

中華民國二十二年七月出版

統計研究法（全一冊）

（每冊定價銀

（外埠酌加郵費匯費）

原著者裘倍

李仲

版所有權

翻印准

版

發行所
暨上海各馬省路

世 界 書 局

譯者沈仲
發行人李倍
印刷刷版者兼
世上海大連海
界書局方珩爾

（本書負責校對者楊威）

原序

自 1911 年 G. U. Yule 之統計學概論 “An Introduction To The Theory Of Statistics”⁽¹⁾ 出版，遂引起余編著是書之決心，Yule 氏博覽羣書，經驗宏富，加以擇材精審，方法新穎，故其著作不僅適於統計問題之研究，且於此日形擴大之範圍中，使讀者對於統計方法得一鳥瞰，洵統計界之寶筏也！其書自 1911 年初版後，截至 1920 年，翻印至四次，而大戰期內（1915—1919）四年之間，售出三版，亦足見英人研究統計學之努力及興趣矣。至其主因大故，則 F. Klein 在歌廷根『應用數理協進會』廿週年（1918）紀念演講詞中⁽²⁾，言之至審，固無庸贅言也。

統計目的既在致用，本書編撰，亦即以此為前提；故除取材於 Yule 之原著外，尤注意旁搜廣引，舉凡現今能應用統計之科學，莫不稱其實例，其尚未應用者，亦期化為能用，總之能用統計之學科愈多愈妙，而所舉實例亦求切而且真，斯則著者之初意云爾。至於本書所用算法，雖以求和法為多，然其他諸法，亦莫不具備。

應用差誤論於統計研究，自不無可議之處，而尤以應用由概算推出之差誤論於農業森林計算上為尤甚。

本書說理，不厭詳盡，惟求讀者，易於明瞭，否則以應用統計學科之衆，自不必人人能讀，又非著者之原意矣！

一九二〇年四月著者敍於奧國之鹽城(Salzburg)。

(1) London, Charles Griffin and Company. 出版

(2) Tahresbericht der Deutschen Mathematiker--Vereinigung, 德國數學協會 27. Band, P. 217, 及 223.

後序

十八年春，余承乏中央大學，值吾師周君適先生有統計專班之設，令遂譯 E. Czuber 之「統計研究法」，以作講義。時國中統計應用，雖已萌芽，對於理論，則未注意。而先生獨取楚伯此著，以為圭臬者，以其舉例精而備，論理博而洽，讀之，足窺統計學理之堂奧也。惜余以應留學試，倉卒返湘，譯遂中輟。在湘謁吾師方筱川先生，先生亦以統計書籍缺乏，須事編譯為囑。抵德後，復得周師來書催促，余始於功課之暇，因巴陽國家圖書館之便，得取原著參考書籍，擇條瀏覽，其為法意諸文者，則煩吾友 Enika Perron 詳為轉譯，務期實事求是，譯毋遺意；並取原著錯誤，是正二三十處，其意有未顯，詞嫌簡略者，則刪去原文，而改作之。歷時二載，始成此帙。雖然，心疎筆誤，失檢鑄錯，情理之常，聖賢難免。吾師 Oskar Perron 菴謂「錯誤為人類之通病」，以彼淵博，尙復云然，嗟余小子，其能無懼？海內碩宿，若發其誤，而舉以告者，則不佞將再拜而受其賜！

至於曩在國內所譯諸章，則以典籍缺乏，德文生疎，全賴

周師口講意授，發凡糾謬。他如譯名，則與徐國英女士亦多所商榷。特誌於斯，藉表謝意。

民國二十年四月譯者序於巴陽明興大學

導　　言

1. 統計學者，專論事物之外相而不及其內容，與物理化學生理之研究方法適相反者也。其結果，可度，可數，可衡，可以數字表之，故有量的性質。

統計學中，發生最早之問題，為求全體中能合一定標準或一羣標準事物之箇數，此必待數計而後知者，固有量的意義，然若論其是否合此標準，則同時亦含性質之意義矣。譬如僅稱量之大小輕重，而不定其確數，僅言色之深淺紅綠，而不窮其物性，則不獨含有性質意義，直謂之專言性質，亦無不可。

學者之研究一物也，或叩其為彼為此，或審其大小輕重，前者僅須觀察即能判然，後者必加度衡始生差異，蓋所謂量者，雖物體本身所固有，然必藉度衡始能顯示之。

職此之由，統計方法遂分二種：一曰同度統計⁽¹⁾，先立固定標準，次將材料之合此標準者，列為一類，然後數計類元，加以統計如調查人口之分宗教性別國籍是。二曰異度統

(1) C. V. L. Charlier, Statistisk Tidskrift 1910 (統計期刊，瑞典)

計，先立能縮能伸之標準，次定材料之度量，爲之分類而統計之，如殖民調查之注意年齡分佈是。

2. 至於所謂事物，雖係指同類者言，然其同樣度仍有差異，標準之符合者愈多，其同樣度亦愈大，故同樣度者，隨標準之多寡而殊，非有一定不移之性質也。取同樣度，惟求適合問題之研究即爲已足，過大或過小，均足使所得結果，失去科學意義。

欲研究人類體格，必須注意其因年齡性別而生之發育差異，若不分老少男女而統計之，其結論必至毫無意義，故欲得一科學上有價值之結果，則須取性別年齡血統相同之人羣，方能奏效；至於遺傳研究，則不獨須取同類之植物，且須取同母之植物，再依一定目標，加以選擇，其所需同樣度之大如是。

供統計研究，同類事物之集體，名曰集團，其分子曰個體，或簡稱元，亦曰樣元，個體之總數，曰集團之範圍。

組成集團之個體，最常見者爲天然物，而尤以實體爲最，如人類、鳥獸、植物，及其各種器官是。其他若藝術、實業、職業等，亦可作集團之研究。至於抽象事物之能組成集團者，則有自然現象、文化事業、及自物理、化學、生理、醫學、農業等試驗所得之結果，與夫同量之屢測，各時各地之貨價及工資等。總之已組成集團，及能組成集團之事物，不勝枚舉，集團

意義之廣漠，蓋無垠矣。

欲使一集團之統計結果，易於領悟，且有科學之價值，則必須加以說明，然後讀者對於統計之結果，方可一目瞭然。如研究體格，若標題僅爲「體格」，則必嫌不足，如改爲「成年男子之體格」，則較前爲美，倘標明爲「自二十歲至三十歲男子之體格」，則精審有加，若更能別其血統，定其年齡，分其性別，則尤善矣。

集團之意義愈廣，則應用統計之學科亦愈多，舉其舉大者，如人類學、動物學、植物學、生理學、遺傳學、物理學、醫學、化學、農業、森林、經濟、保險、及實驗心理等，皆須統計以整理其材料，擴大其範圍，故凡一切由經驗構成之科學，莫不有統計之致用，且其致用之範圍與日俱廣，前途發展，正未可限量也。

3. 考 Statistik (統計學) 一字，係由 Staat (Status 國家) 引申而得，蓋即大規模有組織人羣之標識，原爲研究人民生存發展條件及方法之科學，亦即古代之政治學也，迄後屢加改作，至其結果，可以數字表示，始有今日之義。

此種範圍不廣，組織嚴密之學問，至晚近而益形廣大，蓋宇宙現象，其原因或複雜至不可思議，或淆混至不可區析，或繁困至不可分究，而欲於溟茫之現象中，蒐羅事實之真相，固舍統計學莫由，此亦現今學子之所公認者也。然僅蒐

集事實而不加以整理，則猶不能致用，故必須序列之，比較之，更從而推斷之，然此三者莫不含有數字之運用，是則統計研究，固有賴於數學者矣。

以廣義言，統計學者，就任一現象範圍中，蒐集某項事實，而整理其次序，推出其結論，以說明其現象，研究其原因之科學也。數學方法之致用於此者，曰「統計法」，亦曰「數學統計」，又稱「理論統計」。其論材料之審測，蒐集及整理者，曰「實用統計」。然實用統計，必須理論以引導其發展，而理論統計，亦賴前者以供給其研究之材料，而導出新穎之問題，是則二者蓋若輔車之相依，幾無分立之可能也。

現今科學，除本身固有之研究方法外，更用統計方法以馭之者，固已數見不鮮，即如物理、化學、力學、星學、生理、遺傳，在昔學者或未發見其與統計之關係，或謂所學已臻精確之極境，或不知蒐集有統計價值之材料，而作有系統之觀察，近亦以其可以致用，而加意研究之矣。

目 次

導 言

第一編 定標論

第一章 標準之符號及配合

1. 互變.....	1
2. 相異各類及其範圍	2
3. 以正類表示反類法	4
4. 類數計算法	6
5. 生育依生死諸標準之分類	8
6. 各類範圍應滿足之條件	10

第二章 標準之性

7. 標準之互倚及獨立.....	12
8. 正倚及負倚	15
9.-12. 例:(1)生死嬰孩之性別,(2)嬰孩依父母婚否之 分類,(3)聾啞及白癡,(4)父子之瞳色.	17
13. 二標之絕對倚度	22
14. 倚係數	24
15. 例:(1)夫婦之瞳色,(2)死亡嬰孩之性別及其父母 之婚否,(3)植物高度與母種純雜之關係,(4)夫妻之	

體格,(5)童年殘廢.....25

第三章 間接互倚

- | | |
|--|----|
| 16. 直接互倚及間接互倚之區別..... | 31 |
| 17. 直接互倚之算術性質 | 33 |
| 18. 例:(1)學童之殘廢,(2)相鄰三代之瞳色,(3)聾啞盲
暈及白癡 | 34 |

第四章 複分類

- | | |
|---|----|
| 19. 複分類及雙檢表 | 40 |
| 20. 互倚之研究 均性..... | 42 |
| 21. 概倚係數..... | 45 |
| 22. 例:(1)男子之髮色及瞳色,(2)兄弟體格及姊妹性
情..... | 48 |

第二編 變標論

第一章 集團中之分佈

- | | |
|--|----|
| 23. 連續集團及間續集團 | 55 |
| 24. 分類及製表 | 56 |
| 25. 例:(1)九齡松之高度,(2)新育嬰孩之體重,
(3)Umbrien後備兵之頭蓋指數..... | 60 |
| 26. 不等幅之分類收入之分佈,白喉死亡之分佈 | 68 |
| 27. 表分佈之幾何圖,屢數多邊形及梯級圖..... | 71 |

28. 和表及和多邊形	73
29. 屢數曲線	76
30. 模範屢數曲線	76
31. 不稱分佈及其屢數曲線	79
32. 單方分佈	85
33. 崎形分佈	86

第二章 中值

34. 中值及散布量之意義	89
35. 中值須滿足之條件	90
36. 算術中值	91
37. 算術中值之二種求法	92
38. 決定算術中值所用之求和法	95
39. 例:(1)幼松之平均高.(2)成年男子之平均重.(3)鱈 魚尾刺之平均數.(4)木藍莢中種子之平均數	98
40. 算術中值之特性	101
41. 心值 例	102
42. 心值之性質及其與算術中值之關係	104
43. 密值及其意義	106
44. 決定密值之近似法 例	108
45. 當最密二類之屢數相等時決定密值之近似法 例	112

—統計研究法—

46. M, C 及 D 之大小關係	117
47. 幾何中值	120
48. 用對數法研究集團	123
49. 調和中值	130

第三章 散布量

50. 散布量之意義	132
51. 均方差	133
52. 業已分類之集團其均方差之算法	136
53. 應用求和法決定均方差	140
54. 例(1)農家夏季之工資.(2)美國新兵之體高. (3)1775—1847年Wien元旦之氣壓	145
55. Sheppard氏公式	150
56. 均淨差	152
57. 四分值及十分值	155
58. 散布量之比較及其比值	158
59. 變率及其應用	162
60. 不稱分佈之傾度	164
61. 集團之全盤計算.(1)劍橋每日之氣壓.(2)24—25 歲男子所娶新婦之年齡	166

第四章 兩標相關性理論

62. 相關之意義 相關表之外形	175
------------------------	-----

63. 相關表之填法.....	177
64. 例:(1) 計取草花梗與花瓣之數目,花瓣數目與其中最長者之長.(2) 父子之蕃殖力.(3) 計取草主莖厚與最長花瓣之長,計取草最長花瓣之長與其寬. (4) 常春藤葉之寬與其長	178
65. 表雙標分佈之幾何圖形.....	185
66. 相關表之算術中值與均方差及其對於兩性蕃殖表之應用	186
67. 雙標互關之理論	190
68. 再論雙標互關,消長方程,消長直線.....	196
第五章 兩標相關性應用	
69. 相關度之估計.....	199
70. 積和 $\Sigma(xy)$ 之求法	201
71. 直線性相關. 例:(1) 計取草主莖厚與最長花瓣之長.(2) 計取草最長花瓣之長與其寬.(3) 父子之蕃殖力.(4) 母女之蕃殖力.(5) 常春藤葉之寬與其長...	203
72. 非直線相關. 例:(1) 新育男孩及胎盤之重量. (2) 生育數量及男孩千分率.....	210
73. 相關比率	214
74. 72節例(2)之相關比率	216
第六章 相關係數之應用	

75. 變數代數和之均方差	218
76. 算術中值之均方差	221
77. 二統計結果之差異及其效力之判定	223
78. 觀察值任意函數之算術中值及均方差二觀察 值之積及商 例.....	224
79. 實際算術中值及通常算術中值	228

第七章 多標相關性

80. 多標相關之意義	231
81. 消長方程之理論	232
82. 消長係數之符號	233
83. 標準方程式及其由來	234
84. 相關係數及均方差之推廣	236
85. 標準方程之間接解法	237
86. 計算相關係數消長係數及均方差之循環公式	239
87. 計算手續公式（三變數）	241
88. 相關論之應用範圍及應用時應注意各點	244
89. 例一.料草收穫所受雨量及溫度之影響	246
90. 例二.貧民增率及其環境之關係（四變數）	249

第一編 定標準

論固定標準

第一章 標準之符號及配合

1. 本章所用之集團，其個體僅有非此即彼之性質，而無長短大小之度量，茲依固定標準，而研究其互變如下。

研究此種集團，步驟有二：先組類別，再計每類中樣元個數，所得結果，即為集團中標準分佈於個體之情狀。

雖然所謂集團，若非在特例，所有該項事物，同時聚於一處，則恆不能包括其全體，而為全體中之小部，實即所取之試樣也。故欲視此種部分研究，所得某標準分佈於其樣元之情形，即為彼在總體中分佈於其所有個體之真象，則非加以假說不可。然據經驗所得，此種假說，往往與事實不符，惟集團之範圍愈大，則其距事實亦愈近，斯為統計學中，積無數經驗，而推得之原理耳。

統計學中，集團組織，至為重要，蒐集材料，不可稍存偏見，至令標準之中，有所獨重，尤不可使此種偏見，成為事實，故

個體取出，不當擇選，號碼給與，宜為任意，然後依一定法則，取每五，每十，或每若干個，分為小羣而研究之，庶不至有所偏重，而貽乖誤之譏。

有時所取集團，即為該項事物之全體，如一國之人口統計等，則因所有個體均已在觀察範圍中，故僅須按所擇標準，以求其對於個體之分佈，即可直接得其真象，而不必有賴於假說。反之欲研究一鄉或一市髮色，對於青年之分佈，則宜取區中學童作為試樣，而認由此推斷之結果，即為標準分佈之真象，是則有待乎假說者。

上述步驟中，惟類別組織，須特別加以申述，以其多係配合手續也。

2. 設僅定一標準，則集團中之個體，對之必有合有不合。試依對分法列合者為一類，而以拉丁大楷字母如 A 者表之。其不合者為一類，而以相當希臘小楷字母如 α 者表之。如是則此集團分為正反二類，吾人若以 $(A), (\alpha)$ 表其相當範圍， N 表集團之範圍，則得

$$N = (A) + (\alpha). \quad (1)$$

倘所設之標準有二，更按原義以 A, B, α, β 表其正反諸類，且同時注意標準之配合，則又可得新類。

$$AB, \alpha B, A\beta, \alpha\beta, \quad (2)$$

式中並列字母如 AB ，為同時適合 A, B 二標準之組類。