志鸿优化设计丛书

丛书主编　任志鸿

高中新教材

优秀教案

GAOZHONG XINJIAOCAI YOUXIU JIAOAN

高三数学

【全一册】

志鸿优化

设计系列丛书

欢迎拨打8008601798投诉电话

南方出版社

南海出版公司

志鸿优化设计丛书

高中新教材
优秀教案

GAOZHONG XINJIAOCAI YOUXIU JIAOAN

丛书主编　任志鸿
本册主编　王思俭
编　　者　王思俭 徐舟子 彭　诚 睢宁仁
晋陵士 童　铭 苏　玖

高三数学

【全一册】

南方出版社
南海出版公司

图书在版编目(CIP)数据

高中新教材优秀教案.高三数学/任志鸿主编.-3版.-海口:
南方出版社:南海出版公司,2003.7(2004.5重印)
(志鸿优化设计系列丛书)
ISBN 7-5442-1477-X

Ⅰ.高... Ⅱ.任... Ⅲ.数学课-教案(教育)-高中 Ⅳ.G633

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第014845号

策　　划:贾洪君
责任编辑:余云华
装帧设计:邢　丽

志鸿优化设计丛书
高中新教材优秀教案(高三数学)
任志鸿　主编

南方出版社　南海出版公司　出版发行
(海南省海口市海府一横路19号华宇大厦12楼)
邮编:570203　电话:0898—65371546
山东省高青县印刷厂印刷
2004年5月第4版　2004年5月第1次印刷
开本:787×1092　1/16　印张:21.5
字数:588千字　　印数:1—20000
定价:27.00元

(如有印装质量问题请与承印厂调换)

QIAN YAN 前言

实施素质教育的主渠道在课堂，而真正上好一节课必需要有一个设计科学、思路创新的好教案。

当今素质教育下的课程改革和教材变革带动了课堂教学改革，课堂教学改革的关键是课堂设计和教学过程的创新。过去的教师一言堂怎样转变成今天师生互动的大课堂，过去的以知识为中心怎样转换成今天的能力立意，过去的只强调学科观念怎样转变为今天的综合素质培养，过去的上课一支笔、一本书怎样转换成今天的多媒体，这些都是课堂教学改革面临的重要课题。为了帮助广大教师更好地掌握教学新理念，把握新教材，我们特组织了一批富有教学经验的专家、学者和一线优秀教师，依据教学大纲新要求编写了这套《高中新教材优秀教案》丛书。

本丛书在编写过程中，力求做到以下几点：

●渗透先进的教育思想，充分展现现代化教学手段，提高课堂教学效率。整个教案体现教师的主导作用和学生的主体地位，立足以学生发展为中心，注重学生学习方式及思维能力的培养。

●教材分析精辟、透彻，内容取舍精当，力求突出重点，突破难点。

●依照新大纲要求，结合新教材特点，科学合理地分配课时。

●科学设计教学过程，优化 45 分钟全程，充分体现教学进程的导入、推进、高潮、结束几个阶段，重在教学思路的启发和教学方法的创新。

●注重技能、技巧的传授，由课内到课外，由知识到能力，追求教学的艺术性和高水平。突出研究性、开放性课型的设计，引领课堂教学的革新。

●展示了当前常用的各类先进教具的使用方法，提供了鲜活、详实的备课参考资料，体现了学科间交叉综合的思想。

本丛书主要设置以下栏目：

[教学目标] 以教材的“节”或“课”为单位，简明扼要地概括性叙述。内容按文道统一的思想，包括德育和智育两大方面，使学生的学习有的放矢。

[教学重点] 准确简明地分条叙述各课(节)中要求学生掌握的重点知识和基本技能。

[教学难点] 选择学科知识中的难点问题，逐条叙述，以便学生理解和掌握。

[教学方法] 具体反映新的教学思想和独特的授课技巧，突出实用性和创新性。

[教具准备] 加强直观教学，启迪学生的形象思维。通过多媒体、CAI 课件的使用，加深学生对课本知识的记忆与理解。

[教学过程] 按课时编写，每一课时分“教学要点”“教学步骤”两部分。“教学要点”概述课堂教学进展情况，兼有教法及学法提示；“教学步骤”一般包括导入新课（导语设计）、推进（传授新知识）、高潮（重点难点突破）、课堂小结、课堂练习（可随机安排）等五步。加强师生活动的设计，以师生互助探究为主。力求使知行合一，使课堂真正变为学堂。

[备课资料] 联系所讲授的内容，汇集生活现实、社会热点、科技前沿等领域与之相关的材料，形成具有鲜明时代气息的教学资料。并设计开放型问题供学生讨论，设置探究性课题供学生研究，或者科学设计能力训练题供学生课外练习。

本丛书按学科分为语文、数学、英语、物理、化学、历史、政治、地理、生物九册出版，具有较强的前瞻性、实用性和参考性。

我们愿以执著的追求与奉献，同至尊的同行们共同点亮神圣的教坛烛光。

编　者

2004 年 5 月

MU LU 目录

第一章 概率与统计

§1.1 离散型随机变量的分布列 …………… (001)

§1.1.1 离散型随机变量的分布列(一) ……… (001)

§1.1.2 离散型随机变量的分布列(二) ……… (006)

§1.2 离散型随机变量的期望与方差 ……… (012)

§1.2.1 离散型随机变量的期望 ………… (012)

§1.2.2 离散型随机变量的方差 ………… (016)

§1.3 抽样方法 ……………………………… (024)

§1.3.1 抽样方法(一)——简单随机抽样方法 (024)

§1.3.2 抽样方法(二)——系统抽样和分层抽样 ……………………………………………… (029)

§1.3.3 抽样方法的习题课 ……………… (033)

§1.4 总体分布的估计 ……………………… (039)

§1.5 正态分布 ……………………………… (043)

§1.5.1 正态分布(一) ……………………… (044)

§1.5.2 正态分布(二) ……………………… (048)

§1.6 线性回归 ……………………………… (054)

§1.6.1 线性回归(一) ……………………… (055)

§1.6.2 线性回归(二) ……………………… (060)

§1.7 小结与复习 ………………………………… (066)

第二章 极 限

§2.1 数学归纳法 ……………………………… (079)

§2.1.1 数学归纳法(一) ………………… (079)

§2.1.2 数学归纳法(二) ………………… (085)

§2.1.3 数学归纳法(三) ………………… (091)

§2.2 研究性课题:杨辉三角 ………………… (099)

§2.2.1 研究性课题:杨辉三角(一) ……… (100)

§2.2.2 研究性课题:杨辉三角(二) ……… (104)

§2.3 数列的极限 ……………………………… (111)

§2.4 函数的极限 ……………………………… (118)

§2.4.1 函数的极限(一) ………………… (118)

§2.4.2 函数的极限(二) ………………… (121)

§2.5 极限的四则运算 ……………………… (124)

§2.5.1 极限的四则运算(一) …………… (124)

§2.5.2 极限的四则运算(二) …………… (127)

§2.5.3 极限的四则运算(三) …………… (130)

§2.6 函数的连续性 …………………………… (136)

§2.7 小结与复习 ……………………………… (141)

§2.7.1 小结与复习(一) …………………… (141)

§2.7.2 小结与复习(二) …………………… (146)

第三章 导数与微分

§3.1 导数的概念 ………………………………… (154)

§3.1.1 导数的概念(一)——曲线的切线 …… (154)

§3.1.2 导数的概念(二)——瞬时速度 ……… (158)

§3.1.3 导数的概念(三) …………………… (162)

§3.1.4 导数的概念(四)——导数的几何意义 (175)

§3.2 几种常见函数的导数 …………………… (183)

§3.3 函数的和、差、积、商的导数 …………… (187)

§3.3.1 函数的和、差、积、商的导数(一) (187)

§3.3.2 函数的和、差、积、商的导数(二) (192)

§3.4 复合函数的导数 ………………………… (195)

§3.4.1 复合函数的导数(一) ……………… (195)

§3.4.2 复合函数的导数(二) ……………… (201)

§3.5 对数函数与指数函数的导数 ………… (204)

§3.5.1 对数函数与指数函数的导数(一)——对数函数的导数 ……………………… (205)

§3.5.2 对数函数与指数函数的导数(二)——指数函数的导数 ……………………… (212)

* §3.6 微分的概念与运算 …………………… (215)

§3.7 函数的单调性 …………………………… (225)

§3.8 函数的极值 ……………………………… (233)

§3.8.1 函数的极值(一) …………………… (233)

§3.8.2 函数的极值(二) …………………… (239)

§3.9 函数的最大值与最小值 ……………… (245)

§3.9.1 函数的最大值与最小值(一) …… (246)

§3.9.2 函数的最大值与最小值(二) …… (250)

§3.10 小结与复习 …………………………… (256)

§3.10.1 小结与复习(一) ………………… (256)

§3.10.2 小结与复习(二) ………………… (263)

§3.10.3 小结与复习(三) ………………… (267)

第四章 复 数

§4.1 复数的概念 ……………………………… (276)

§4.2 复数的向量表示 ………………………… (285)

§4.3 复数的加法与减法 …………………… (292)

§4.3.1 复数的加法运算及几何意义 …… (292)

§4.3.2 复数的减法运算及几何意义 …… (303)

§4.4 复数的乘法与除法 …………………… (317)

§4.4.1 复数的乘法 ………………………… (318)

§4.4.2 复数的除法 ………………………… (325)

§4.5 小结与复习 ……………………………… (334)

备课札记

第一章 概率与统计

§1.1 离散型随机变量的分布列

课时安排

2 课时

从容说课

过去学生见过许多变量,它们大体上可分为两类:一类变量,例如在15秒内通过某十字路口的汽车的辆数,投掷一枚硬币出现的正面数等,它们只取离散的数值;另一类变量,例如某种牌号和型号的彩色电视机的寿命,某城市去年4月份的平均气温等,它们的取值不能一个一个地列出来,往往充满了某个区间.这些变量有一种共同的特点,那就是在多次观察这种量后可以发现,尽管它们每次取得的数值不一定相同,但取值属于某个区间的频率都会呈现出一种稳定的趋势.这种特点表明,我们所见到的这种变量,不同于以前学习函数时遇到的变量,这种变量不仅可以取不同的数值,而且它们所取的数值属于某一区间的概率是确定的.这种按照一定概率取值的变量称为随机变量.

如果随机变量ξ可能取的数值为x_1,x_2,…,x_n,…,并且事件“$\xi=x_k$”的概率$P(\xi=x_k)=p_k$,$k=1,2,\cdots,n,\cdots$是已知的,那么称随机变量ξ为离散型随机变量,称上式为ξ的概率函数(或概率分布),并且称表$\begin{pmatrix} x_1,x_2,\cdots,x_n,\cdots \\ p_1,p_2,\cdots,p_n,\cdots \end{pmatrix}$为随机变量$\xi$的分布列.满足$p_i\in[0,1]$,$\sum\limits_{i=1}^{\infty}p_i=1$.一般地,离散型随机变量在某一范围内取值(即其取值属于某一范围)的概率,等于它取这个范围内的各个可值的概率之和.

常见的离散型随机变量的分布列有哪些?(1)单点分布.它的分布列为$\begin{pmatrix} c \\ 1 \end{pmatrix}$.(2)两点分布.它的分布列为$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ q & p \end{pmatrix}$,其中$0<p<1$,且$p+q=1$.(3)二项分布,它的分布列为$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2\cdots & k\cdots & n \\ p_0 & p_1 & p_2\cdots & p_k\cdots & p_n \end{pmatrix}$,其中$p_k=C_n^k p^k q^{n-k}$可记为$b(k;n,p)$.(4)普阿松分布.它的分布列为$\begin{pmatrix} 0,1,2,\cdots,k_1\cdots \\ p_0,p_1,p_2,\cdots p_k,\cdots \end{pmatrix}$,其中$p_k=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$,$k=0,1,2,\cdots$,且$\lambda<0$.普阿松分布既常见又重点,实际生活中常常遇到.这些都可以向学生介绍,在介绍这些分布时,要列举一些常见的例子,如果再辅以多媒体教学手段,那效果会更好.

第一课时

课　题

§1.1.1　离散型随机变量的分布列(一)

教学目标

(一)教学知识点

1.随机试验的结果可以用一个变量来表示,这样就可以用变量来刻画随机试验的结果(即样本点或基本事件)以及随机事件(样本的集合),以便更好地借助于数学工具对随机现象进行研究.

2.在对“概率”初步学习的基础上,了解随机变量、离散型随机变量的意义,掌握离散型随机变量在概率中的应用.

(二)能力训练要求

1.掌握随机变量的真实含义,灵活运用随机变量的意义分析随机现象的规律.

2.会运用函数的观点研究随机现象的问题,具有一定的函数思想.

3.能对日常生活和生产实践中的随机现象进行总结和概括,训练学生的概括能力.

(三)德育渗透目标

1.培养学生运用数学知识的数学观.

2.培养学生学会观察身边的随机现象,分析归纳概括成数学的问题,体现了数学文化价值观.

3.培养学生要学生活的知识、学生存的技能、学生命的意义.

备课札记

教学重点

在掌握概率中的随机现象的基础上，将随机试验的结果可以用一个变量来表示，这样就引入了随机变量，这是这一章的基础概念，研究随机变量是一个重要的任务，而且概率论所研究的也大都是局限于能用随机变量来描述的随机现象. 随机变量是可以取数值的，因此可以对它们进行各种数学运算.

教学难点

自然随机现象中的随机试验的结果是千姿百态的，这些结果如何去刻画它们，于是有了随机变量、离散型随机变量、连续型随机变量等概念的建立. 随机变量是概率论的一个基本概念，概率论是研究大量随机现象中的数量规律的数学分支.

教学方法

建构主义观点的教学方式. 课堂上传授的有关知识与方法未在学生心理上得到应有的认同，学习过程中缺乏学生的主动参与，就无法在学生头脑中形成新的认知结构. 因此在平时教学中不仅要渗透着教育者的数学思想和方法，而且应搭建新概念与学生原有认知结构间的桥梁，更应该是引导学生发现、理解和创造的支撑点.

教具准备

幻灯机、幻灯片、实物投影仪.

第一张：(记作§1.1.1 A)

在第二册下(A)和下(B)的"第十章 排列、组合和概率"中用了"试验"一词，那里的"试验"是指什么？一个试验满足下列三个条件：

(1)试验可以在相同的情形下重复进行；

(2)试验的所有可能结果是明确可知道的，并且不止一个；

(3)每次试验总是恰好出现这些结果中的一个，但在一次试验之前却不能肯定这次试验会出现哪一个结果.

教学过程

Ⅰ.课题导入

问题提出：某商场要根据天气预报来决定今年国庆节是在商场内还是在商场外开展促销活动. 统计资料表明，每年国庆节商场内的促销活动可获得经济效益 2 万元，商场外的促销活动如果不遇到有雨天气可获得经济效益 10 万元，如果促销活动中遇到有雨天气则带来经济损失 4 万元. 9 月 30 日气象台预报国庆节当地有雨的概率是 40%，商场应该选择哪种促销方式？

这是日常生活中的常见随机现象，如何解决这个问题呢？这就需要学习新的数学知识来解决实际问题. 于是今天我们来学习第一章概率与统计，第一课时 离散型随机变量的分布列(一)(板书课题).

Ⅱ.讲授新课

[师]什么叫随机变量？现在我们先来看下面的问题 1：某市射击运动队张昊同学在射击训练中，其中某一次射击中，可能出现命中的环数情况有哪些？

[生]0 环，1 环，2 环，…，10 环，共有 11 种不同的结果.

[师]问题 2：经纬纺织公司的某次产品检验，在可能含有次品的 100 件产品中任意抽取 4 件，那么其中含有的次品可能是哪几种结果？

[生]含有的次品可能是 0 件，1 件，2 件，3 件，4 件，即可能出现的结果可以由 0，1，2，3，4 这 5 个数表示.

[师]从上面的两个问题我们可以看出，在这些随机试验中，可能出现的结果都可以分别用一个数即"环数""次品数"来表示，这个数在随机试验前是无法预先确定的，在不同的随机试验中，结果可能有变化，就是说，这种随机试验的结果可以用一个变量来表示. 你们能给出随机变量的定义吗？

[生]从上述的分析过程可以对随机变量给出这样的定义：如果随机试验的结果可以用一个"数"来表示，那么这样的数叫做随机变量(板书定义).

[师]你所说的"数"是指哪些数呢？

[生]"正整数"，不对，是非负整数.

[师]负整数行吗？分数行吗？……

[生]我认为他所说的"数"应改为"变量"更好(这时教师把这个定义中的"数"擦去，重新写成"变量"，常用希腊字母 ξ、η 等表示).

[师]在上述的总结和随机变量的定义中，都提到了"随机试验"一词，我们在第二册

下(A)和(B)的“第十章”中也用了“试验”一词,但都没有给出定义,你们能给出定义吗?满足什么条件呢?请讨论后回答.

学生立即讨论,有的看教科书,有的看教辅用书,他们在一起争论,商量等等,课堂中的民主气氛十分融洽,学生的表现意识十分强烈,都想展示自己的才华和能力.

[师生]凡是对现象的观察或为此而进行的实验,我们都称之为试验,这是广泛的含义.一个试验如果满足下述条件:

[打出幻灯片 A]

(1)试验可以在相同的情形下重复进行;
(2)试验的所有可能结果是明确可知道的,并且不止一个;
(3)每次试验总是恰好出现这些结果中的一个,但在一次试验之前不能肯定这次试验会出现哪一个结果.就称这样的试验是一个随机试验,简称为试验.

[师]随机变量常用 ξ 或 η 等表示,请问,ξ 的特点是什么?我相信你们能总结出来的.

[生](突然站起来)由刚才的随机试验所满足的条件知:ξ 的特点是:(1)可用数来表示;(2)试验之前可以判断其可能出现的所有值;(3)在试验之前不能确定取何值(这时教师板书学生的叙述内容).

[师]问题(1)、(2)中的随机变量是什么?取值情况如何?

[生]问题 1:射击的命中环数 ξ 是一个随机变量.

$\xi=0$,表示命中 0 环;$\xi=1$,表示命中 1 环;…;$\xi=10$,表示命中 10 环.

[生]问题 2:产品检验所取 4 件产品中含有的次品数 η 也是一个随机变量:$\eta=0$,表示 0 个次品;$\eta=1$,表示含有 1 个次品;$\eta=2$,表示含有 2 个次品;$\eta=3$,表示含有 3 个次品;$\eta=4$,表示含有 4 个次品.

[师]两个学生回答得很好.请同学们再思考一下,我们用字母 ξ、η 等表示数这种思想方法,与以前我们所学过的什么内容是相似的?请同学们展开联想.

这时,学生又进行了热烈的讨论,课堂气氛十分活跃.

[生]初中我们学代数式时,老师讲过,用字母代替数字,这就是代数思想方法的形成.

[师]随机变量 ξ 的取值是否有限制,是否一定是非负整数呢?你们可以举出有关例子吗?

[生]随机变量 ξ 可以是整数,也可以是其他的实数,可以取某一区间内的一切值.

[生]随机变量 ξ 不是整数时,可以举这样的一个例子,问题 3:我家的都市花园小区的红外线探头装置无故障运转的时间 ξ 是一个随机变量,它可以取区间 $(0,+\infty)$ 内的一切值.

[生]前一个同学讲的随机变量 ξ 取值情况是不间断的,但也可以是间断的.例如我们高三(1)班的学生的身高最高达 188 cm,最矮是 158 cm,那么我们班同学的高度 η 是一个随机变量,它可以取 $[158,188]$ 内的值.可以是一切值,也可以间断地取值.

[师]从前面的几个例子来看,随机变量的取值可以是间断地取值,也可以连续地取值,那么随机变量的种类是否一样呢?能否给出区分的标准呢?

[生]可以区分,一个是离散型随机变量,另一个是连续型随机变量.对于随机变量可能取的值,如果可以按一定次序一一列出,这样的随机变量叫做离散型随机变量;如果可以取某一区间内的一切值时,这样的随机变量叫做连续型随机变量.

[师]这位同学总结概括得非常好,而且也给出了十分准确的定义(学生热烈鼓掌,向这位同学表示祝贺).同学们,请你们拿出一枚硬币任意地向上掷,可能会出现哪几种结果?能否用随机变量来刻画这种随机试验的结果呢?

这时课堂上又涌现出一个小高潮,他们纷纷做试验,然后齐声回答:两种结果(正面向上,反面向上),不能用数量来表示.教师未作评论,课堂气氛沉默一刻.(新的结论即将诞生)

[生]我看是可以用数量来表示的.虽然这个随机试验的结果不具有数量性质,但我们可以用变量 ξ 来表示这个随机试验的结果.我们运用赋值法,规定 $\xi=1$ 时,表示正面向上,$\xi=-1$ 时,表示反面向上.

[师](用赞叹的口气)太棒了,真是好极了(这时课堂气氛热烈而不乱,全体同学都用赞许的目光看着这位同学,并掌声雷鸣).

[生]请问老师,如果我令 $\xi=0$ 表示反面

备课札记

备课札记

向上，$\xi=1$ 表示正面向上；或者令 $\xi=2$ 表示正面向上，$\xi=1$ 表示反面向上；或令 ξ 为奇数时表示正面向上，ξ 为偶数时表示反面向上. 这样设法，你看行吗？

[师]刚才这位同学提问的十分好，他敢于提出问题，把自己的想法提出来，让我来辨析，现在我来征求大家的意见，你们看行不行？

[生](齐声回答)可以.

[师](追问)为什么？

[生]这个随机试验的结果不具有数量的性质，只要我们赋予不同的结果不同的数值，能区分开就可以了.

[师]好. 他点出了实质性内容：这个随机试验的结果是不具有数量的性质，而这个随机变量的取值是我们规定的. 这就告诉我们，1°任何一个随机试验的结果都可以进行量化；2°同一个随机试验的结果的随机变量可能取不同的值(这两点板书).

[师]某人去商厦为所在公司购买玻璃水杯若干只，公司要求至少要买 50 只，但不得超过 80 只. 商厦有优惠规定：一次购买这种水杯小于或等于 50 只的不优惠. 大于 50 只的，超出的部分按原价格的 7 折优惠. 已知水杯原来的价格是每只 6 元. 这个人一次购买水杯的只数 ξ 是一个随机变量，那么他所付款是否也为一个随机变量呢？这两个随机变量有什么关系呢？

留给学生一定的思考时间，让他们讨论、争论.

[生]付款的总额也是一个随机变量，这两个随机变量不是相互独立的，而是相互制约的，它们的关系式为 $\eta=50\times6+(\xi-50)\times6\times0.7=300+6\xi-21=6\xi+279$. 其中 $50\leqslant\xi\leqslant80$.

[师]刚才这位同学回答的是否正确？

[生](齐声回答)正确. 但不严密，ξ 是一个离散型变量，应增加一个条件，$\xi\in\mathrm{N}$ 更好.

[师]请问 ξ 与 η 这种关系式，我们以前学过吗？你们能推广吗？

[生]η 是 ξ 的一次函数(线性函数)，一般地，若 ξ 是随机变量，$\eta=a\xi+b$，其中 a、b 是常数，则 η 也是随机变量.

[师]刚才推广的结论实质是一个随机变量函数 $f(\xi)$(线性的)，你们能否再进一步推广呢？

[生]若 ξ 是随机变量，$f(x)$ 是函数，则 $f(\xi)$ 也是随机变量.

[师]$f(x)$ 是所有的函数都可以吗？是否有限制条件？什么样的条件？

这时学生沉思，教师走到学生中间，与他们共同分析探讨，然后由学生总结概括出 $f(x)$ 所需要的附加条件.

[生]$f(x)$ 的图象不能间断，或者 $f(x)$ 是一个单调函数.

[师]你们能列举出类似随机变量的函数吗？

[生]我在无线电兴趣小组学习时，老师讲过：在无线电接收中，某时刻收到的信号是一个随机变量 ξ，把这个信号通过平方检波器，输出的信号 η 也是一个随机变量，它们满足 $\eta=\xi^2$，即随机变量的函数式.

[生]我在物理奥林匹克班培训时，有过这样的问题：在统计物理中，已知分子运动速度 ξ 的分布值，求其动能 η 的分布值. η 是 ξ 的一个二次函数，$\eta=\frac{1}{2}m\xi^2$，m 为分子的质量.

[生]根据刚才两位同学讲的，我认为若 ξ 是随机变量，那么 $\eta=a\xi^2+b\xi+c$ 也是一个随机变量.

[师]刚才两位同学举的例子都是很好的，他们能灵活地把课外所学到的知识无私地奉献给大家共享. 同时，也说明了数学在其他学科中的应用，体现了数学的应用价值.

[师]现在，我们再看一道应用题：某城市出租汽车的起步价为 10 元，行驶路程不超出 3 km 时，租车费为 10 元，若行驶路程超出 3 km，则按每超出 1 km 收费为 1.8 元计费(超出不足1 km的部分按 1 km 计). 若行驶路程超过5 km，则按每超出 1 km 收费为 2.7 元计费. 从这个城市的民航机场到某宾馆的路程15 km，某司机常驾车在机场与此宾馆之间接送旅客，由于行车路线的不同以及中途停车时间要转换成行车路程(这个城市规定，每停车 5 分钟时间按 1 km 路程计费)，这个司机一次接送旅客的实际行车路程 ξ 是一个随机变量. 问他所收租车费 η 与 ξ 的关系式是什么？

[生]$\eta=10+1.8\times2+(\xi-5)\times2.7=13.6+2.7\xi-13.5=2.7\xi+0.1$，显然，$\eta$ 也是随机变量.

Ⅲ. 课堂练习

1. 写出下列各随机变量可能的值，并说

明随机变量所取的值所表示的随机试验的结果：

(1)从一个装有编号为1号到10号的10个球的盒子中任取1球，被取出的球的编号为ξ；

(2)一个罐中装有10个红球，5个绿球，从中任取4个球，其中所含红球的个数为ξ；

(3)抛掷两个骰子，所得点数之和为ξ，所得点数之和是偶数为η；

(4)张华在射击训练中，接连不断地射击，首次命中目标需要的射击次数η；

(5)某电动工具制造公司，加工某种轴承，其轴承最外边的外径与规定的外径尺寸之差为η；若误差规定不大于5，则η又为何值？

答案：(1)ξ可取1,2,3,…,10. $\xi=k$表示取出第k号球.

(2)ξ可取0,1,2,3,4. $\xi=k$表示取出k个红球，$4-k$个绿球，其中$k=0,1,2,3,4$.

(3)ξ可取2,3,4,5,…,12. 若以(i,j)表示抛掷甲、乙两个骰子后骰子甲得i点且骰子乙得j点，则$\xi=2$，表示(1,1)；$\xi=3$，表示(1,2)，(2,1)；$\xi=4$，表示(1,3)，(2,2)，(3,1)；……；$\xi=12$，表示(6,6)；η可取2,4,6,…,12.

(4)η可取1,2,3,4,…，$\eta=i$表示前$i-1$次射击都未命中目标，第i次射击命中目标.

(5)η可取$(-\infty,+\infty)$中的数，第二个η的取值是$[-5,5]$中的数.

2.举出一些随机变量的例子，并指出是离散型随机变量，还是连续型随机变量(将班级分成五个小组，先讨论，然后每组推举一名代表汇报结果).

第一组：我们班级在2002年体检的视力检查中，左眼最好的视力为5.00，最坏的视力为3.00，那么我们班49位同学的左眼视力为ξ，它是一个连续型随机变量，它可以取[3.00,5.00]中的数.

第二组：从26张已编号的卡片(从1号到26号)中任取一张，被取出的卡片的号数ξ是离散型随机变量，$\xi=1,2,3,\cdots,26$.

第三组：甲、乙两个盒子各有黑白围棋子6个，分别编号为1到6号，随机从甲、乙两个盒中各取出一个棋子，其编号之和ξ是一个离散型随机变量，$\xi=2,3,4,\cdots,12$.

第四组：我们在测量电阻值的实验中，测量的电阻值与实际的电阻值之差为ξ，这是一个连续型随机变量，可取$(-\infty,+\infty)$中的值.

第五组：一辆大众2000型的小汽车的最高时速是每小时220 km，由甲地到乙地的时速可以在规定范围内选择，那么它的速度η是一个连续型随机变量，它行驶的路程也是一个连续型随机变量ξ，其中η可以取区间(0,220]内的值.

[师]以上五组同学列举的例子都是很好的，也都是我们身边的数学，你们的想象能力、语言组织能力都比我们老师要棒，希望你们继续努力，要注意列举实例的科学性和严密性.

Ⅳ.课时小结(先请同学进行小结回顾，然后教师点评)

本节课我们共同研究讨论了随机变量的定义及它们的分类，即离散型随机变量和连续型随机变量，又讨论了随机试验所具备的三个条件，产生了随机变量ξ所满足的三个特征：(1)可用数来表示；(2)试验之前可以判断其可能出现的所有值；(3)在试验之前不能确定取何值. 第三个层次，我们讨论了随机变量函数及其满足的条件，$f(x)$具有连续性或单调性，那么$f(\xi)$是随机变量.

Ⅴ.课后作业

(一)课本P_8习题1.1　1.

(二)举出两个随机变量的例子，要求离散型随机变量和连续型随机变量的例子各一个.

板书设计

§1.1.1　离散型随机变量的分布列(一)

1.随机变量的定义.

2.随机变量的分类：(1)离散型随机变量；(2)连续型随机变量.

3.随机试验及随机变量所具备的特征.

问题1：张昊射击命中的环数为0环，1环，2环，…，10环.

问题2：次品可能的件数为0件，1件，….

问题3：红外线探头工作情况.

问题4：高三(1)班学生身高情况.

备课札记

备课札记

(一)出租车收费例题：

$\eta=2.7\xi+0.1$.

(二)随机变量函数所具备的条件：$f(x)$是连续函数或单调函数.

(一)学生列举的随机变量函数的例子.

(1)$\eta=\xi^2$；(2)$\eta=\frac{1}{2}m\xi^2$.

(二)五组讨论的五个实例.

第二课时

课　题

§1.1.2　离散型随机变量的分布列(二)

教学目标

(一)教学知识点

1.离散型随机变量的分布列、随机变量ξ的取值范围及取这些值的概率、分布列的两个基本性质.

2.离散型随机变量在某一范围内取值的概率等于它取这个范围内各个值的概率之和.

3.研究独立重复试验及相关的二项分布.

(二)能力训练要求

1.会求某些简单的离散型随机变量的分布列.

2.能根据分布列求出某事件的概率.

3.培养学生的收集信息、分析问题和解决问题的实际应用能力.

(三)德育渗透目标

通过离散型随机变量的分布列和独立重复试验及相关的二项分布列的学习，使学生了解社会、热爱人生、热爱生命、学会生存、学会审美、学会收集信息和处理信息的能力，培养学生爱国精神和为中华民族的伟大复兴和崛起而发奋读书的意识，培养学生刻苦钻研的坚强毅力等非智力因素，让他们树立自信心.

教学重点

离散型随机变量的分布列和二项分布，特别是运用分布列研究有关随机变量的概率，研究独立重复试验及其相关的二项分布.

教学难点

离散型随机变量的分布列的两个性质，二项分布$P(\xi=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$与二项式定理的联系与区别.

教学方法

主动建构式的教学方式——在教师的正确引导下，由学生已学过的有关知识，如离散型随机变量ξ的取值及所取的值对应的概率，让学生积极主动地建构出离散型随机变量的分布列，由n次独立重复试验发生k次的概率，主动建构二项分布这一重要的离散型随机变量的分布列.

教具准备

实物投影仪或幻灯机、幻灯片(两张)

第一张：(记作§1.1.2 A)

问题1：抛掷一个骰子，设得到的点数为ξ，则ξ的取值为______.ξ取各个值的概率是______.

问题2：连续抛掷两个骰子，得到的点数之和为ξ，则ξ取哪些值？对于任一个ξ的概率是什么？

第二张：(记作§1.1.2 B)

问题3：张华连续将一枚硬币抛掷10次，其中正面向上次数的随机变量为ξ，则ξ的取值为哪些？ξ的各个值所对应的概率又是什么呢？请同学们计算，并设计1张表格，将有关数值填写进去.

问题4：在上述问题中，如果张华是连续抛掷n次，其中正面向上的次数为ξ，情况又如何呢？请你们也设计一张表格，并考虑对于所有ξ的值对应的各个概率之和为定值吗？你能将上述问题再进一步推广到一般情形吗？

教学过程

Ⅰ.课题导入

同学们，上学期我们学习了概率知识，其中有这样的一个试验，(教师拿出一枚硬币)抛掷一枚硬币正面向上和反面向上的概率都是$\frac{1}{2}$(教师边说边演示)，上节课我们也讨论

这个随机试验中的随机变量，我们可以规定正面向上记为0，反面向上记为1，（板书0，1及概率$\frac{1}{2}$，这时黑板上呈现

	正	反
	0	1
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

的表格）这样我们把随机变量及相应的概率都一一列举出来，这就是我们今天这节课要学习的内容：离散型随机变量的分布列（二）（板书课题，左上角）.

Ⅱ.讲授新课

1.［师］（教师放幻灯片A），请同学们看这样的两个问题：

问题1：抛掷一个骰子，设得到的点数为ξ，则ξ的取值为________，每一个ξ所对应的概率是________.（用纸片遮住问题2）

［生］（走到讲台上，边讲边写）ξ的取值为1，2，3，4，5，6（板书），骰子各面向上的概率都是均等的，即等于$\frac{1}{6}$.于是就有任何一个随机变量ξ所对应的概率都是$\frac{1}{6}$.

点评：这时学生就模仿老师讲课的姿势，按刚才掷硬币正面向上所得概率的表列一样写出：

	1	2	3	4	5	6
	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

写完后，学生高兴地回到座位上.

［师］讲得很好，但上述表中有点问题，两行数字，哪一行是随机变量ξ的值，哪一行是ξ对应的概率的值呢？

［生］你写在黑板上的表格也是这样的，我是照着你的样子写的.

［师］这是我的错误，向大家检讨，做事应严谨，要一丝不苟才行.（教师实事求是的教学态度赢得广大学生的信任和高度的赞扬，这时课堂上的气氛开始活跃了，学生研究问题、探究问题的情绪高涨）我现在把这两张表格补齐（第一行写上ξ，第二行写上P）.现在我们再来看问题2：连续抛掷两个，求所得的两个骰子的点数之和ξ的取值及各个ξ对应的概率是什么？

［生］（站起来走到讲台上，拿起粉笔，边讲边写）由于骰子是均匀的，每个面向上的概率都是相等的，即$\frac{1}{6}$，而这两个骰子所得点数的取值是相互独立的.抛一个骰子得到的点数为1，2，3，4，5，6.连续抛掷两个骰子，将以相同的概率$\frac{1}{36}$得到以下36种结果之一：

（板书如下）

(1,1)，(1,2)，(1,3)，(1,4)，(1,5)，(1,6)；
(2,1)，(2,2)，(2,3)，(2,4)，(2,5)，(2,6)；
(3,1)，(3,2)，(3,3)，(3,4)，(3,5)，(3,6)；
(4,1)，(4,2)，(4,3)，(4,4)，(4,5)，(4,6)；
(5,1)，(5,2)，(5,3)，(5,4)，(5,5)，(5,6)；
(6,1)，(6,2)，(6,3)，(6,4)，(6,5)，(6,6).

以上的(i,j)表示抛出的第一个骰子得i点，且第2个骰子得j点.设两个骰子的点数之和为ξ，则ξ的取值及对应的概率如下表：

ξ	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

［生］刚才的36种情形可以不要一一列举出来，我们可以用数形结合思想法，作出$\xi=i+j\in[2,12]$，$\xi\in\mathbf{N}$在坐标系中的点.这个图1-1中ξ的取值情况一目了然，ξ的取值就是6×6正方形中的点（36个点）求横坐标与纵坐标之和，由对称性，区域关于直线$y=x$对称，故只有11个值.然后再利用对称性找出ξ的每个值的概率，从图形中，这样的点出现的次数（关于$y=x$对称），如$\xi=3$时，直线$y=x$两侧各有一个点(1,2)，(2，1)，概率$P(\xi=3)=\frac{2}{36}$；又如$\xi=4$时，直线$y=x$两侧各有一个点(1,3)，(3,1)，但直线上还有一点(2,2)，这样$\xi=4$就对应着3个点，它所对应的概率为$\frac{3}{36}$.余下的以此类推得到上述同学列出的概率表格.这就是我的想法，请老师和同学批评指正（这时班级同学给予掌声鼓励）.

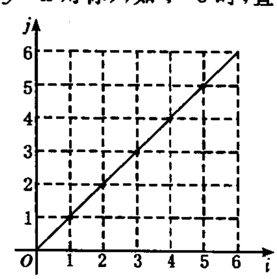


图1-1

［师］刚才两位同学的精彩表演，给我很大的启发，他们都是爱动脑筋，勤于思考的学生，这也是我们班级很有特色的学风.同学们严密科学的论证、实事求是的作风、谦虚务实的态度、敢于创新的勇气值得我们教师学习.

（学生被我这番小结深深感动，对教师的

备课札记

备课札记

敬佩油然而起，课堂气氛十分活跃，打破师生之间的界限，这种融洽的、和谐的、民主的教学氛围是学生积极主动建构新知识最佳的途径之一）

[师]问题1和2中随机变量ξ可能取的值，以及ξ取这些值的概率，从表中直观上可以看出这些. 此表从概率的角度指出了随机变量在随机试验中取值的分布状况，称为随机变量ξ的概率分布. 如何给出定义呢？

[生]就是把刚才两个问题中的具体数字抽象化就可以了.

[师]你说说看，如何抽象呢？又怎样表述呢？

[生]设离散型随机变量ξ可能取的值为$x_1,x_2,\cdots,x_n,\cdots$，$\xi$取每一个值$x_n(n=1,2,3,\cdots)$的概率$P(\xi=x_n)=p_n$，则称表

ξ	x_1	x_2	x_3	…	x_n	…
P	p_1	p_2	p_3	…	p_n	…

为随机变量ξ的概率分布，简称为ξ的分布列.（教师根据学生抽象概括的语言进行总结，并板书分布列的定义）

[师]问题1和2的两个随机变量ξ的概率分布表可以得出这个表格具有什么性质呢？连同我开始讲的抛掷硬币正面向上的概率分布（教师边说边指向黑板），从这三个问题中进行总结概括.

[生]任何一个随机变量ξ的概率p_n都是大于或等于0的，即$p_i\geqslant 0(i=1,2,3,\cdots)$.（教师板书）

[师]请同学们再观察表格对于ξ所取的所有值x_i而言，所有的概率p_i满足什么关系呢？

[生]由“硬币”问题有：$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$；由问题1有：$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=1$；由问题2有：$\frac{1}{36}+\frac{2}{36}+\frac{3}{36}+\frac{4}{36}+\frac{5}{36}+\frac{6}{36}+\frac{5}{36}+\frac{4}{36}+\frac{3}{36}+\frac{2}{36}+\frac{1}{36}=1$，于是我们可以猜想：一般地，应有$p_1+p_2+\cdots+p_n+\cdots=1$. 但我没有办法证明这是正确的还是错误的.（该生也走上讲台，指着三张表，进行总结概括，然后在$p_i\geqslant 0$下方写出猜想）.

[师]他的猜想是正确的. 这样我们就得到了随机变量的分布列的两个重要性质：(1)$p_i\geqslant 0,i=1,2,3,\cdots$；(2)$p_1+p_2+\cdots+p_n+\cdots=1$. 这两条性质都是由直觉猜想而得到的，这种思想方法在科学领域中是十分重要的，不少科学的发明、发现都是依靠直觉提出猜想和预见，然后再通过大量的试验或科学论证，才得到证实或否定，这样才能推动科学技术的发展，所以我们在以后的学习中要大胆猜想、科学地证明.

（课堂反应：学生的脸上充满了喜悦的情绪，他们在议论着教师的总结）

[师]（打出幻灯片B），现在请同学们看问题3，并运用我们学过的知识回答问题.

[生]（走向讲台，指着银幕说）连续抛掷10次，正面向上的次数ξ取值为0，1，2，3，…，10共11个值. 每一个ξ对应的概率为$P(\xi=k)=C_{10}^{k}(\frac{1}{2})^{k}\cdot(1-\frac{1}{2})^{10-k}=C_{10}^{k}\cdot(\frac{1}{2})^{n}$，这是由$n$次独立重复试验发生$k$次的概率$P_n(k)=C_n^kp^k(1-p)^{n-k}$而得到的. 可以得下表：

ξ	0	1	2	3
P	$C_{10}^{0}(\frac{1}{2})^{10}$	$C_{10}^{1}(\frac{1}{2})^{10}$	$C_{10}^{2}(\frac{1}{2})^{10}$	$C_{10}^{3}(\frac{1}{2})^{10}$

ξ	4	…	k	…	10
P	$C_{10}^{4}(\frac{1}{2})^{10}$	…	$C_{10}^{k}(\frac{1}{2})^{10}$	…	$C_{10}^{10}(\frac{1}{2})^{10}$

[师]回答得很好，完全正确. 对问题3，我们推广到一般情况呢？（打出问题4）

[生]在一次随机试验中，某事件可能发生也可能不发生，在n次独立重复试验中这个事件发生的次数ξ是一个随机变量. 如果在一次试验中某事件发生的概率是P，那么在n次独立重复试验中这个事件恰好发生k次的概率是$P(\xi=k)=C_n^kp^kq^{n-k}$，其中$q=1-p,k=0,1,2,3,\cdots,n$. 于是得到随机变量ξ的概率分布如下：

ξ	0	1	2	…	k	…	$n-1$	n
P	$C_n^0p^0q^n$	$C_n^1p^1q^{n-1}$	$C_n^2p^2q^{n-2}$	…	$C_n^kp^kq^{n-k}$	…	$C_n^{n-1}p^{n-1}q^1$	$C_n^np^nq^0$

（学生边说边板书，列出上述表格）

[师]由上述表格中各概率的表达式，我们能联想到什么呢？

[生]由$C_n^0p^0q^n,C_n^1p^1q^{n-1},\cdots,C_n^kp^kq^{n-k},\cdots,C_n^np^nq^0$，我们联想到二项式定理$(q+p)^n$的展开式：$C_n^0p^0q^n+C_n^1p^1q^{n-1}+\cdots+C_n^kp^kq^{n-k}$

$+\cdots+C_n^n p^n q^0$. 它们分别是这个展开式中的项. $C_n^k p^k q^{n-k}$是展开式中的第 $k+1$ 项($k=0$, $1,2,\cdots,n$)中的各个值.

[师]联想的正确. 由于 $C_n^k p^k q^{n-k}$恰好是二项展开式 $(q+p)^n=C_n^0 p^0 q^n+C_n^1 p^1 q^{n-1}+\cdots+C_n^k p^k q^{n-k}+\cdots+C_n^n p^n q^0$ 中的第 $k+1$ 项(这里 k 可取 $0,1,2,3,\cdots,n$)中的各个值,所以,称这样的随机变量 ξ 服从二项分布. 记作 $\xi\sim B(n,p)$,其中 n,p 为参数,并记 $C_n^k p^k q^{n-k}=b(k;n,p)$.

例如:抛掷一个骰子,得到任一确定点数(比如 2 点)的概率都是$\frac{1}{6}$. 重复抛掷骰子 n 次,得到此确定点数的次数 ξ 服从二项分布,$\xi\sim B(n,\frac{1}{6})$.

又如,重复抛掷一枚硬币 n 次,得到正面向上的次数 ξ 服从二项分布,$\xi\sim B(n,\frac{1}{2})$. 二项分布是一种常见的离散型随机变量的分布.

2. 课本例题

某一射手射击所得环数 ξ 的分布列如下:

ξ	4	5	6	7	8	9	10
P	0.02	0.04	0.06	0.09	0.28	0.29	0.22

求此射手"射击一次命中环数≥7"的概率.

[师](分析)"射击一次命中环数≥7"是指互斥事件"$\xi=7$""$\xi=8$""$\xi=9$""$\xi=10$"的和,根据互斥事件的概率加法公式,可以求得此射手"射击一次命中环数≥7"的概率.

[生](教师板书)解:根据射手射击所得环数 ξ 的分布列,有 $P(\xi=7)=0.09$, $P(\xi=8)=0.28$, $P(\xi=9)=0.29$, $P(\xi=10)=0.22$,所求的概率为 $P(\xi\geq 7)=0.09+0.28+0.29+0.22=0.88$.

[师]若求此射手"射击一次命中环数≥6"的概率.

[生]由上述问题知:$P(\xi\geq 7)=0.88$,所以 $P(\xi\geq 6)=P(\xi=6)+P(\xi\geq 7)=0.06+0.88=0.94$.

[师]此射手"射击一次命中环数<4"的概率.

[生]由对立事件的概率公式 $P(\overline{A})=1-P(A)$,我们只要计算 $P(\xi\geq 4)$的概率. 因为 $P(\xi\geq 4)=P(\xi=4)+P(\xi=5)+P(\xi\geq 6)=0.02+0.04+0.94=1$,∴"命中环数小于4"的概率为 $1-1=0$.

[师]由此题可以看出:一般地,离散型随机变量在某一范围内取值的概率等于它取这个范围内各个值的概率之和(教师板书).

3. 精选例题

[例 1](2000 年高考题)某厂生产电子元件,其产品的次品率为 5%,现从一批产品中,任意地连续取出 2 件,其中次品数 ξ 的概率分布是

ξ	0	1	2
P			

解:由题意"任意连续取出 2 件"可认为两次独立重复试验,则次品数 ξ 服从二项分布. 即 $\xi\sim(2,0.05)$.

∴$\xi=0$ 时,$p_1=C_2^0 0.95^2=0.9025$,

$\xi=1$ 时,$p_2=C_2^1 0.95\times 0.05=0.095$,

$\xi=2$ 时,$p_3=C_2^2 0.05^2=0.0025$.

则 ξ 的概率分布为

ξ	0	1	2
P	0.9025	0.095	0.0025

[例 2](2004 年安徽省春季高考题)一个口袋有 5 只同样大小的球,编号为 1,2,3,4,5,从中同时取出 3 只,以 ξ 表示取出球最小的号码,求 ξ 的分布列.

分析:因为同时取出 3 只球,ξ 表示取出球的最小的号码,所以 ξ 的取值为 1,2,3.

解:当 $\xi=1$ 时,其他两球可在余下的 4 只球中任意选取. 因此其概率为$\frac{C_4^2}{C_5^3}=\frac{3}{5}$;当 $\xi=2$ 时,其他两球的编码在 3,4,5 中选取,因此其概率为$\frac{C_3^2}{C_5^3}=\frac{3}{10}$;当 $\xi=3$ 时,其只可能为 3,4,5 一种情况,概率为$\frac{1}{10}$,所以随机变量 ξ 的分布列为

ξ	1	2	3
p	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$

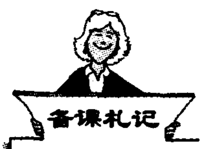
[例 3]在一袋中装有一只红球和九只白球. 每次从袋中任取一球,取后放回,直到取得红球为止,求取球次数 ξ 的分布列.

分析:袋中虽然只有 10 个球,由于每次任取一球,取后又放回. 因此应注意如下几点.

(1)一次取球两个结果:取红球(A)或取白球($\overline{A}$),且 $P(A)=0.1$;

(2)取球次数 ξ 可能取 $1,2,\cdots$;

(3)由于"取后放回". 因此,各次取球相互独立.



备课札记

解：ξ的所有可能取值为$1,2,\cdots,n,\cdots$.

令A_k表示第k次取得红球，则由于各次取球相互独立，且取到红球的概率为$p=0.1$，于是得$P(\xi=1)=P(A_1)=p=0.1$，

$P(\xi=2)=P(\overline{A}_1A_2)=P(\overline{A}_1)P(A_2)=0.9\times0.1$.

……

$P(\xi=k)=P(\overline{A}_1\overline{A}_2\cdots\overline{A}_{k-1}\cdot A_k)$

$=P(\overline{A}_1)P(\overline{A}_2)\cdots P(\overline{A}_{k-1})P(A_k)$

$=(1-p)(1-p)\cdots(1-p)p$

$=0.9\times0.9\times\cdots0.9\times0.1$

$=0.9^{k-1}\times0.1$.

因此，分布列为

ξ	1	2	3	…	k	…
P	0.1	0.9×0.1	$0.9^2\times0.1$	…	$0.9^{k-1}\times0.1$	…

评析：此例进一步抽象可表述为：在每次试验时，若事件A发生的概率为p，$\overline{A}$发生的概率为$q=1-p$，则事件A首次发生的试验次数ξ是一个随机变量，它的取值为$1,2,\cdots,n,\cdots$，其分布列为

ξ	1	2	3	…	k	…
P	p	qp	q^2p	…	$q^{k-1}p$	…

这类分布称为几何分布.

这一模型具体化可表现在射击命中目标次数的讨论、也可体现在产品次品的抽查上，…教材中曾多次出现，你能化归为一类数学模型去认识它们吗？

[例4]某同学计算得一离散型随机变量ξ的分布列如下：

ξ	-1	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

试说明该同学的计算结果是否正确.

错解：以上计算结果正确.

错因：由概率的性质可知，任一离散型随机变量的分布列都具有下述两个性质：

(1)$p_i\geqslant0,i=1,2,\cdots$；

(2)$p_1+p_2+\cdots=1$(总概率为1).

故只要有一条不满足，所得结果都不可能是任何离散型随机变量的分布列.

解：因为

$p_1+p_2+p_3=P(\xi=-1)+P(\xi=0)+P(\xi=1)=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{11}{12}<1$.

不满足总概率为1这一条件，因而该同学的计算结果是错误的.

Ⅲ.课堂练习

(一)课本P_8练习第4题.

(二)补充练习题

A.选择题

1.设随机变量ξ的分布列为$P(\xi=i)=a(\frac{1}{3})^i,i=1,2,3$，则$a$的值为 …… (　　)

A.1　B.$\frac{9}{13}$　C.$\frac{11}{13}$　D.$\frac{27}{13}$

答案：D

解析：$P(\xi=1)=a\cdot\frac{1}{3}$，$P(\xi=2)=a\cdot(\frac{1}{3})^2$，$P(\xi=3)=a\cdot(\frac{1}{3})^3$，

由$P(\xi=1)+P(\xi=2)+P(\xi=3)=1$，

知$a\cdot(\frac{1}{3})+a\cdot(\frac{1}{3})^2+a\cdot(\frac{1}{3})^3=1$.

$\therefore a=\frac{27}{13}$.故本题应选D.

2.设离散型随机变量ξ的概率分布如下：

ξ	1	2	3	4
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	p

则p的值为 …………………… (　　)

A.$\frac{1}{2}$　B.$\frac{1}{6}$　C.$\frac{1}{3}$　D.$\frac{1}{4}$

答案：C

解析：$\because P(\xi=1)=\frac{1}{6}$，$P(\xi=2)=\frac{1}{3}$，$P(\xi=3)=\frac{1}{6}$，

$P(\xi=1)+P(\xi=2)+P(\xi=3)+p=1$，

$\therefore p=1-\frac{1}{6}-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$.

故本题应选C.

3.如果ξ是一个离散型随机变量，那么下列命题中假命题是 ……………… (　　)

A.ξ取每一个可能值的概率是非负实数

B.ξ取所有可能值的概率之和为1

C.ξ取某两个可能值的概率等于分别取其中每个值的概率之和

D.ξ在某一范围内取值的概率大于它取这个范围内各个值的概率之和

答案：D

解析：离散型随机变量在某一范围内取值的概率等于它取这个范围内各个值的概率之和.

4.已知随机变量ξ服从二项分布，$\xi\sim B(6,\frac{1}{3})$，则$P(\xi=2)$等于 ………… (　　)