

● 新课程实施者丛书

NEW

新课程

周小山/雷开泉 严先元◎编著

视野中的数学教育



四川大学出版社



新课程视野中的数学教育

周小山 雷开泉 严先元 编著

四川大学出版社

2003·成都

责任编辑:王 锋
封面设计:刘梁伟
责任校对:尤 文
责任印制:李 平

图书在版编目(CIP)数据

新课程视野中的数学教育 / 周小山, 雷开泉, 严先元
编著. —成都: 四川大学出版社, 2003. 11
ISBN 7-5614-2709-3

I. 新... II. ①周... ②雷... ③严... III. 数学课
—教学研究—中小学 IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 099072 号

书名 新课程视野中的数学教育

作 者 周小山 雷开泉 严先元
出 版 四川大学出版社
地 址 成都市一环路南一段 24 号 (610065)
发 行 四川大学出版社
印 刷 西南冶金地质印刷厂
开 本 850 mm×1 168 mm 1/32
印 张 10.75
字 数 265 千字
版 次 2003 年 11 月第 1 版
印 次 2003 年 11 月第 1 次印刷
印 数 0 001~5 000 册
定 价 15.00 元

版权所有◆侵权必究

- ◆读者邮购本书, 请与本社发行科联系。电 话: 85408408/85401670/85408023 邮政编码: 610065
- ◆本社图书如有印装质量问题, 请寄回出版社调换。
- ◆网址: www.scupress.com.cn

前言

本书由周小山领衔主持编写并参加研究，是全国教育科学“十五”规划重点课题《以基础教育课程改革为核心的教师校本培训研究》的阶段成果。

数学是一门给人以智慧的科学，数学教育也应当是一种充满魅力的艺术。记得伟大数学家希尔伯特的学生外尔对此曾这样描绘过：“希尔伯特这位吹笛人所吹的甜蜜的芦笛声，诱惑着许多老鼠投入数学的深河”；希尔伯特讲课的内容“不仅是数学，还有希尔伯特对科学的信念以及对理性和科学的热爱”。我们多么憧憬这样的境界！

今天，在我国如火如荼地展开的数学新课程实践，正在唤起广大数学教育工作者的创造激情和实践智慧，我们也深受鼓舞。伴随着新课程走进学校、走进课堂的脚步，两年多来，我们同广大教师一起切磋、一起研究与探索，记不清有多少次激烈的碰撞与对话，也分不出是谁的见识和创意。这里写下来的可以说是我们学习和思考的“轨迹”。我们热切地希望得到同行们的指正。

编著者

2003年10月

目 录

第一章 数学课程与数学教育变革的动因是什么	(1)
第一节 什么决定着数学课程与数学教育	(1)
一、社会进步与数学课程	(2)
二、数学进展与数学课程	(9)
三、学生发展与数学课程	(16)
第二节 怎样认识数学与数学课程	(19)
一、数学内涵的新理解	(19)
二、数学课程的新诠释	(22)
三、课程理解的新观点	(25)
第三节 数学课程与数学教育向何处去	(27)
一、对我国数学课程与数学教育的反思	(27)
二、世界数学教育改革对我们的启示	(30)
三、我国基础教育的数学课程改革	(35)
第二章 数学课程与数学教育有怎样的价值追求	(39)
第一节 我们应当持有怎样的数学教育观念	(39)
一、我国数学教育观的发展变化	(40)
二、《全日制义务教育数学课程标准》提出的基本理念	(44)
第二节 我们追求怎样的数学课程与教学目标	(46)
一、知识与技能	(48)

二、数学思考	(52)
三、解决问题	(59)
四、情感与态度领域	(64)
第三节 怎样达成数学课程与教学目标	(69)
一、始终把握新课程目标的价值取向	(69)
二、数学新课程教学目标特征	(74)
三、认真确定并落实课程与教学目标	(84)
第三章 数学要学什么和教什么	(93)
第一节 教学内容的几个核心概念	(94)
一、数感	(94)
二、符号感	(98)
三、空间观念	(101)
四、统计观念	(106)
五、应用意识	(109)
六、推理能力	(113)
第二节 内容领域及其基本框架	(117)
一、数与代数	(118)
二、空间与图形	(122)
三、统计与概率	(126)
四、实践与综合应用	(129)
第三节 学段安排及教学提示	(132)
第四章 学生怎样学习数学	(139)
第一节 学生数学学习的心理层面	(139)
一、数学的认知学习	(140)
二、数学学习中的“建构”	(144)
三、数学学习中的学生参与	(155)
第二节 学生数学学习的特点	(168)

一、数学知识的特点	(168)
二、数学学习活动的特点	(172)
三、学生的心理年龄特征与数学学习	(176)
第三节 学生的数学学习方式	(185)
一、学习方式及其转变	(185)
二、学生学习方式的指导	(189)
三、改变学习方式的一些活动形式	(192)
第五章 教师应当怎样教数学	(199)
第一节 新课程视野中的数学教学	(199)
一、重新认识数学教学	(200)
二、教师的课程角色	(208)
三、数学课堂的重构	(213)
第二节 数学教学设计	(215)
一、数学教学设计概说	(216)
二、数学教学设计的基本过程	(219)
三、数学教学设计的类型	(224)
四、教学设计与教学实施	(225)
第三节 数学教学策略	(227)
一、数学教学策略的核心：数学问题解决	(228)
二、数学教学策略的方方面面	(231)
第六章 怎样进行学生的学习评价	(303)
第一节 数学教育评价概述	(303)
一、数学教育评价的类型	(304)
二、数学教育评价的基本问题	(307)
三、数学教育评价的发展趋势	(312)
第二节 新课程的学生学习评价	(313)
一、学生学习评价的目的和内容	(314)

二、新课程学习评价的基本理念	(318)
三、新课程学习评价的实施	(320)
第三节 数学学习评价的方式方法	(327)
一、关于数学学习评价的方式	(327)
二、关于数学学习评价的方法	(328)
三、数学日记	(330)

第一章 数学课程与数学教育 变革的动因是什么

课程的变革总是由一定的动因引起的，我们通常把这种决定和制约课程变革与发展的因素称之为“课程的基础”。“所谓课程的基础，是指影响课程目标、课程内容、课程实施、课程评价的一些基本领域。”^{〔1〕}它表现在课程设计中，是课程内容选择、组织以及形成课程结构的依据，并且作为课程原则与模式，提供价值取向及方法规范。

究竟课程的基础是什么呢？较为一致的回答是：社会、学科（知识）、学生。尽管有的学者对此作了一些补充和修正，如有的学者是从“学科基础”的角度进行分析，有的学者则详细区分了“内部因素”与“外部因素”，但从根本上说，“课程主要是受社会、学生、知识三大客观因素制约的，课程的历史发展是‘三因素’综合制约的结果”。^{〔2〕}事实上，在课程发展的长河中，理论流派的纷呈、实践模式的更迭，都与这三方面的基础相关。

第一节 什么决定着数学课程与数学教育

英国著名数学课程专家豪森在其最具影响的专著《数学课程发展》中指出，“促使课程发展的动力来自各个不同方面”，

“最大的动力来自社会”，同时，动力也来自数学，来自教育本身。《中学数学课程导论》一书将制约数学课程发展的主要因素归结为：社会生产的需要，科技进步的要求，教育发展的要求，数学发展的要求，儿童身心发展的要求和社会政治、文化、哲学思想的影响六个方面。若将其作相对宏观的区分，仍可概括为社会、数学、学生这三个基本因素。下面我们就从这三方面来分析数学课程与数学教育变革的动因。

一、社会进步与数学课程

马克思主义认为，社会有机结构是一个由生产力、生产关系、上层建筑等基本要素构成的复杂整体。因此，从一般意义上说，社会因素对课程的制约是一定的社会生产力、政治经济制度和意识形态等对课程综合作用的结果。社会的进步必然对作为社会文化组成部分的学校课程提出新的要求，而学校课程也因其具有传递、重建和更新文化的职能而对社会产生一定的作用。社会与课程之间的这种交互作用，历来为社会学家和课程理论家所关注。诚如布鲁纳所说，离开了社会背景，“课程争论的意义也就黯然失色”了。因为“不顾教育过程的政治、经济和社会环境来论述教育理论的心理学家和教育家，是自甘浅薄的，势必在社会上和教室里受到蔑视”。这番话可以看做是布鲁纳对自己亲身经历以及20世纪50年代末、60年代初那场课程改革运动“失败”的一种总结。^[3]

下面我们对社会与数学课程的关系作一概述。

（一）社会进步对数学课程和数学教育提出新的要求

1. 社会生产力的发展越来越倚重数学

数学教育发展的历史已经证明，数学课程的产生和发展总是伴随生产力的水平同步前行的。在当代社会，科学技术是第一生产力，而科学技术的发展越来越倚重数学。一方面，高新技术的

基础是应用科学，而应用科学的基础是数学；另一方面，随着计算机科学的迅猛发展，数学兼有了科学与技术的双重身份，现代科学越来越表现为一种数学技术。当代科学技术的突出特点是定量化，而定量化的标志就是运用数学的思想和方法。随着高新技术在社会生产中的广泛应用，高新技术的高精度、高速度、高自动、高质量、高效率等特点，无一不是由数学模型和数学方法并通过计算机的控制来实现的。在当代，一切重大的科学技术及其推广应用，无一例外地渗透着数学知识、数学方法和数学技术。同时，在人文社会科学和经济领域，伴随着社会生活方式的丰富和生存质量的提高，在日益纷繁复杂的现实生活中，数学的理论与方法以及数学的思维方式也可以说是无处不在。

科学技术的飞速发展及其在社会发展中的重要地位，对公民的数学素养提出了更高的要求，而科学技术与数学的关系，使得数学素养成为公民素养不可或缺的重要部分。这一认识必然对基础教育中数学课程的体系和内容产生重大影响。

2. 信息化社会与数学信息素养的养成

信息化是21世纪社会的显著特征，信息化的实质是数学化，通过计算机技术的运用，数学及其应用借助数学化手段被推向社会几乎所有的领域。在社会生活中，数学作为交流信息、处理信息的语言和方式，同公民之间的联系愈来愈紧密，人们需借助数学才能实现对现代社会纷繁复杂的信息进行识别、收集、统计、分析，并做出有效的选择和判断。这种对信息的感知、识别与处理的能力已成为现代社会公民必须具备的数学素养的重要组成部分。

在这种时代特征之下，对人的信息素养的培养应该成为学校教育的重要目标，并须将其融入到有机联系的课程、教材、多样化的认知工具、网络以及各种教学资源的发展之中。

3. 学习化社会与数学基础学力的提高

21世纪的社会是学习化社会，建立一个全民的、终身的学习

体系,构建学习型社会已成为我国所确立的战略目标。要适应学习化社会的需求,提高学生的基础学力显得至关重要。传统的以“读、写、算”为核心的基础学力要求已难以适应时代发展的要求。就数学课程而言,不仅要让学生掌握数学基础知识、基本技能,培养一些具体的数学能力和数学素养,更重要的是应以适应未来终身学习为目标,逐步培养学生的发展性学力和创造性学力,比如自学能力、探究能力、合作交流能力等。与数学课程这一教育价值取向的变化相适应,数学课程及数学教育改革的重点应放在改变学生的学习方式,使学生学会学习上。

4. 社会生活的变化对数学课程的影响

以上简要分析了时代发展的新特征对数学课程提出的新要求。那么,深入到实际的社会生活层面去考查,究竟社会生活方式、内容、节奏等方面的变化与数学有什么关联,它们对数学课程又有什么影响呢?课程标准研制前期,曾对这一问题进行了专门调查研究,其方式是选择与公民日常生活紧密相关的报纸杂志作为信息来源,通过统计分析,研究数学在人们生活工作中的渗透和需求状况,从而为数学课程改革提供依据。

以下素材取自这一研究的相关资料,从中我们可以看到社会生活的变化急需数学课程去积极应对。

数据信息来自《光明日报》、《工人日报》、《农民日报》、《参考消息》、《中国教育报》、《经济日报》、《中国证券报》、《广州日报》、《甘肃日报》、《北京青年报》、《航空知识》、《天文爱好者》、《环境保护》、《财贸经济》等与老百姓生活联系密切的报纸杂志,这些大众化的报刊具有较宽的覆盖面,因而具有一定的代表性。

调查分三个时间段:20世纪90年代初期(1990年6月)、中期(1995年6月)、后期(1999年6月),并在每个时间段对上述报纸杂志进行了逐日统计。通过对这三个不同时间段调查情况的变化趋势进行纵向分析,可以大体把握20世纪最后10年报纸杂志反映

出来的数学信息。统计结果表明,与公民生活联系密切的数学信息按出现频率排列,主要包括:数学(大数)、百分数、分数、比例、图形及图表、统计、数学术语这几个方面。这些信息出现的领域包括:政治、军事、经济、科技、教育、文化、卫生、体育、生活、金融保险、广告等。

根据统计结果,可以得出以下结论:

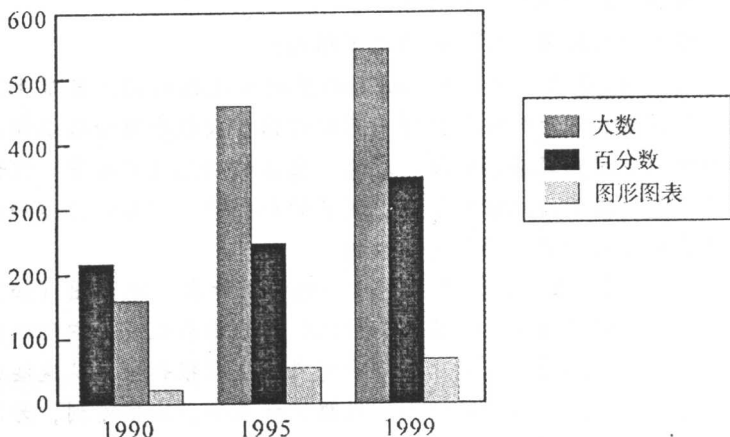
(1) 数学的量化特征越来越多地表现在人们的日常生活中。从调查和最后的统计数据中不难看出,大数和百分数以相当高的比例出现在经济、科技、政治、生活的新闻及广告中,这说明在以商品经济为主和科技日益发展的社会中,信息的传递和交流更多的是定量的,而不是定性的。

(2) 图形图表,尤其是各种各样的统计表、统计图(如直方图、扇形统计图以及一些形象的统计图)出现较多,它们以清楚、明了、信息量大、对比度强等特点出现在报刊中。从这些频频出现的直方图、扇形统计图、数据统计表中,我们看到,为了了解信息、看懂报纸,统计的基本知识和方法已必不可少。

(3) 《中国证券报》是一份比较专业化的报纸,在调查的两个不同时间段(1995年和1999年)的结果中,都出现了比较多的和比较复杂的数学表达式(主要是代数式),在此不予列举。在调查的其他报纸中,1990年和1995年均没有数学表达式出现,而1999年,在《广州日报》、《中国教育报》和《农民日报》中,都有数学表达式出现。这反映了随着社会的进步,数学在社会生活中的地位和作用愈来愈重要。

(4) 从调查统计结果中容易看到,与生活相关的报道及广告中涉及数学的内容很多也很丰富。在广告中,这些内容多与保险、房地产、储运、旅游等行业有关,如方位图、直方图、数学术语、公式等。随着上述各行业的不断发展,不难预计,在未来的社会中,数学必将与经济和人们的日常生活产生越来越密切的联系。

大数、百分数、图形图表在报纸中有比较明显的反映，这为我们讨论课程及内容具有一定的启示和帮助。为此，我们将这三方面的统计情况制成下面的条形统计图，从中能很明显地看出这三方面内容的变化情况和趋势。



说明：此图中的数据为9份报纸（《中国证券报》除外）总计数据的平均值

（二）数学课程与数学教育应主动适应并促进社会的发展

社会的需求常常牵引着数学课程与数学教育的变革。数学课程和数学教育正是为了满足社会需求并通过人才培养来能动地适应和促进社会发展的。特别是当人类已经进入信息化社会，数学与人类社会生活发展更加紧密地联系在一起，与人类的理性思维和社会文明更加紧密地联系在一起的时候，精神文明的社会性责任与价值内涵就更应该从对社会需求的一般性适应转变为积极地服务于社会，并前瞻性地为社会的未来需求做好准备。

1. 数学课程与数学教育应更加注重“社会目标”

数学课程与数学教育的目标集中反映一个社会对人才培养的

要求，即人才培养的规格，而社会的需求总会直接或间接地决定课程和教育的价值追求、培养标准。因此，当代的数学课程变革首先应确立满足时代发展要求的“社会目标”。如美国数学教师全国委员会（NCTM）制定的《学校数学课程和评估的标准》，就依据由工业社会向信息社会发展的要求，明确地提出了关于数学教育的四个“社会目标”：①具有良好数学素养的劳动者；②终身学习的能力；③平等的教育；④明智的选民。并据此进一步提出五个具体标准：学会认识数学的价值、对自己的数学能力有信心、能数学地解决问题、学会数学地交流、学会数学地推理。这样的“社会目标”集中反映出社会需求对数学课程改革的影响。

2. 课程与教学内容的选择要反映公民的数学需求

21世纪的公民在信息高速发展的社会里，面对的是无法回避的数学内容和方法的运用、数学思维方式的习得，因此在基础教育的数学课程中，必须反映这些需求，安排相关的内容，体现相关的思想方法。

例如，数的产生和发展来源于人类对客观事物的认识，数和数学符号及其运算规律是表示、交流和传递信息的最有效的手段，数量关系是刻画自然界和人类社会现象、预测事物发展规律的重要工具。在对报纸、杂志的调查中，我们已经发现，大数和百分数以相当高的比例出现在报刊和广告中，这说明在以商品经济为主和科技日益发展的未来社会中，信息的传递与交流具有更多的量化倾向。因此，理解数的意义，把握数的大小关系，能用恰当的方式表示具体问题中的数及数量关系，选择适当的算法，具有估算的意识和能力等，应在课程中得到很好的体现。

统计图和统计表在日常生活中已经变得很常见，同时人们也越来越多地需要对已有数据或根据要求收集到的数据进行分析、处理，作出决策。另外，对事物不确定性的认识和理解，也是人

们更好地处理问题和解决问题的关键。因此，对中小學生进行信息处理思维的熏陶，让他们掌握统计与概率的基本知识和方法，应成为义务教育数学课程必不可少的内容。

视图与投影等也经常出现在人们的日常生活中，如房屋的平面图、家具的视图等等，需要人们在三维图形和它的视图之间建立联系，实现它们之间的相互转化。这些都需要学生从小就能建立良好的空间观念，也促使我们在课程内容上对此有相应的考虑和安排。

此外，优化的思想方法、函数与方程的思想方法、模型化的思想方法等也都是刻画和描述自然界的事物之间数量关系的重要手段与方法，都应在数学课程中得到体现。

3. 课程与教学内容的呈现要使学生感受到数学与现实的联系

数学与社会有着如此密切的联系，这对公民的数学素养就提出了越来越高的要求，所以在为学生提供他们生活和工作中所需的数学知识的同时，要使学生认识到现实生活中蕴含着大量的数学信息，数学在现实生活中有着广泛的应用。数学课程内容的呈现应该是现实的、生活化的，尤其是要贴近学生的生活现实，使学生体会到数学与社会的联系，体会到数学的价值，增进对数学的理解和应用数学的信心。数学来源于生活，它是具体的，但数学又经过了抽象，我们应该将数学抽象的内容附着在现实的背景中，让学生去学习从现实生活中产生、发展的数学。

数学建模为我们提供了将数学与生活实际相结合的机会，提供了运用数学的机会。数学建模的过程，就是将数学理论知识应用于实际问题的过程。实际上，建立模型更为重要的是让学生能够体验从实际情境中发展数学的过程，获得“再创造”数学的极好机会。在建立模型、形成新的数学知识的过程中，学生更能体会到数学与大自然及社会的天然联系，因此，“问题情景—建立模型—解释与应用”可以成为课程内容呈现以及学生学习过程的

主要模式。数学课程与数学教学要引导学生贴近生活、观察生活，从中收集数学素材，主动地去发现、体会、理解生活中的数学，解决生活中的实际问题，真正学到有用的数学，运用数学为自己和社会服务。

二、数学进展与数学课程

数学知识是数学课程的“原生性”本源，是课程与教学的核心内容，因此数学科学自身及其应用的进展，就成为数学课程与数学教育变革最重要的动因。

数学作为一门科学，经历了源远流长的发展。人们从蛮荒时代的结绳计数，到如今用电子计算机指挥宇宙航行，无时无刻不受到数学的恩泽。今天，数学正以崭新的姿态活跃在现实世界和人们的生活中。

（一）数学进展给数学课程和数学教育注入新的活力

第九次国际数学教育大会主席日本数学家藤田宏教授的报告提出，人类历史上有四个数学高峰：古希腊的演绎数学时期；牛顿—莱布尼兹的微积分时期；以希尔伯特为代表的形式主义公理化时期；以计算技术为标志的新数学时期。20世纪以来的数学呈现出指数式的飞速发展。随着经典数学的繁荣和统一，许多新的应用数学的方法得以产生，特别是计算机的出现及其与数学的结合，使得数学在研究领域、研究方式和应用范围等方面都得到了空前的拓展。^{〔4〕}

1. 数学得到了空前的应用，具有了“技术”的品质

数学在发展过程中，一直从实践中汲取着丰富的营养。自第二次世界大战以来，由于经济以及其他科学技术都有了空前的发展，出现了一大批需要数学提供决策性结论的新型实际问题，这些问题形成了数学应用的新的推动力。随着数学自身的蓬勃发展，它所积累的丰富理论、方法也为描述实际现象（建立模型）