



教育部重点课题研究成果
SU ZHI JIAO YU XIN JIAO AN



素质教育新教案



学生用书

北京全品教育研究所 组编

高中数学

第二册 (下)

高二下学期用

- ✓ 课前的学习准备
- ✓ 教师的讲课纲要
- ✓ 课中的听课笔记
- ✓ 创新的课时作业
- ✓ 课余的学习资源
- ✓ 成套的解决方案

西苑出版社
XIYUAN PUBLISHING HOUSE

素质教育新教案

学生用书

数 学

高中第二册(下)

北京全品教育研究所 组编

主 编:胡 渺 胡学忠

副主编:张 辉 魏良亚

编 者:胡 渺 胡学忠 胡新平 胡新波

张 辉 魏良亚 庄先昭 秦葆苓

黄智华 陆继华 傅永生 曹中渠

徐 彪



西苑出版社
XIYUAN PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

素质教育新教案·数学:高中第二册(下)/北京全品教育研究所组编. —北京:西苑出版社,2000.7

ISBN 7-80108-063-7

I. 素… II. 北… III. 数学课-教案(教育)-高中 IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 64531 号

数 学

高中第二册(下)

(学生用书)

编 者 北京全品教育研究所

出版发行 西苑出版社

通讯地址 北京市海淀区阜石路 15 号 邮政编码 100039

电 话 68173417 传 真 68247120

网 址 www.xychs.com E-mail:aaa@xychs.com

印 刷 北京市平谷县早立印刷厂

经 销 全国新华书店

开 本 850×1168 大 1/16 印张 12

印 数 00 001-20 000 册 字数 364 千字

2004 年 11 月第 1 版 2004 年 11 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 7-80108-063-7/G·176

定 价:15.80 元

(凡西苑版图书有缺漏页、残破等质量问题本社负责调换)

吹尽黄沙始见金

——代前言

教学的主阵地是课堂,它占据着师生最主要的时间和智力。课堂教学是学生藉以探索 and 实现自我建构的精神活动,从某种意义上说,课堂教学的层次与水平决定着学生学习的效率。只有课堂教学的效率最优化,才能最大限度地减轻学生课后的负担。而课堂教学的成功与否往往取决于教与学整体设计的层次与水平。

在新课程改革的大背景下,我们紧扣《课程标准》和新课程理念,对《素质教育新教案》的体例和内容作了全新的设计,推出《素质教育新教案》(教师用书)和(学生用书),以中国首套“走进课堂”的教辅用书姿态昂然进入您的生活。

一、创新设计遵循的基本原则

(一)先进性和导向性:体现先进教学理念,对教师的“教”与学生的“学”具有引领作用。

(二)教育性和示范性:通过分享全国一流名校名师的教学设计,达到推介优质教学经验,大面积实现教师自主培训的目的。

(三)互动性和操作性:具有可操作性,能够实现师生、生生之间的有效互动。

(四)开放性和广泛性:教师用书的教学设计适应大部分师生,不追求偏、孤的教学方法或学习方法,同时具有极大的重新设计的余地,鼓励教师的再创意,以期适应不同的教学风格和教学对象。

(五)关联性和独立性:教师用书和学生用书有其内在联系,但无论是教师用书还是学生用书都具有相对独立性,它们自成体系,相互依赖但不完全依赖,教学过程中可以只选用教师用书,也可以只选用学生用书。当然,师生同时选用两种用书将使教与学的互动更加和谐自如,获得最优化的教学效果。

二、创新设计凸显的体例特色

《素质教育新教案》(教师用书)体例

(一)点击目标(从“知识和能力”、“过程和方法”、“情感态度和价值观”三个方面出发拟定教学目标。)

(二)锁定重难点(扣住课堂教学中着力要解决的核心问题、关键问题和疑难问题)

(三)教与学互动设计

1.创设情境,激趣导入

注重情境设置,营造与教学内容紧密相关的情感氛围,用以激发学生的学习兴趣。提供多种富有情趣的导入语,为教师提供选择性。

2.自主、合作、探究

本栏目是教学设计的灵魂和核心。“自主、合作、探究”是新课程改革的关键词,也是本书教学设计的关键词。我们一反传统教案注重知识的静态描述或堆砌,而是关注师生教与学互动活动的设计,突出可操作性,把课堂作为师生、生生对话的平台,注重问题情境的设置,把整个教学过程设计成引导学生自主、合作、探讨、交流的过程,设计了大量引导学生进行自主学习、合作学习、探究性学习的活动,突出学生学习的主体性和教师精当、精辟、精彩、适时点拨的主导作用。使学习过程更多地成为学生发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的过程,构建旨在培养创新精神和实践能力的学习方式及其对应的教学方式,使整个课堂充满探究、发现的乐趣,焕发着巨大的生命活力。

3.拓展延伸

以教材为中心,引导学生适当向课外拓展延伸,向教材纵深处挖掘。本环节选用最新材料,设置新情境,有时是有一定难度和创意的习题,有时是提供一篇配套的拓展性阅读材料,附以精要的点拨诱导或阅读建议。用以拓展学生的视野,激发学生深入探求的兴趣,是对所学知识的深化和创新。

4.课堂热身(每课时都配置)

题量适中,紧扣教材,并作适当的拓展延伸,题型多样化,分层级设计,用以当堂或课后检测学生的学

习效果,及时反馈,及时弥补学生知识与能力的缺陷。

(四)资料链接

选取最新的一般人不容易找到但对实际教学又有借鉴意义的资料,吸纳了鲜活的生活与社会知识以及科技文化发展的最新成果。

除此之外,《素质教育新教案》(教师用书)还精心设计了:①单元复习教案;②单元综合测试;③单元研究性学习;④期中、期末试卷,以适应不同阶段的教学需求。

《素质教育新教案》(学生用书)体例

如果说《素质教育新教案》(教师用书)主要是解决“如何教”的问题,那么与之相配套的《素质教育新教案》(学生用书)主要是解决“如何学”的问题,最大限度地突出和体现《教师用书》和《学生用书》的关联性和传承性。其主要框架结构是:

(一)温故知新

此栏目为学生学习新知识提供必要的背景知识准备,背景知识习题化、问题化,以唤起学生对旧知识或经验的回顾或追溯。本栏目相当于学生的“预习手册”。

(二)自主·合作·探究

此栏目为《学生用书》主体部分,紧扣《素质教育新教案》(教师用书)中“教与学互动设计”部分,是用来指导学生学习新知的,知识点习题化,讲例结合,典型例题留空(例题与《教师用书》一致),只提供必要的思路点拨,巧妙设置问题探究情境,引发学生思考,并作适当的延伸拓展,辅以“热点问题透视”、“考点点击”、“相关链接”等栏目,以丰富的形式促进学生知识与能力的自主生成。本栏目相当于学生的“听课手册”。

(三)在线热身

课时练习的设计充分切合具体教学内容的需要,题量适中,题型多样化,是检测反馈、强化能力的重要载体。本栏目相当于学生的“作业手册”。(与《教师用书》中“课堂热身”一致)

(四)资料博览

此栏目选取与所学内容紧密相关的课外阅读材料,所选材料注意具有前沿性、科学性、趣味性和可读性。本栏目相当于学生的“课外读本”。(此栏目内容涵盖在《教师用书》中“资料博览”中)

三、创新设计蕴涵的“阅读期待”

无论你是老师,还是学生,只要你拥有了《素质教育新教案》(教师用书)或(学生用书),你就在教与学的领域迈出与众不同的一大步。如果你是一位教学科研工作者,你更会为本书呈现出的一个个精彩的个案而惊叹不已。当我们的老师和学生同时使用这套书时,她的价值便会达到最大化,那将是一场实实在在的“教学的革命”。她使你得到的不仅仅是实实在在的教学成绩和考试成绩,更为重要是全面提升了你的科学文化素养、人文素养和审美素养。

选择了《素质教育新教案》(教师用书),就是选择了一种全新的课堂专业生活方式!

选择了《素质教育新教案》(学生用书),就是选择了一种全新的学习方式和成长方式!

编者

2004年11月

为促进编者与读者之间的交流,本丛书成立答疑解惑售后服务部,恳请广大读者在使用本丛书的过程中如发现问题或良好建议及时反馈给我们,我们将竭诚为您提供“全心全意、品质为真”的服务。该丛书在全国各地均有销售,也可来信来电或网上留言邮购。

通信地址:北京市海淀区北洼路西里19号海萌大厦 北京全品教育研究所 邮编:100089

联系电话:010-68473212 转 14(理科编辑部) 010-88512102(文科编辑部) 010-68474716(邮购部)

网 址:www.edutest.com.cn

电子信箱:championedu@163.net

目录 Contents

第九章

直线、平面、简单几何体

一 空间直线和平面	(1)
9.1 平面	(1)
9.2 空间直线	(8)
9.3 直线与平面平行的判定和性质	(16)
9.4 直线与平面垂直的判定和性质	(22)
9.5 两个平面平行的判定和性质	(33)
9.6 两个平面垂直的判定和性质	(40)
第一单元复习	(48)
第一单元测试题	(50)
二 简单几何体	(52)
9.7 棱柱	(52)
9.8 棱锥	(59)
研究性学习课题:多面体欧拉定理的发现	(65)
9.9 球	(67)
第二单元复习	(75)
第二单元测试题	(77)

第十章

排列、组合和二项式定理

10.1	分类计数原理与分步计数原理	(80)
10.2	排列	(85)
10.3	组合	(92)
10.4	二项式定理	(100)
	第十章复习	(109)
	第十章测试题	(110)

第十一章

概率

11.1	随机事件的概率	(113)
11.2	互斥事件有一个发生的概率	(123)
11.3	相互独立事件同时发生的概率	(128)
	第十一章复习	(136)
	第十一章测试题	(138)
	期末测试题	(141)

附赠：参考答案



第九章

直线、平面、简单几何体

一 空间直线和平面

9.1 平面

知能概览

本节主要学习平面的概念、性质以及平面图形的直观图画法. 本节的学习过程也是建立空间观念, 实现从认识平面图形到认识立体图形的飞跃过程, 是进一步学习立体几何的基础.

通过本节内容的学习, 应掌握平面的基本性质, 会画图表示平面; 能够画出空间两条直线、直线和平面的各种位置关系的图形, 能够根据图形想像它们的位置关系; 会用图形语言、文字语言、符号语言准确描述三个公理, 能用公理及推论解决有关问题; 通过对公理、推论的理解和应用及三个推论的证明, 提高逻辑推理能力; 通过画图, 逐步培养空间想象能力, 在已有的平面图形知识的基础上, 建立空间观念; 通过对平面基本性质的三个公理、三个推论的学习, 认识我们所处的世界是一个三维空间, 培养辩证唯物主义世界观.

学法指导

1. 注意从现实空间中的基本点、线、面的关系抽象出立体几何中的基本概念和公理, 体会数学是模式化的科学的观念, 深刻理解平面性质中的有关公理, 明白它们在证明直线在平面内、三点共线、共面等问题中的应用; 注意模型、自然语言、符号语言、图形语言的理解及其各种语言形式的转换, 注意培养空间抽象能力, 严格认真作图.

2. 充分利用实物, 尽快建立空间观念.

3. 直观图是表达空间关系的重要手段, 要尽快掌握作图方法, 作一手漂亮的好图.

课本学习

第一课时

学习目标

1. 了解平面的概念以及点、线、面之间的基本关系, 并掌握其表示方法.

2. 掌握平面的画法, 以及两个平面相交的画法.

学习过程

(一) 基础知识学习与研究

研读课本, 解决下述问题:

问题 1: 空间的几何图形是由哪些基本元素构成的?

问题 2: 试举出生活中的一些立体图形.

问题 3: 研究立体几何图形应注意哪些问题?

问题 4: 在立体几何中一般用什么来表示平面? 当出现多个平面时, 作图要注意什么?

问题 5: 从集合论角度, 如何理解直线与平面这两个概念? 如何表示点、直线、平面之间的关系?

问题6:观察周围空间,直线和平面有哪些基本位置关系?用符号如何表示?

问题7:如何判定一条直线是否在平面内?若两个平面有一个公共点,则两平面有怎样的关系?为什么?

(二)基础知识形成性练习

1. 下列命题中不正确的是 ()

- A. 平面是无限延展的
- B. 平面是无面积、无厚度、无形状、无质量的
- C. 一张白纸是一个平面
- D. 平面一般用平行四边形表示

2. 下列命题中,正确的是 ()

- A. 立体几何图形中的虚线表示辅助线
- B. 一个平面把空间分成两部分
- C. 两个平面把空间分成三部分
- D. 三个平面把空间分成四部分或六部分

3. 若点 A 在直线 a 上,直线 a 在平面 α 内,则下列表示正确的是 ()

- A. $A \in a, a \in \alpha$
- B. $A \in a, a \subset \alpha$
- C. $A \subset a, a \in \alpha$
- D. $A \subset a, a \subset \alpha$

(三)知识应用与解题研究

备选例题

1. 举例说明生活中反映本节公理一、二的有关事实.

2. 填空:

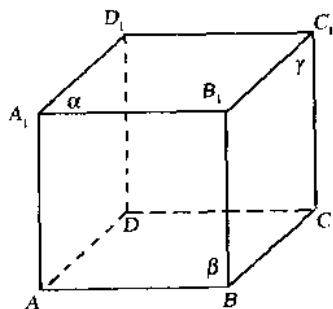


图 9-1-1

正方体的各顶点如图 9-1-1 所示,正方体的三个面所在平面 A_1C_1 、 A_1B 、 BC_1 分别记作 α 、 β 、 γ ,试用适当的符号填空.

- (1) A_1 _____ α , B_1 _____ α .
- (2) B_1 _____ γ , C_1 _____ γ .
- (3) A_1 _____ β , D_1 _____ β .
- (4) α _____ $\beta = A_1B_1$, β _____ $\gamma = BB_1$.
- (5) A_1B_1 _____ α , BB_1 _____ β , A_1B_1 _____ γ .

3. 根据下列符号表示的语句,说出有关点、线、面的

关系,并画出图形.

- (1) $A \in \alpha, B \notin \alpha$;
- (2) $l \subset \alpha, m \not\subset \alpha$;
- (3) $\alpha \cap \beta = l$;
- (4) $P \in l, P \notin \alpha, Q \in l, Q \in \alpha$.

(四)提炼总结

(五)训练与测试

1. 三个平面不可能把空间分成 ()

- A. 4 部分
- B. 5 部分
- C. 7 部分
- D. 8 部分

2. 三个平面把空间分成 6 部分时,它们的交线有 ()

- A. 1 条
- B. 2 条
- C. 3 条
- D. 1 或 2 条

3. 延展正方体的各个面,空间被分成 _____ 部分.

4. 如图 9-1-2,用 $\in$ 、 $\notin$ 、 $\subset$ 、 $\not\subset$ 等填空.

A _____ 平面 ABC ; A _____ 平面 BCD ;
 BD _____ 平面 ABD ;
 BD _____ 平面 ABC ;
平面 $ABC \cap$ 平面 ACD _____;
_____ $\cap$ _____ = BC .

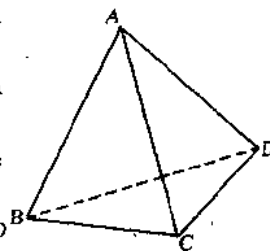


图 9-1-2

5. 用符号表示下列语句,并画出图形.

(1) 点 P 在平面 α 内,但在平面 β 外;

(2) 直线 l 在平面 α 内,但不在平面 β 内;

(3) 直线 l 和 m 相交于点 P ;

(4) 平面 α 和 β 的交线是 l , 点 P 在 l 上;

(5) 直线 l 过平面 α 内一点 P , 但 l 在 α 外.

6. AB, CD 是表示平面 α, β 的两个平行四边形的边, EF 是平面 α 与 β 的交线, 根据所给条件画出两个相交平面 α, β .

7. 下列各图中, 有哪些平面? 试将其表示出来.

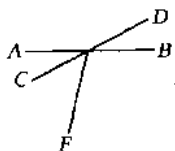


图 9-1-3

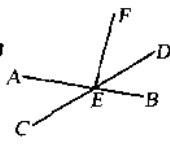


图 9-1-4

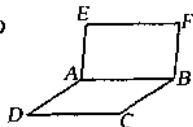


图 9-1-5

第二课时

学习目标

1. 理解公理一、三, 并能运用其解决点、线共面问题.
2. 理解公理二, 能找出两平面的交线, 解决“三线共点”和“点共线”问题.
3. 初步掌握“文字语言”、“符号语言”、“图形语言”和实际模型之间的转换.

学习过程

(一) 基础知识学习与研究

研读课本, 解决下述问题:

问题 1: 写出公理一, 并分别用符号和图形表示.

问题 2: 写出公理二, 并分别用符号和图形表示.

问题 3: 用手指头将一本书平衡地摆放在空间某一位置, 至少需要几个指头? 这些指头间应满足什么条件? 由此你能悟出什么?

问题 4: 叙述公理三, 并用符号和图形表示.

问题 5: 一点与一条直线能否确定一个平面?

(二) 基础知识形成性练习

1. 已知 P 是 $\triangle ABC$ 所在平面外一点, 则 P, A, B, C 四点可确定的平面个数是 ()

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

2. 两个不重合的平面有公共点, 则公共点的个数是 ()

- A. 1 个 B. 2 个
C. 1 个或无数个 D. 无数个且在同一直线上

3. 将命题 $\left. \begin{matrix} a \cap b = P \\ a \subset \alpha \end{matrix} \right\} \Rightarrow P \in \alpha$ 用语言叙述为 _____

4. 用符号填空:

点 $A \in$ 平面 α , 直线 $AB \subset \alpha$ } $\Rightarrow$ 点 $C \in$ 直线 AB } $\Rightarrow$ 点 $C \in$ 平面 α .

(三) 知识应用与解题研究

【例 1】如图 9-1-6, $m \subset \alpha, n \subset \beta, m \cap n = P, \alpha \cap \beta = l$, 试确定 P 与 l 的关系, 并证明之.

分析探索:

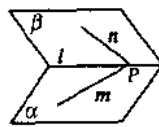


图 9-1-6

尝试解决:

反思研究:

【例 2】在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中 (如图 9-1-7), A_1C 与截面 DBC_1 交于 O 点, AC 、 BD 交于 M .

求证: C_1 、 O 、 M 三点共线.

分析探索:

尝试解决:

反思研究:

(四)提炼总结

(五)训练与测试

1. 下列推理不正确的是 ()

$$\begin{aligned} & \left. \begin{aligned} & A \in l, A \in \alpha \\ & B \in l, B \in \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow l \subset \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. \begin{aligned} & A \in \alpha, A \in \beta \\ & B \in \alpha, B \in \beta \end{aligned} \right\} \Rightarrow \alpha \cap \beta = AB \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. \begin{aligned} & a \subset \alpha \\ & A \notin \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow A \notin a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. \begin{aligned} & a \subset \beta \\ & A \notin \beta \end{aligned} \right\} \Rightarrow A \notin a \end{aligned}$$

2. 用符号表示下列语言

平面 α 与 β 相交于直线 l , 直线 a 在平面 α 内且与 l 交于点 A , 直线 b 在 β 内且与 l 交于点 B .

3. 如图 9-1-8, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 画出平面 ACD_1 与平面 BDC_1 的交线, 并加以说明.

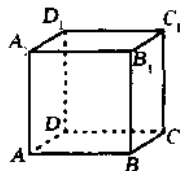


图 9-1-8

4. 如图 9-1-9, 点 $A \notin$ 平面 BCD , E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 BC 、 CD 、 DA 上的点, 若 EH 、 FG 交于 P , 求证 P 在直线 BD 上.

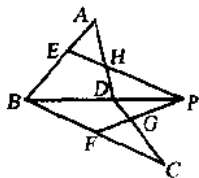


图 9-1-9

5. 如果一条直线过平面内一点和平面外一点, 那么它和这个平面有几个公共点? 并说明理由.

6. 如图 9-1-10, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 、 F 分别为 CC_1 和 AA_1 的中点, 画出平面 BED_1F 与平面 $ABCD$ 的交线.

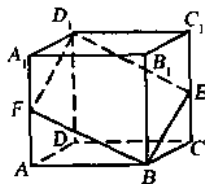


图 9-1-10

第三课时

学习目标

1. 理解公理三的三个推论.
2. 进一步掌握“点线共面”的证明方法.

学习过程

(一)基础知识学习与研究

研读课本,解决下述问题:

问题1:除了公理三和推论1可以用来确定平面外,还有别的什么条件可以确定平面吗?

问题2:为何一扇门用两个合页和一把锁就可以固定了,它的理论依据是什么?

问题3:你能找出一个过一条直线和直线外一点的平面吗?这样的平面惟一吗?试证明你的结论.

问题4:两条相交直线或平行直线能确定一个平面吗?为什么?简述理由.

(二)基础知识形成性练习

1. 下列命题中正确的是 ()

- A. 一条直线和一个点确定一个平面
- B. 两条直线确定一个平面
- C. 三条平行线确定一个平面
- D. 两条相交直线确定一个平面

2. 下列命题中,正确的是 ()

- A. 四边形是平面图形
- B. 两个平面有三个公共点,它们一定重合
- C. 三条直线两两相交,它们必在同一平面内
- D. 一直线与两平行线都相交,则它们必在同一平面内

内

3. 过不共面的4个点中的3个点的平面共有 ()

- A. 0个
- B. 3个
- C. 4个
- D. 无数个

4. 经过一条直线上的3个点的平面 ()

- A. 有且只有一个
- B. 有且只有三个
- C. 有无数个
- D. 不存在

5. 直线 a, b, c 两两平行,但不共面,经过其中两条直线的平面共有 ()

- A. 1个
- B. 3个
- C. 0个
- D. 6个

6. 直线 a, b, c 交于一点,经过这三条直线的平面有 ()

- A. 0个
- B. 1个
- C. 无数个
- D. 0或1个

(三)知识应用与解题研究

【例1】如图9-1-11,直线 AB, BC, CA 两两相交,交点分别为 A, B, C ,判断这三条直线是否共面,并说明理由.

分析探索:

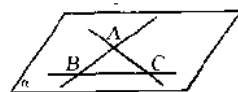


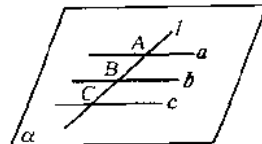
图9-1-11

尝试解决:

反思研究:

【例2】如图9-1-12,直线 l 分别与三条平行线 a, b, c 相交于点 A, B, C .求证:直线 a, b, c 与 l 共面.

分析探索:



尝试解决:

图9-1-12

反思研究:

【例3】不共点的四条直线两两相交,求证:这四条直线在同一个平面内.

分析探索:

尝试解决:

反思研究:

(四)提炼总结

(五)训练与测试

1. 两个平面重合的条件是 ()
 - A. 有两个公共点
 - B. 有无数个公共点
 - C. 存在不共线的三个公共点
 - D. 有一条公共直线
2. 下列命题中,是真命题的是 ()
 - A. 空间不同的三点确定一个平面
 - B. 空间两两相交的三条直线确定一个平面

- C. 两组对边相等的四边形是平行四边形
 - D. 和同一直线都相交的三条平行线在同一平面内
3. 在空间四点中,无三点共线是四点共面的 ()
 - A. 充分不必要条件
 - B. 必要不充分条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分又不必要条件
 4. 空间有四个点,其中无三点共线,可确定 _____ 个平面. 若将此四点两两相连,再以所得线段中点为顶点构成一个几何体,则这个几何体至多有 _____ 个面.
 5. 一直线和直线外不在同一直线上的三点,可以确定几个平面?

6. 已知: $a \subset \alpha, b \subset \alpha, a \cap b = A, P \in b, PQ \parallel a$.
求证: $PQ \subset \alpha$.

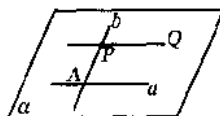


图 9-1-13

7. 过已知直线外一点与这条直线上的三点分别画三条直线,判断这三条直线是否在同一平面内,并说明理由.



课外拓展

【经典阅读】

空间图形的作图

在平面几何中,一般的几何图形都能够利用适当的工具(例如直尺、圆规等),在平展的平面上实际作出,但是空间图形作图却与它不同.例如,在空间里“过两点作一直线”不是可用直尺简单作图的.更何况空间图形作图还多了一个新元素——平面,要在空间作平面,是不能像在平面内作直线那样,有方便的方法和工具的.不仅如此,在二维的平面上,画出三维空间图形的真实形象,一般说来,是不可能的.因此,空间作图,并不要求人们像制作模型那样完成实际的作图,而是进行所谓的逻辑作图.

逻辑作图 空间作图是否可行,取决于所求作元素能否归结为空间的可作元素类.所谓空间的可作元素类,有:

1. 在作图题中的所有已知元素.
2. 在空间中的任意一点.
3. 由不共线的三个可作点确定的平面.
4. 两个可作平面的交线.
5. 在一个可作平面内,所有的平面几何能作图的元素.
6. 已知球心及半径的球面.

空间的几何作图是否可行,取决于所求作元素能否归结为上述的可作元素类,而且,作图次数必须是有限的.在空间的作图题中,重要的是逻辑层次及推理.

以上六种可作元素类,实际上也是空间几何作图的规则,由这六条作图规则,又可导出一系列可作的基本图形,作为更复杂的几何作图的逻辑依据.例如:

(1)根据第五条有:

连接空间任意两点的直线或线段可作.

(2)根据第二条,自然可任取两点,任取不共线的三点,进而根据第五条、第三条有:

在空间任意作一条直线或任意作一个平面.

(3)因为过一直线及直线外一点、过两条相交直线、过两条平行直线作平面,都可归结为过不共线的三点作平面,故有:

根据确定平面的条件,可作平面.

【例】 过异面直线中

的一条直线 a ,作一个平面平行于另一条直线 b .

如图9-1-14所示,在直线 a 上任取一点 A (第二条规则),过直线 b 与线外一点 A 作平面 M (根据确定平面的条件作

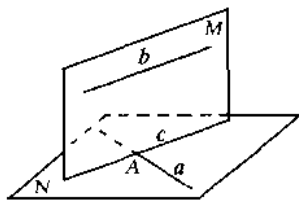


图 9-1-14

平面),在平面 M 内作直线 $c \parallel b$ (第五条规则),过相交直线 a 与 c 作平面 N (根据确定平面的条件作平面),则平面 N 即为所求.

由此例可以看出,上述可作元素起着公理作用,有的书称为作图公法.空间作图中,重要的是逻辑层次,每一作图问题,只要归结为可作元素的有限次结合,就认为作图已经完成,这就是通常所说的逻辑作图或想像作图.

【研究性学习】

1. 为了使读者自我检测空间想像能力是否丰富,是否能够看了纸面上所画的图形随心所欲地产生立体感,这里附上一幅有趣的图形,如图9-1-15,图中画了24个平行四边形.

如果视线从上往下,把黑色各形看作正方体的上底面,把有竖线阴影的各形看作正方体的左侧面,可看到图9-1-15中由上往下数,第一层有一个正方体,第二层有两个正方体,第三层有三个正方体,共有六个正方体.

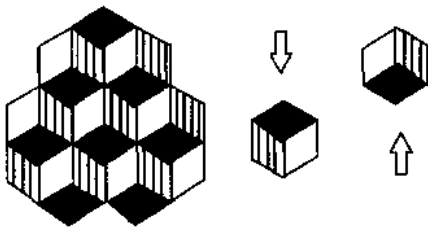


图 9-1-15

如果视线从下往上,把黑色各形看作正方体的底面,把有竖线阴影的各形看作正方体的右侧面,可看到图9-1-29中,由下往上数,第一层有两个正方体,第二层有三个正方体,第三层有两个正方体,共有七个正方体.仿照上述图形,再适当增加一些平行四边形,然后把视线从上向下看,有几个正方体?再从下向上看,有几个正方体?

2. 用一个平面去截正方体,则截面可以是什么形状的多边形,不可能是哪些形状的多边形?

9.2 空间直线

知能概览

本节主要学习的内容是公理4和异面直线的概念,空间异面直线的定义及其所成的角,异面直线是相对于共面直线而言的,学习了异面直线的概念,就把对两直线间位置关系的研究推广到了更广阔的领域——空间,而异面直线的夹角又是对空间两直线位置关系进行精确描述的重要工具,空间两条直线的位置关系,既是研究直线和直线、直线和平面、平面和平面各种位置关系的开始,又是学习这些关系的基础,必须予以足够的重视,同时要摆脱以往平面的局限性,处处从空间来考虑问题,重点是公理4和异面直线的概念,难点是空间异面直线的定义及其所成的角。

通过本节内容的学习,应了解空间两条直线的位置关系,能够画出空间两条直线的各种位置关系的图形;掌握公理4,理解掌握等角定理,能应用公理4及等角定理解决简单问题;理解异面直线的定义,掌握两条直线所成的角和距离的概念;能利用异面直线所成的角及异面直线间的距离等概念去求两条异面直线所成的角及两条异面直线间的距离;通过将平面几何中的平行公理推广到空间,培养类比、论证的能力;通过对空间两条直线的学习,特别是对异面直线的研究,培养空间想像能力,进一步培养将空间问题转化为平面问题的数学思想;培养分析问题、解决问题的能力。

学法指导

记住重要概念,如:异面直线、异面直线所成的角、异面直线间的距离等,抓住典型例题,体会、总结作异面直线所成的角时顶点的选择,把握考纲,在异面直线间的距离问题上不要钻深。

课本学习

第一课时

学习目标

1. 理解异面直线的定义,并能正确画出两条异面直线。
2. 会判断两条直线的位置关系。
3. 会用反证法证明两条直线是异面直线。

学习过程

(一)基础知识学习与研究

研读课本,解决下述问题:

问题1:观察我们所处的空间,两直线有哪些基本的位置关系?试给其下定义,举例说明。

问题2:什么叫异面直线?怎么画两条异面直线?

问题3:试比较“不同在任一平面”与“在不同平面”两种说法的区别,如果说“异面直线就是位于两个不同平面内的两条直线”行不行?为什么?

(二)基础知识形成性练习

1. ①若 $a \not\parallel b$,则 a, b 一定相交

②若 a, b 不相交,则 $a \parallel b$

③若 a, b 为异面直线,则 $a \not\parallel b$

④若 a, b 为异面直线,则 a, b 一定不相交

正确的命题有

()

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

2. 异面直线是指

()

A. 分别位于不同平面内的直线

B. 不同在任何一个平面内的直线

C. 过平面外一点与平面内一点的直线和平面内的直线

D. 空间两条没有公共点的直线

3. 两条直线不平行是这两条直线异面的

()

A. 充分条件

B. 必要条件

C. 充要条件

D. 以上都不对

(三)知识应用与解题研究

【例1】求证:过平面外一点与平面内一点的直线,和平面内不经过该点的直线是异面直线。

已知: $a \subset \alpha, A \notin \alpha, B \in \alpha, B \notin a$ (图9-2-1)。

求证:直线 AB 和 a 是异面直线。

分析探索:

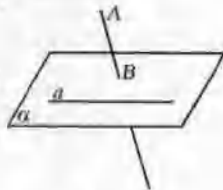


图9-2-1

尝试解决:

反思研究:

【例 2】如图 9-2-2, 已知平面 $\alpha \cap \beta = l$, $A \in l$, $D, A \in l$, $AC \subset \alpha$, $DB \subset \beta$, 求证: AC 和 BD 是异面直线.

分析探索:

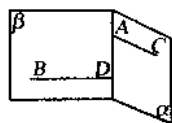


图 9-2-2

尝试解决:

反思研究:

演练反馈: 已知空间四边形 $ABCD$ (如图 9-2-3), 求证它的对角线 AC 和 BD 是异面直线.

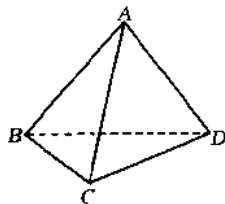


图 9-2-3

(四)提炼总结

(五)训练与测试

1. 若 a, b 是异面直线, b, c 是异面直线, 则 a, c 的位置关系不可能是 ()

- A. 相交直线 B. 平行直线
C. 异面直线 D. 以上结论都不对

2. 没有公共点的两条直线的位置关系是 ()

- A. 异面 B. 平行
C. 异面或平行 D. 不确定

3. 下列说法中正确的是 ()

- A. $a \subset \alpha, b \subset \beta$, 则 a 与 b 是异面直线
B. a 与 b 异面, b 与 c 异面, 则 a 与 c 异面
C. a, b 不同在平面 α 内, 则 a 与 b 异面
D. a, b 不同在任何一个平面内, 则 a 与 b 异面

4. 异面直线 a, b 分别在平面 α 和 β 内, 若 $\alpha \cap \beta = l$, 则直线 l 必定 ()

- A. 分别与 a, b 相交
B. 与 a, b 都不相交
C. 至多与 a, b 中的一条相交
D. 至少与 a, b 中的一条相交

5. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 与对角线 AC_1 异面的棱共有 _____ 条.

6. 若 a, b 是异面直线, $c \parallel a$, 则 c 与 b 的位置关系是 _____.

7. 如图 9-2-4, 在正方体 AC_1 中, M, N, P, Q, R, S 是图中各棱的中点, 则 PQ 与 RS 是 _____ 直线, MN 与 RS 是 _____ 直线, PQ 与 MN 是 _____ 直线.

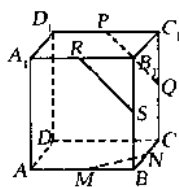


图 9-2-4

8. 如图 9-2-5, 已知直线 a, b, c 不共面, 且相交于点 P , $A \in a$, $D \in a$, $B \in b$, $E \in c$, 求证: 直线 BD 与 AE 是异面直线.

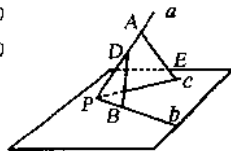


图 9-2-5

第二课时

学习目标

1. 了解空间两条直线的位置关系.
2. 学习掌握公理 4.
3. 理解掌握等角定理.
4. 能应用公理 4 及等角定理解决简单问题.

学习过程

(一) 基础知识学习与研究

研读课文, 解决下述问题:

问题 1: (1) 在同一平面内, 两条直线有几种位置关系?

(2) 在空间, 两条直线有几种位置关系呢?

问题 2: 观察所在空间, 当两条直线同时与第三条直线平行时, 这两条直线有怎样的位置关系? 试用文字语言与符号语言表述这一结论.

问题 3: 试通过作图或模型演示, 探求一个角两边分别和另一个角的两边分别平行且方向相同时, 这两角的关系, 并加以说明.

问题 4: 在问题 3 中, 去掉方向相同这一条件, 结果如何?

问题 5: 如果把两个角换成两组相交直线, 那么这两组直线所成的锐角有怎样的关系?

(二) 基础知识形成性练习

1. AA_1 是长方体的一条棱, 这个长方体中与 AA_1 平行的棱共有 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
2. 如果 $OA \parallel O'A'$, $OB \parallel O'B'$, 那么 $\angle AOB$ 和 $\angle A'O'B'$ ()
A. 相等 B. 互补
C. 相等, 也可能互补 D. 大小不定
3. 下列命题中, 正确的是 ()

A. 与两平行线中的一条相交的直线与另一条也一定相交

B. 平行于两相交直线中的一条直线与另一条也一定相交

C. 与两平行线中的一条平行的直线与另一条也一定平行

D. 与两平行线中的一条异面的直线与另一条也一定异面

4. 空间四边形的两条对角线相等, 顺次连接四边形中点所成的四边形一定是 ()

- A. 矩形 B. 菱形
C. 正方形 D. 空间四边形

5. 若角 α 和 β 的两边分别平行, 当 $\alpha = 70^\circ$ 时, 则 $\beta =$ _____.

6. 在空间四边形 $ABCD$ 中, E, F, G 分别为 AB, AD, BC 中点, M, N 为对角线 AC, BD 中点, 若 $\angle EFM = \theta$, 则 $\angle DNG =$ _____.

(三) 知识应用与解题研究

【例 1】如图 9-2-6, 已知四边形 $ABCD$ 是空间四边形, E, H 分别是 AB, AD 的中点, F, G 分别是 CB, CD 上的点, 且 $\frac{CF}{CB} = \frac{CG}{CD} = \frac{2}{3}$. 求证: 四边形 $EFGH$ 有一组对边平行但不相等.

分析探索:

尝试解决:

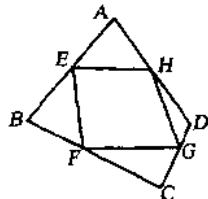


图 9-2-6

反思研究:

【例 2】定理 如果一个角的两边和另一个角的两边分别平行并且方向相同, 那么这两个角相等.

已知: $\angle BAC$ 和 $\angle B'A'C'$ 的边 $AB \parallel A'B'$, $AC \parallel A'C'$, 并且方向相同 (即向量 $\vec{AB}$ 与 $\vec{A'B'}$, $\vec{AC}$ 与 $\vec{A'C'}$ 的方向相同).

求证: $\angle BAC = \angle B'A'C'$.