

国家级骨干教师通解

中学教材

创新 讲解

红本



主 编 洪鸣远

初三代数

吉林人民出版社

总策划：龍門書局



中学教材

创新

红本



讲解

初三代数

本册编者：李西敬

吉林人民出版社

(吉)新登字 01 号

严查盗版,奖励举报 (010)68001964

举报(订货)热线: (010)68001963

中学教材创新讲解·初三代数

责任编辑 关铁宁

封面设计 孙明晓

责任校对 陈洁美

版式设计 洪 铭

出 版 者 吉林人民出版社(中国·长春人民大街 4646 号 邮编:130021)

网 址 www.jlpph.com

发 行 者 各地新华书店

制 版 北京佳佳图文制作中心

印 刷 者 河北衡水蓝天印刷有限责任公司

开 本 880×1230 1/32

印 张 9.5

字 数 315 千字

版 次 2004 年 5 月第 2 版第 1 次印刷

印 数 00001 - 30100

标准书号 ISBN 7 - 206 - 04224 - 4/G·1335

定 价 11.50 元

如图书有印装质量问题,请与承印工厂调换。

再版前言

《中学教材创新讲解》又重新修订、出版了。

感谢全国各地广大师生一年来对本丛书的关注和厚爱。大量的读者来信使我们充满信心,许多极富创意的良言善策也是我们改进、提高本书的有效捷径。2004年《中学教材创新讲解》在秉承讲深、讲细,以全面解读教材的基础上,加入了适量的分层递进式配套练习题,便于学生边学边练,随时巩固。修订后的丛书具有以下特点:

同步 以课(节)为单位编写,严格依照课本的章节顺序,逐字、逐句、逐图、逐表、逐题地全面透视和深度解析教材。着力体现对教材的辅导与教师的授课进度同步、与学生的学习节奏同步、与中学测验考试同步,充分体现了对学生全程学习的关爱、帮助与精心呵护。

全面 通过对教材面的聚焦、点的展开,全面实现教材知识间的左右贯通,前后纵横,既高屋建瓴,又细致入微。其重点是:对教材线索脉络的梳理,对知识概念的阐释与运用,对知识间内涵本质的挖掘与联系,对各学科、各知识点学习方法的培养和引导。确保学生能关注的各知识点无遗漏。

创新 以人为本,以学为本,以学生的发展为本;充分体现新一轮中、高考改革精神,注重学生学科综合能力的培养与提高。依据新教材、提供新材料、开启新视野、引发新思路,激活学生的灵感,开发学生的潜能。思路新、栏目新、材料新。

权威 丛书各科均由国家级、省级骨干教师领衔主笔,强强联合,精英聚会。名师对教材内在精神

领会深,重点、难点摸得准,讲解有奇招、指导针对性强。他们的讲解直指学生学习的疑问点、易忘点、错解点,颇有独到之处,令教师、学生心领神会、心到神知。

本丛书在修订过程中,得到全国各地诸多教研室、学校及广大师生的帮助,在此一并致谢。尽管我们从策划到编写极尽努力,但书中可能仍有一些不足之处,望广大读者继续批评指正。

主编:洪鸣远

目

录

mu lu

第十二章 一元二次方程	1
一 一元二次方程	1
12.1 用公式解一元二次方程	1
12.2 用因式分解法解一元二次方程	15
12.3 一元二次方程的根的判别式	24
12.4 一元二次方程的根与系数的关系	34
12.5 二次三项式的因式分解(用公式法)	50
12.6 一元二次方程的应用	58
12.7 可化为一元二次方程的分式方程	69
二 简单的二元二次方程组	82
12.8 由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方 程组	82
12.9 由一个二元二次方程和一个可以分解为两个二元一 次方程的方程组成的方程组	92
本章专题精讲	101
本章检测	104
第十三章 函数及其图象	113
13.1 平面直角坐标系	113
13.2 函数	122
13.3 函数的图象	133
期中检测	141
13.4 一次函数	146
13.5 一次函数的图象和性质	154
13.6 二次函数 $y = ax^2$ 的图象	173
13.7 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象	183

13.8 反比例函数及其图象	203
本章专题精讲	218
本章检测	225
 第十四章 统计初步	 233
14.1 平均数	233
14.2 众数与中位数	243
14.3 方差	251
14.4 用计算器求平均数、标准差与方差	251
14.5 频率分布	263
本章专题精讲	274
本章检测	278
期末检测	287

第十二章 一元二次方程

一 一元二次方程

12.1 用公式解一元二次方程

教材全解

知识点1 一元二次方程的概念

定义 只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是2,这样的整式方程叫一元二次方程.

提醒 (1)一元二次方程必须是整式方程;

(2)一元二次方程的“元”和“次”都是对合并同类项之后而言的;

(3)一元二次方程的一般形式 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 中的 $a \neq 0$ 容易被忽略.

知识点2 直接开平方法

利用平方根的定义直接开平方求一元二次方程的根的方法叫做直接开平方法.

知识点3 配方法

先把方程中的常数项移到方程的右边,再把左边配成一个完全平方式,如果右边是非负数,就可以通过直接开平方法求解,这种解一元二次方程的方法叫做配方法.

配方法是一种重要的数学方法,它不仅在解一元二次方程上有应用,而且在数学的其它领域也有着广泛的应用.

用配方法解一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一般步骤:

(1)二次项系数化为1:方程两边同除以二次项系数;

(2)移项:使方程左边为二次项和一次项,右边为常数项;

(3)配方:方程两边都加上一次项系数一半的平方,把原方程化为 $(x+m)^2 = n$ 的形式;

(4)用直接开平方法解变形后的方程.

知识点4 公式法

用求根公式解一元二次方程的方法叫做公式法.

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的求根公式:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (b^2 - 4ac \geq 0)$$

一元二次方程求根公式的推导过程,就是用配方法解一般形式的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 的过程. 过程如下:

$\because a \neq 0, \therefore$ 方程两边同除以 a , 得

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0, \text{移项, 得 } x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}.$$

方程两边都加上一次项系数的一半的平方, 得 $x^2 + \frac{b}{a}x + (\frac{b}{2a})^2 = -\frac{c}{a} +$

$$(\frac{b}{2a})^2, \text{即 } (x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}.$$

$\because a \neq 0, \therefore a^2 > 0$, 当 $b^2 - 4ac \geq 0$ 时, $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ 是非负数.

根据平方根的定义, 得 $x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

说明: (1) 被开方数 $b^2 - 4ac$ 必须是非负数, 否则 $\sqrt{b^2 - 4ac}$ 没有意义;

(2) 由求根公式知, 一元二次方程的根是由其系数 a, b, c 决定的, 只要确定了 a, b, c 的值, 就可代入公式求一元二次方程的根.

用公式法解一元二次方程的一般步骤:

(1) 把方程化为一般形式, 确定 a, b, c 的值;

(2) 求出 $b^2 - 4ac$ 的值;

(3) 若 $b^2 - 4ac \geq 0$, 则把 a, b, c 及 $b^2 - 4ac$ 的值代入一元二次方程的求根公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, 求出 x_1, x_2 ; 若 $b^2 - 4ac < 0$, 则方程没有实数根.

解题能力培养 // 基础篇

1. 方程根的定义

例 1 关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 + x + a^2 - 1 = 0$ 的一个根是 0, 则 a 的值为 ()

- A. 1 B. -1 C. 1 或 -1 D. $\frac{1}{2}$

【解析】 已知方程的一个根, 求字母系数的值, 可将这个根代入原方程求解. 最后注意检验二次项系数是否不为零.

【解】 把 $x=0$ 代入原方程, 得 $a^2 - 1 = 0$.

$$\therefore a = \pm 1.$$

当 $a=1$ 时, 原方程变形为 $x=0$, 非一元二次方程.

$\therefore$ 应舍去 $a=1$.

$\therefore a = -1$. 故选 B.

【点拨】解此类题, 不要忽略二次项系数不为零这一重要条件.

2. 一元二次方程的定义

例 2 已知关于 x 的方程 $(p+3)x^{p^2-7} + (p-3)x - 2 = 0$ 是一元二次方程, 试求 p 的值并解这个一元二次方程.

【解析】根据一元二次方程的定义, 此方程为一元二次方程的条件是 $p^2 - 7 = 2$, 且 $p + 3 \neq 0$.

【解】由一元二次方程的定义, 知

$$\begin{cases} p^2 - 7 = 2, \\ p + 3 \neq 0. \end{cases}$$

解之, 得 $p = 3$.

$\therefore$ 这个一元二次方程为 $6x^2 - 2 = 0$.

$$\therefore x^2 = \frac{1}{3}.$$

$$\therefore x_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}, x_2 = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

3. 一元二次方程的解法

例 3 用适当的方法解下列方程:

(1) $4(x-3)^2 = 25$;

(2) $4x^2 - 4x - 7 = 0$;

(3) $2x^2 - 7x + 2 = 0$;

(4) $(x-1)(x+3) = 12$.

【解析】根据方程的特征, 方程(1)适合于用直接开平方法; 方程(2)适合于用配方法; 方程(3)适合于用公式法; 方程(4)应展开整理为一般形式后, 根据其特征选择解法.

【解】(1) 原方程变形为 $(x-3)^2 = \frac{25}{4}$.

两边开平方, 得 $x-3 = \pm \frac{5}{2}$.

$$\therefore x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{11}{2}.$$

(2) 移项, 得 $4x^2 - 4x = 7$.

配方, 得 $4x^2 - 4x + 1 = 7 + 1$,

$$(2x-1)^2 = 8.$$

解这个方程, 得 $2x-1 = \pm 2\sqrt{2}$.

$$\therefore x_1 = \frac{1+2\sqrt{2}}{2}, x_2 = \frac{1-2\sqrt{2}}{2}.$$

$$(3) \because a=2, b=-7, c=2, \\ b^2-4ac=(-7)^2-4 \times 2 \times 2=33,$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{7 \pm \sqrt{33}}{4},$$

$$\therefore x_1 = \frac{7+\sqrt{33}}{4}, x_2 = \frac{7-\sqrt{33}}{4}.$$

$$(4) \text{把方程的左边展开,得 } x^2+2x-3=12.$$

$$\text{整理,得 } x^2+2x-15=0.$$

$$\text{配方,得 } (x+1)^2=16.$$

$$\text{解这个方程,得 } x+1=\pm 4.$$

$$\therefore x_1=3, x_2=-5.$$

4. 字母系数的方程的解法

例 1 解下列关于 x 的方程:

$$(1) x^2 - m(3x - 2m + n) - n^2 = 0;$$

$$(2) (m+n)x^2 + (4m-2n)x + n-5m = 0.$$

【解析】 解字母系数的方程时, x 是未知数, 其它字母看成 x 的系数或常数项; 方程(2)中的字母 m, n 没有限制, 所以不一定是一元二次方程, 因此要分 $m+n=0$ 和 $m+n \neq 0$ 两种情况讨论.

【解】 (1) 展开, 整理得

$$x^2 - 3mx + 2m^2 - mn - n^2 = 0.$$

$$\therefore a=1, b=-3m, c=2m^2-mn-n^2,$$

$$\text{又} \because b^2-4ac=(-3m)^2-4 \times 1 \times (2m^2-mn-n^2)=(m+2n)^2 \geq 0,$$

$$\therefore x = \frac{3m \pm \sqrt{(m+2n)^2}}{2} = \frac{3m \pm (m+2n)}{2}, \therefore x_1 = 2m+n, x_2 = m-n.$$

(2) 分 3 种情况讨论

① 当 $m+n=0$ 且 $m \neq 0, n \neq 0$ 时, 原方程可化为 $(4m-2n)x + n-5m = 0$.

$$\therefore x = \frac{5m-n}{4m-2n} = \frac{5m+m}{4m+2m} = 1.$$

② 当 $m=n=0$ 时, x 为任意实数.

③ 当 $m+n \neq 0$ 时, $\therefore a=m+n, b=4m-2n, c=n-5m,$

$$\therefore b^2-4ac=(4m-2n)^2-4(m+n)(n-5m)=36m^2 \geq 0.$$

$$\therefore x = \frac{2n-4m \pm \sqrt{36m^2}}{2(m+n)} = \frac{2n-4m \pm 6m}{2(m+n)},$$

$$\therefore x_1 = 1, x_2 = \frac{n-5m}{m+n}.$$

5. 配方法的应用

例 2 试证明关于 x 的方程 $(m^2-8m+17)x^2+2mx+1=0$ 不论 m 为何值, 该

方程都是一元二次方程.

【解析】 本题是关于 x 的一元二次方程的一般式, 只要证明二次项系数不等于零即可.

【证明】 $\because m^2 - 8m + 17 = (m^2 - 8m + 16) + 1 = (m - 4)^2 + 1$,
 由于不论 m 为何值 $(m - 4)^2 \geq 0$,
 $\therefore (m - 4)^2 + 1 > 0$, 即 $m^2 - 8m + 17 > 0$.
 $\therefore$ 不论 m 为何值 $m^2 - 8m + 17$ 不等于 0.
 $\therefore$ 原方程一定是一元二次方程.

综合创新与应用 // 提高篇

【综合思维培养】

本节内容常与非负数的性质、不等式、二次根式、三角形、四边形等知识综合命题, 解答时要注意相关知识之间的联系与综合运用.

【例 6】 若一个三角形的三边长均满足方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$, 求这个三角形的周长.

【解析】 先解方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 求出方程的根, 然后根据“三角形三边关系定理”判断能否构成三角形, 进而求出这个三角形的周长.

【解】 解方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 得 $x_1 = 2, x_2 = 4$.

由已知条件知, 三角形的三边长可能为: 2, 2, 2; 4, 4, 4; 2, 2, 4; 2, 4, 4.

其中 $2 + 2 = 4$, 说明以 2, 2, 4 为边长构不成三角形, 而其他三组均满足三角形三边关系定理.

因此, 所求三角形的周长为 6 或 10 或 12.

【点拨】 这是一道隐含型考题, 解此类题, 一要注意写全三边长所有可能的组合, 二要注意检验三边长是否满足三角形三边关系定理.

【创新应用思维培养】

运用一元二次方程的根的定义进行推理、计算, 是近年来中考的新视角, 体现了对定义考查的新方式. 运用方程的根的定义解题有时非常简捷, 平时一定要加强对定义的理解与运用.

【例 7】 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两根之和为 S_1 , 两根的平方和为 S_2 , 两根的立方和为 S_3 , 求 $aS_3 + bS_2 + cS_1$ 的值.

【解析】 设方程的两根为 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 = S_1, x_1^2 + x_2^2 = S_2, x_1^3 + x_2^3 = S_3$,
 $ax_1^2 + bx_1 + c = 0, ax_2^2 + bx_2 + c = 0$, 运用代数式的变形技巧可求出 $aS_3 + bS_2 + cS_1$ 的值.

【解】 设方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两根分别为 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 = S_1, x_1^2 + x_2^2 = S_2, x_1^3 + x_2^3 = S_3, ax_1^2 + bx_1 + c = 0, ax_2^2 + bx_2 + c = 0$.
 $\therefore aS_3 + bS_2 + cS_1 = a(x_1^3 + x_2^3) + b(x_1^2 + x_2^2) + c(x_1 + x_2)$

$$\begin{aligned}
 &= (ax_1^3 + bx_1^2 + cx_1) + (ax_2^3 + bx_2^2 + cx_2) \\
 &= x_1(ax_1^2 + bx_1 + c) + x_2(ax_2^2 + bx_2 + c) \\
 &= x_1 \times 0 + x_2 \times 0 = 0.
 \end{aligned}$$

[点拨] 本题运用一元二次方程的根的定义求解,解答过程简捷明了.若运用一元二次方程的根与系数的关系(将在本章节第4节学习)求解,则过程要复杂的多.

考点链接 // 中考篇

本节内容在中考中主要考查一元二次方程的解法和方程根的定义,大多以填空题、选择题的形式命题.本节内容非中考热点,所占分值约为3~4分.

例8 (2002,宁夏)先从括号内①②③④备选项中选出合适的一项,填在横线上,将题目补充完整后再解答.

(1)如果 a 是关于 x 的方程 $x^2 + bx + a = 0$ 的根,并且 $a \neq 0$,求_____的值.

(① ab ; ② $\frac{b}{a}$; ③ $a+b$; ④ $a-b$)

(2)已知 $7x^2 + 5y^2 = 12xy$, 并且 $xy \neq 0$, 求_____的值.

(① xy ; ② $\frac{x}{y}$; ③ $x+y$; ④ $x-y$)

[解析] 留空回填,完善试题,是中考试题中的新亮点.解答此类试题,应着眼于题设条件的分析,看从中能推出何种结果.

补充:(1) $a+b$; (2) $\frac{x}{y}$.

[解] (1)由一元二次方程的根的定义,知 $a^2 + ba + a = 0$.

$\because a \neq 0, \therefore a + b + 1 = 0$, 即 $a + b = -1$.

(2)移项,得 $7x^2 - 12xy + 5y^2 = 0$.

$\because y \neq 0$,

$\therefore$ 方程两边同除以 y^2 , 得

$$7\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 12\left(\frac{x}{y}\right) + 5 = 0.$$

把 $\frac{x}{y}$ 看作一个整体,解得 $\frac{x}{y} = 1$ 或 $\frac{x}{y} = \frac{5}{7}$.

例9 (2003,烟台)设 a, b, c 都是实数,且满足 $(2-a)^2 + \sqrt{a^2+b+c} + |c+8| = 0, ax^2 + bx + c = 0$, 求代数式 $x^2 + x + 1$ 的值.

[解析] 欲求代数式 $x^2 + x + 1$ 的值,应先求出 a, b, c 的值.由于 $(2-a)^2, \sqrt{a^2+b+c}, |c+8|$ 都是非负数,其和等于零时这三个数都等于零,据此可求出 a, b, c 的值.

[解] $\because (2-a)^2 \geq 0, \sqrt{a^2+b+c} \geq 0, |c+8| \geq 0,$

$$\text{且 } (2-a)^2 + \sqrt{a^2+b+c} + |c+8| = 0,$$

$$\therefore \begin{cases} 2-a=0, \\ a^2+b+c=0, \\ c+8=0. \end{cases} \text{解这个方程组, 得 } \begin{cases} a=2, \\ b=4, \\ c=-8. \end{cases}$$

$$\therefore 2x^2+4x-8=0, \text{ 即 } x^2+2x-4=0.$$

$$\text{解得 } x = -1 \pm \sqrt{5}.$$

$$\therefore x+1 = \pm\sqrt{5}, \therefore x^2+x+1 = (x+1)^2 - x \\ = (\pm\sqrt{5})^2 - (-1 \pm \sqrt{5}) = 6 \pm \sqrt{5}.$$

〔点拨〕 先将 x^2+x+1 配方为 $(x+1)^2-x$, 再将 $x+1, x$ 的值代入可以减小计算的难度, 这也是化简、求值的常用方法.



实力检测

1. 下列方程中, 不是一元二次方程的是 ()

A. $x(x-1) = 1$

B. $\frac{1}{x^2} + \frac{4}{x} + 4 = 0$

C. $3x^2 - 5 = 0$

D. $2y(y-1) = 2-3y$

- 〔同类提高题〕 下列关于 x 的方程中, 一元二次方程的个数是 ()

(1) $\frac{1}{\sqrt{3}}x^2 - 6 = 0$;

(2) $mx^2 - 7x - n = 0$;

(3) $2x(x-1) - 6x - 7 = 2x^2$; (4) $\frac{1}{p}x^2 + qx + pq = 0$

(5) $(m^2+1)x^2 - mx + 3 = 0$; (6) $\sqrt{x^2-2x} = 1$.

A. 1

B. 3

C. 5

D. 6

2. 当 k 取何值时, 关于 x 的方程 $(k^2-1)x^2 + (k+1)x - 5 = 0$ 是一元二次方程? 是一元一次方程?

〔同类提高题〕 关于 x 的方程 $(m-n)x^2 + mx + n = 0$ 在什么条件下是一元二次方程? 在什么条件下是一元一次方程?

3. 关于 x 的方程 $(m-2)x^{(m)} + 2mx - 4 = 2m + 1$ 是一元二次方程, 则 $m =$ _____, 这个一元二次方程的一般形式为 _____.

〔同类提高题〕 已知关于 x 的方程 $(n-2)x^{(3n-4)} + 3nx + 3 = 0$ 是一元二次方程, 试求 n 的值, 并解这个一元二次方程.

4. 已知关于 x 的方程 $(k-1)x^2 + 5x + k^2 + 2k - 3 = 0$ 的一个根为零, 则 $k =$ _____.

〔同类提高题〕 已知 $x=3$ 是关于 x 的方程 $x^2 - ax - 3 = 0$ 的根, 求 $\sqrt{a^2-2a+1} + \sqrt{a^2-6a+9}$ 的值.

5. 如果代数式 $3x^2 - 6$ 的值为 21, 则 x 的值一定是 ()

A. 3 B. -3 C. ± 3 D. $\pm\sqrt{3}$

[同类提高题] 当 x 取何值时, 代数式 $4x^2 - 2x - 5$ 的值与代数式 $2x^2 + 1$ 的值互为相反数?

6. 已知关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两根分别为 1 和 -1, 那么 $a + b + c =$ _____, $a - b + c =$ _____.

[同类提高题] 若 $b (b \neq 0)$ 是关于 x 的方程 $2x^2 + cx + b = 0$ 的根, 则 $2b + c$ 的值为 ()

A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

7. 要使 $9a^{n^2-4n+6}$ 与 $3a^n$ 是同类项, 则 n 的值是 ()

A. 2 B. 3 C. 0 D. 2 或 3

[同类提高题] 已知最简二次根式 $\sqrt{2x^2 + x + 2}$ 与 $\sqrt{2x + 2}$ 是同类二次根式, 求 x 的值.

8. 用适当的方法解下列方程:

(1) $(4x - 3)^2 = (3x - 4)^2$;

(2) $x^2 - 4x = 8$;

(3) $2x^2 - 4x - 3 = 0$;

(4) $6x^2 - 7x - 20 = 0$.

[同类提高题] 解下列关于 x 的方程:

(1) $(a - b)x^2 + 2ax + (a + b) = 0 (a \neq b)$;

(2) $x^2 + 2(a + 3)x + 2a + 5 = 0$.

9. 已知 $2y^2 + y - 2$ 的值为 3, 则 $4y^2 + 2y + 1$ 的值为 ()

A. 10 B. 11 C. 10 或 11 D. 3 或 11

[同类提高题] 已知 x 为实数, 且 $x^2 - x - 2 = 0$, 那么 $\frac{x^2}{x+2} - \frac{x^2-x}{2}$ 的值为 _____.

10. 若 $x^2 - 4x + 4 + |y - 1| = 0$, 则 $x =$ _____, $y =$ _____.

[同类提高题] 已知 a, b, c 为实数, 且 $\sqrt{a^2 - 3a + 2} + |b + 1| + (c + 3)^2 = 0$, 求方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根.

11. 给出三个方程的求解过程, 其中正确的有 ()

(1) 解方程 $x^2 = 4x$, 两边同除以 x , 得 $x = 4$.

(2) 解方程 $5x^2 = 16$, 两边开方得 $5x = \pm 4$, 所以 $x_1 = \frac{4}{5}, x_2 = -\frac{4}{5}$.

(3) 解方程 $(x - 1)(x - 2) = 3$ 得 $x - 1 = 1, x - 2 = 3, \therefore x_1 = 2, x_2 = 5$.

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

[同类提高题] 下面是某同学在一次测验中解答的填空题:

(1) 若 $x^2 = a^2$, 则 $x = a$.

(2) 方程 $2x(x-1)=x-1$ 的解为 $x=0$.

(3) 若直角三角形有两边长分别为 3 和 4, 则第三边的长为 5.

其中答案完全正确的题目的个数为

()

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

12. 已知一元二次方程 $px^2+qx+r=0$ ($p \neq 0$) 的两个根分别是 0 和 -1, 求 $\frac{q}{p}$ 的值.

[同类提高题] 已知关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根之和为 m , 两根的平方和为 n , 求 $\frac{1}{2}an + \frac{1}{2}bm + c$ 的值.

13. $x^2 - \frac{n}{m}x + \underline{\hspace{2cm}} = (x - \underline{\hspace{2cm}})^2$.

[同类提高题] 证明关于 x 的方程 $(k^2-6k+12)x^2=3-(k^2-9)x$, 不论 k 取何实数, 该方程都是一元二次方程.

14. 已知三角形的两边长分别是 1 和 2, 第三边的长是方程 $2x^2-5x+3=0$ 的根, 求这个三角形的周长.

[同类提高题] 已知三角形的两边长分别是 3 和 4, 第三边的长是方程 $x^2-6x+5=0$ 的根, 试判断这个三角形的形状.

15. 已知关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的一个根是 1, 且 a, b 满足 $b = \sqrt{a-2} + \sqrt{2-a} - 3$, 求关于 y 的方程 $\frac{1}{4}y^2 - c = 0$ 的根.

[同类提高题] 已知 α, β 为不相等的实数, 且 $\alpha^2-7\alpha+12=0, \beta^2-7\beta+12=0$, 求 $|\alpha-\beta|$ 的值.

16. 已知 $\frac{1}{a} - |a| = 1$, 求 $\frac{1}{a} + |a|$ 的值.



实力检测参考答案

1. B

[同类提高题] B 点拨: (1) 方程中二次项系数 $\frac{1}{\sqrt{3}} \neq 0$, 它是一元二次方程; (2) 二次项系数 m 未明确不等于零, 当 $m=0$ 时, 它不是一元二次方程; (3) 方程可整理为 $8x+7=0$, 它不是一元二次方程; (4) 方程中二次项系数 $\frac{1}{p} \neq 0$, 所以, 它是一元二次方程; (5) 因为 $m^2+1 \neq 0$, 所以, 它是一元二次方程; (6) 方程中含有 $\sqrt{x^2-2x}$, 它不是整式方程, 所以, 不是一元二次方程. 所以, 一元二次方程有 3 个, 故选 B.

2. 当 $k \neq \pm 1$ 时, 是一元二次方程; 当 $k=1$ 时, 是一元一次方程.

[同类提高题] 解: 当 $m-n \neq 0$, 即 $m \neq n$ 时, 是关于 x 的一元二次方程; 当

$$\begin{cases} m-n=0, \\ m \neq 0 \end{cases} \text{ 即 } m=n \neq 0 \text{ 时, 是关于 } x \text{ 的一元一次方程.}$$

点拨: 本题考查一元一次方程、一元二次方程的定义, 若只考虑到 $m-n=0$ 时即为一元一次方程就错了. 因为当 $m=n=0$ 时, 就不是方程了.

3. $-2, 4x^2 + 4x + 1 = 0$.

[同类提高题] 解: 由一元二次方程的定义得 $\begin{cases} 13n-4=2, \\ n-2 \neq 0. \end{cases}$ 解之, 得 $n = \frac{2}{3}$.

$\therefore$ 这个一元二次方程为 $-\frac{4}{3}x^2 + 2x + 3 = 0$. 解之, 得 $x_1 = \frac{3+3\sqrt{5}}{4}, x_2 = \frac{3-3\sqrt{5}}{4}$.

点拨: 根据一元二次方程的定义确定字母的取值时, 要注意检验二次项系数是否不等于零.

4. $-3, 1$

[同类提高题]

解: 把 $x=3$ 代入方程 $x^2 - ax - 3 = 0$, 得 $3^2 - 3a - 3 = 0$.

解之, 得 $a=2$.

$$\therefore \sqrt{a^2 - 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9} = \sqrt{(a-1)^2} + \sqrt{(a-3)^2} = |a-1| + |a-3| = a-1+3-a=2.$$

点拨: 解答此类题应注意公式 $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & a \geq 0, \\ -a & a < 0 \end{cases}$ 的运用, 否则, 易因根式的化简而出错.

5. C

[同类提高题] $x=1$ 或 $x=-\frac{2}{3}$.

点拨: 本题考查互为相反数的意义与一元二次方程的解法, 若 $a+b=0$, 则 a, b 两数互为相反数.

6. 0, 0

[同类提高题] B 解: $\because b$ 是关于 x 的方程 $2x^2 + cx + b = 0$ 的根,

$$\therefore 2b^2 + bc + b = 0. \because b \neq 0, \therefore 2b + c + 1 = 0, \text{ 即 } 2b + c = -1. \text{ 故选 B.}$$

7. D

[同类提高题] 解: $\because$ 最简二次根式 $\sqrt{2x^2 + x + 2}$ 与 $\sqrt{2x + 2}$ 是同类二次根式,

$$\therefore 2x^2 + x + 2 = 2x + 2. \text{ 整理, 得 } 2x^2 - x = 0.$$

$$\text{解之, 得 } x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{经检验 } x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{2} \text{ 均符合题设要求. } \therefore x \text{ 的值为 } 0 \text{ 或 } \frac{1}{2}.$$

点拨: 解答与二次根式有关的问题, 不要忘记检验字母的取值能否使二次根式有