 写出推算过程)

21. 某同学想用 5 个边长不等的正方形, 拼成如图示所求的大正方形, 请问该同学的想法能实现吗? 如果能实现, 试求这 5 个正方形的边长, 如果不能, 请说明理由.



第 21 题图

22. 规定: 正整数 n 的“ H 运算”是:
- ① 当 n 为奇数时, $H = 3n + 13$;
- ② 当 n 为偶数时, $H = n \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \dots$ (其中 H 为奇数).
- 如: 数 3 经过 1 次“ H 运算”的结果是 22, 经过 2 次“ H 运算”的结果是 11, 经过 3 次“ H 运算”的结果是 46.
- 请解答:
- (1) 数 257 经过 257 次“ H 运算”得到的结果.
- (2) 若“ H 运算”②的结果总是常数 a , 求 a 的值.
23. 救灾指挥部, 将救灾物品装入 34 个集装箱: 4 吨的集装箱 3 个, 3 吨的集装箱 4 个, 2.5 吨的集装箱 5 个, 1.5 吨的集装箱 10 个, 1 吨的集装箱 12 个, 那么至少需要多少辆载重 5 吨的汽车才能一次将这些救灾物品运走? 提出你的运输方案.

2003 年第 14 届“希望杯”数学邀请赛初二试题

第一试

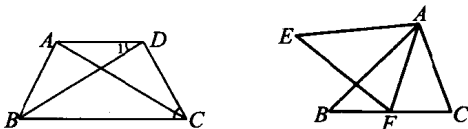
1. 已知 x 是实数, 则 $\sqrt{x-\pi} + \sqrt{\pi-x} + \frac{x-1}{\pi}$ 的值是 ()
- A. $1 - \frac{1}{\pi}$ B. $1 + \frac{1}{\pi}$
- C. $\frac{1}{\pi} - 1$ D. 无法确定的
2. $x+y = -1$, 则 $x^4 + 5x^3y + x^2y + 8x^2y^2 + xy^2 + 5xy^3 + y^4$ 的值等于 ()
- A. 0 B. -1 C. 1 D. 3

3. 设 $[a]$ 表示不超过 a 的最大整数, 如 $[4, 3] = 4$, $[-4, 3] = -5$, 则下列各式中正确的是 ()
- A. $[a] = |a|$ B. $[a] = |a| - 1$
- C. $[a] = -a$ D. $[a] > a - 1$
4. a, b, c 为三角形的三边长, 化简 $|a+b+c| - |a-b-c| - |a-b+c| - |a+b-c|$, 结果是 ()
- A. 0 B. $2a+2b+2c$
- C. $4a$ D. $2b-2c$
5. 下列条件中, 能判定两个直角三角形全等的是 ()
- A. 两个锐角对应相等
- B. 两条边对应相等

C. 一条边与一个锐角对应相等

D. 斜边与一个锐角对应相等

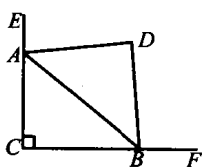
6. 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle 1 = 30^\circ$, $\angle DCB = 60^\circ$, 则图中的等腰三角形有 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



第 6 题图

7. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle AEF$, $AB = AE$, $\angle B = \angle E$, 则在下列结论中不一定成立的是 ()
A. $AC = AF$ B. $\angle FAB = \angle EAB$
C. $EF = BC$ D. $\angle EAB = \angle FAC$

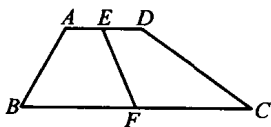
8. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle BAD = \frac{1}{3} \angle BAE$, $\angle ABD = \frac{1}{3} \angle ABF$, 则 $\angle D$ 的大小是 ()



第 8 题图

- A. 105° B. 90°
C. 75° D. 60°

9. In the trapezium (梯形) $ABCD$, $AD \parallel BC$, point E is midpoint (中点) of the AD , point F is midpoint of the BC , $EF = \frac{1}{2}(BC - AD)$, then re-



第 9 题图

sult of the $\angle B + \angle C$ is ()

- A. 90° B. 100°
C. 110° D. 120°

10. 2002 年 9 月 28 日, “希望杯”组委会第二次赴俄考查团启程, 途经哈巴罗夫斯克和莫斯科, 两地航程约 9000 千米, 往返飞行所用的时间并不相同, 这是因为在北半球的高纬度地区, 有一股终年方向恒定的西风, 人们称它为“高空西风带”。已知往返飞行的时间相差 1.5 小时, 飞机在无风天气的平均时速为每小时 1000 千米, 那么西风速度最接近 ()
A. 60 千米/小时 B. 70 千米/小时
C. 80 千米/小时 D. 90 千米/小时

11. 设 $0 < x < 1 < y < 2$, 则:

$$\sqrt{x^2 + y^2 - 2xy + 4x - 4y + 4} + \sqrt{1 - 2x + x^2} - \sqrt{y^2 - 4y + 4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

12. 已知 $a^5 - a^4b - a^4 + a - b - 1 = 0$, 且 $2a - 3b = 1$, 则

$a^3 + b^3$ 的值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

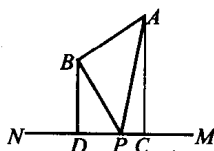
13. 四种水果糖的价格分别是每斤 6、7、9、12 元, 现将每斤 6 元和 7 元的糖各 10 斤, 每斤 9 元和 12 元的糖各 6 斤混合为什锦糖, 以四种糖的平均价格出售, 这 32 斤糖可多收入 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元.

14. 某市举行中学生运动会, 有 7 千多人参加入场式, 如果他们 10 人站一排, 将多出 1 人, 如果分别以 9 人、8 人、7 人、6 人、5 人、4 人、3 人站成一排, 都将多出 1 人, 那么参加入场式的人数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. If polynomial (多项式) $5x^3 - 34x^2 + 94x - 81$ can be expressed as (表示成) $a(x-2)^3 + b(x-2)^2 + c(x-2) + d$, then numerical value (数值) of $ad + bc$ is $\underline{\hspace{2cm}}$.

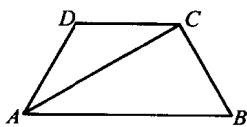
16. In the $\text{Rt}\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB + BC + CA = 2 + \sqrt{6}$, midline for hypotenuse (斜边) is 1, then $AC \cdot BC = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 如图, 两点 A, B 在直线 MN 外的同侧, A 到 MN 的距离 $AC = 8$, B 到 MN 的距离 $BD = 5$, $CD = 4$, P 在直线 MN 上运动, 则 $|PA - PB|$ 的最大值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.



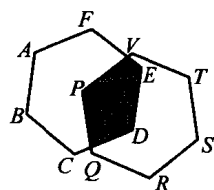
第 17 题图

18. 如图, 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle DAB = 60^\circ$, AC 平分 $\angle DAB$, 且 $AC = 2\sqrt{3}$, 则梯形 $ABCD$ 的周长等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.



第 18 题图

19. 如图, 两个全等的正六边形 $ABCDEF, PQIRSTV$, 其中点 P 位于正六边形 $ABCDEF$ 的中心, 如果它们的面积均为 1, 则阴影部分的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

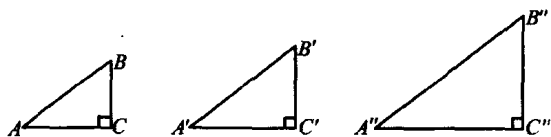


第 19 题图

20. 正整数 A 除以 3 余 2, 除以 4 余 1, 那么 A 除以 12 的余数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

21. 四个数 ω, x, y, z 满足 $x - 2001 = y + 2002 = z - 2003 = \omega + 2004$, 那么其中最小的数是 $\underline{\hspace{2cm}}$; 最大的数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

22. 从 1 开始的 n 个连续整数的和等于一个各个数码都相同的两位数, 则 n 的值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 或 $\underline{\hspace{2cm}}$.



第 22 题图

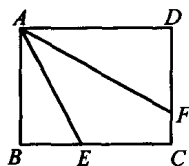
23. 如上图,三个含 30° 角的直角三角形从小到大依次排列,彼此有一条边相等, $AB=A'C'=B''C''$,在这三个三角形中, $BC : B'C' : B''C'' = 3 : \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}}$.
24. 若 x, y 为正整数,且 $x^2 + y^2 + 4y - 96 = 0$,则 $xy = \underline{\hspace{1cm}}$ 或 $\underline{\hspace{1cm}}$.
25. 已知 $\frac{1260}{a^2 + a - 6}$ 是正整数,则正整数 $a = \underline{\hspace{1cm}}$.

第二试

一、选择题(以下每题的四个选项中,仅有一个是正确的,请将表示正确答案的英文字母填在每题后面的圆括号内).

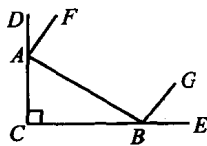
1. $y - 2x + 1$ 是 $4xy - 4x^2 - y^2 - k$ 的一个因式,则 k 的值是 ()
A. 0 B. -1 C. 1 D. 4
2. 不等式 $0 \leq ax + 5 \leq 4$ 的整数解是 1, 2, 3, 4, 则 a 的取值范围是 ()
A. $a \leq -\frac{5}{4}$ B. $a < -1$
C. $-\frac{5}{4} \leq a < -1$ D. $a \geq -\frac{5}{4}$
3. 整数 x, y 满足不等式 $x^2 + y^2 + 1 \leq 2x + 2y$, 则 $x + y$ 的值有 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. 如图,在矩形 $ABCD$ 中, AE, AF 三等分 $\angle BAD$, 若 $BE = 2, CF = 1$, 则最接近矩形面积的是 ()
A. 13 B. 14
C. 15 D. 16



第 4 题图

5. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中 $\angle C = 90^\circ$, $\angle DAF = \frac{1}{3} \angle DAB, \angle EBG = \frac{1}{3} \angle EBA$, 则射线 AF 与 BG ()



第 5 题图

- A. 平行
B. 延长后相交
C. 反向延长后相交
D. 可能平行也可能相交

6. If the radius (半径) of circle III in the figure is $\frac{3}{4}$ of the radius of circle II,



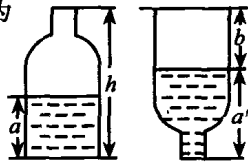
and the radius of circle II is $\frac{4}{5}$ of the

radius of circle I, then the area of the shaded region is what part of the area of circle I?

()

- A. $\frac{7}{25}$ B. $\frac{9}{20}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{16}{25}$
7. 凸 n 边形 ($n \geq 4$) 中, 不算两个最大的内角, 其余内角的和为 1100° , 则 n 等于 ()
A. 12 B. 11 C. 10 或 9 D. 10
8. 将长为 12 的线段截成长度为整数的三段, 使它们成为一个三角形的三边, 则构成的三角形 ()
A. 不可能是等腰三角形
B. 不可能是直角三角形
C. 不可能是等边三角形
D. 不可能是钝角三角形
9. 数轴上的点 A, B, P 分别对应数: $-1, -4, x$, 并且 P 与 A 的距离大于 P 与 B 的距离, 则 ()
A. $x > -3$ B. $x > -2$
C. $x < -2$ D. $x < -\frac{5}{2}$

10. 如图, 啤酒瓶高为 h , 瓶内酒面高为 a , 若将瓶盖盖好后倒置, 酒面高为 a' ($a' + b = h$), 则酒瓶的容积与瓶内酒的体积之比为



第 10 题图

- ()
A. $1 + \frac{b}{a'}$ B. $1 + \frac{a'}{b}$
C. $1 + \frac{b}{a}$ D. $1 + \frac{a}{b}$

二、填空题

11. 方程 $|x+3| + |3-x| = \frac{9}{2}|x| + 5$ 的解是 $\underline{\hspace{1cm}}$.
12. 有人问毕达哥拉斯, 他的学校中有多少学生, 他回答说: “现在, 有一半学生学数学, 四分之一的学生学音乐, 七分之一的学生在休息, 还剩三个女同学……”, 那么毕达哥拉斯的学校中学生的总人数是 $\underline{\hspace{1cm}}$.
13. 方程 $x + \frac{1}{x-2} = 4\frac{1}{2}$ 的一个根是 4, 则另一个根是 $\underline{\hspace{1cm}}$.
14. 已知对于正整数 n , 有 $\frac{1}{(n+1)\sqrt{n+n}\sqrt{n+1}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$, 若某个正整数 k 满足 $\frac{1}{2\sqrt{1+1} \cdot \sqrt{2}} +$