數學計算手冊

原編者 〔蘇聯〕郝赫洛夫
譯者 陳 白

文化圖書社

數學計算手冊

原編者〔蘇聯〕弗赫[illegible]夫
譯者 陳[illegible]白

文化圖書社

數學計算手册

★

50開 220面 123,000字 定價：精裝¥14,000 平裝¥9,500

原編者	А. И. ХОХЛОВ 郗赫洛夫
原出版者	ГОСТЕХИЗДАТ(國家技術出版社)
譯者	陳白
出版者 發行者	文化圖書社 上海虎丘路131號
印裝者	見本書末頁
經售者	全國公私營書店

1953年11月初版 (印數) 0001—3000册

上海市書刊發行業許可證第041號
上海市書刊出版業許可證(申請中)

譯　序

數學計算表格使用甚廣，流行的也很多。 但一般不是內容過略，限制了適用的範圍，就是篇幅太大，使用綦不方便。 這本書雖小，當得起"袖珍"二字，但其內容的充實，却較一般計算表册有過而無不及；除了對數表，自然三角函數表，對數三角函數表，平方，立方表之外，還有其他一些計算上常用的數表。

編者在原序中已把本書的特點說得很透澈；同時，由於這些數表在任何工作條件下使用的方便，以及書中所介紹計算方法的簡明而有效率，故原編者相信這本書能在實際的計算工作中得到最廣泛的使用。事實證明了這一點，原書 1947 年第二版的印數達 10 萬册。

隨着我國大規模的經濟和文化建設高潮的來臨，數學計算將日益頻繁，而表格的需要也將日益迫切。因此，譯者不揣淺陋將它譯出以介紹於國人，但錯誤之處想必難免，還請讀者多多指正！

陳　白

一九五三年六月

編者原序

在所有計算中，由數學計算表格所帶來的廣大便利是衆所週知的。經驗證明，幾乎所有實際的近似計算都可以用五位數的計算表格來進行，這時既不必按照比例部份“P. P.”表做內插法，而在使用對數表時也不必求出對數的定位部份而加以計算。這二者都是使計算者容易疲倦的主要原因，也就是錯誤產生的基本根源。

同時，不用“P.P.”表做內插法，和不求出對數的定位部份並加以計算，也大大地簡化和加速了計算的進行。這促使了我們來編這些篇幅較一般要減少很多的數表（主要適用於不必做內插法的計算）；此外它又促使我們來介紹最最簡單實用的、不必求出定位部份而加以計算的查對數表的方法。因此而使本書能以袖珍的形式出現。

本書列有對數表，自然三角函數表，對數三角函數表，以及其他一些在計算中時常需用的數表。在任何條件的工作中，這些表使用的方便，以及所介紹計算方法的簡單而有效率，允許我們來期望這些表在實際的計算中找到它最廣泛的應用。

目　次

近似計算的基本規則

1. 在加(或減)近似數值時,結果中所留的小數位數,應與相加(或相減)各項數值中最少的小數位數相等。

2. 在乘和除的時候,結果中所留的有效數字的位數,應和原來各近似數值中最少的有效數字位數相等。

【附註】所謂有效數字是指數值中的每一位數字,除了在數字末尾由四捨五入得來的0,以及小數中在小數點以後的首幾位0。

舉例: 1730000—三位有效數字; 170850—五位有效數字; 0,00875—三位有效數字; 8,756—四位有效數字。

3. 在乘兩次方或三次方的時候,結果中所留有效數字的位數應和被乘方的近似數值中有效數字的位數相等。

4. 在開平方或立方根時,結果中所留有效數字的位數應和被開方的近似數值中有效數字的位數相等。

5. 在所有中間運算的結果中,應比上面所規定的多留一位數字,到最後的結果中再把它略去。

6. 如原來的已知數可以取任意的準確度,那末就應該比結果中所要求的多取一位;至於在運算的時候,還是遵照規則5。

7. 在利用對數計算單項式時從對數表中所取定值部

分的小數位數要比單項式的分子或分母內各因素中最少有效數字的位數多一位數。

各表註釋

表一。這表包括從 0 到 10009 各數的常用對數的五位定值部份。 從左面第一縱項中找出數字 n 的首三位(或二位)，在頂上面橫項中找到 n 的第四位數(右面一頁是左面一頁的連續)。在縱橫兩項相交處，即可讀出已知數 n 的定值部份。 如已知數字有五位，則可按上法找到首四位數的定值部份，並利用書末所附的比例部份"P. P."表，按內插法求出對於第五位或第六位數的矯正值。

對數的定位部份則可按照規則 1 (參閱第 9 頁)來決定。

舉例：(查 49 頁的表)：

1) $\log 374{,}5 = \log(3{,}745 \times 10^2) = 0{,}57345 + 2$
$= 2{,}57345$。

2) $\log 374{,}568 = \log(3{,}74568 \times 10^2)$; $\log 3{,}74568$ 是在 $\log 3{,}745$ 和 $\log 3{,}746$ 之間。

首先從表中查出比已知數稍小的數字的對數，然後，把那和已知數最接近的稍大和稍小數字的對數之差，即所謂"表差" d 寫下。 在我們這例題中，它是：

$$\begin{array}{r} \log 3{,}746 = 0{,}57357 \\ -)\ \log 3{,}745 = 0.57345 \\ \hline d = \quad 12 \end{array}$$

此後，按照"P.P."表(書末折疊的一頁)找出 $d=12$ 的橫項；以後就在較小數字的定值部份上增加已知數的第五，第六兩位數的對數。一般是這樣記入：

$$\begin{array}{rl} \log 3{,}745 \quad = 0{,}57345 & \text{表差 } d = 12 \\ 0{,}6 = \qquad\quad 7 & \\ 0{,}08 = \qquad\quad 1 & \\ \hline \log 3{,}745\,68 = 0{,}57353 & \end{array}$$

照規則 1 (第 9 頁)，$\log 374{,}568 = 2{,}57353$。

表一中，左面各頁的最右的縱項是第一縱項數字 n 的平方根；右面各頁上最右的縱項則是 n 的倒數。例如：$n = 374$ (參閱 48，49 頁)。

$$\sqrt{374} = 19{,}34; \quad \frac{1}{374} = 0{,}002674。$$

表二。這表包括了第一象限中各個角(以分爲單位)的自然三角函數(正弦 sin、正切 tg、餘弦 cos、及餘切 ctg)的五位數值。

利用下列關係：

$$\sin(90° - x) = \cos x, \quad \cos(90° - x) = \sin x,$$
$$\operatorname{tg}(90° - x) = \operatorname{ctg} x, \quad \operatorname{ctg}(90° - x) = \operatorname{tg} x,$$

就可以利用僅包括 45° 以下的三角函數表來決定 45° 以上各角的三角函數。因此，在表二中，每一頁的左上角寫着 <45° 的角度(分數要在右邊縱項中查，而三角函數的名稱則寫在上面)；而在右下角寫着相當的 >45° 的角度(分數要在右邊縱項中查，而三角函數的名稱則寫在下面)。

例如：$\sin 19°14' = 0,32942 = \cos 70°46'$。

$\operatorname{tg} 19°14' = 0,34889 = \cot 70°46'$。

按照書末所附的"P. P."表，用內插法可以求得分以下的、更精確角度的三角函數值；爲此須先把秒化成分的小數。但須特別聲明，在求小於 2° 的餘切函數，及大於 88° 的正切函數時，都不能用內插法；因爲，在這兩處，兩函數 (ctg, tg) 變化得非常快。

舉例：(查 159 頁)：

1) $\sin 34°37' = 0,56808$。

2) $\sin 34°37'50''$ 是在 $\sin 34°37'$ 和 $\sin 34°38'$ 之間。

因 $\sin 34°37'50'' \approx \sin 34°37',83$。

從表中查得，

$$\begin{array}{rl} & \sin 34°38' = 0,56832 \\ -) & \sin 34°37' = 0,56808 \\ \hline & \text{表差} \quad d = \qquad 24 \end{array}$$

(單位是第五位數)，

按"P.P."表，當表差 $d = 24$ 查得"第五位數" 8 的增正值爲 19。因此：

$$\sin 34°37',8 = \left.\begin{array}{r} 0,56808 \\ +19 \end{array}\right| = 0,56827,$$

我們把後一位數 (0,03) 略而不計。

表三。這表所列是角度每隔 10 分的對數三角函數表；其排列形式和表二一樣，查表規則亦復相同。至於準確到 1 分的中間角度的對數三角函數，可用內插法求得。

舉例：(查 186 頁的表)：

1) $\log\sin 34°40' = 9{,}75496 - 10 = \bar{1}{,}75496$。

2) $\log\sin 34°47'$ 是在 $\log\sin 34°40'$ 和 $\log\sin 34°50'$ 之間。

因此，須這樣來計算：

$$\begin{array}{rl} & \log\sin 34°50' = 9{,}75678 \\ -) & \log\sin 34°40' = 9{,}75496 \\ \hline \text{每 } 10' \text{ 的表差} & d = \quad 182 \end{array}$$

$3'$ 的相差是 $d = 0{,}3 \times 182 = 55$

因此，$\log\sin 34°47' = \left.\begin{array}{r} 9{,}75678 \\ -55 \end{array}\right| = 9{,}75623$。

爲了記入方便起見，表中小於 45° 的正弦 sin，餘弦 cos，正切 tg 函數以及大於 45° 的餘切 cot 函數之對數都加了 10。因此，在求這些函數的定位部份時，必須減去 10，由此而得出負的定位部份。

表四。此表是用來(1)化度數爲弧度，和 (2) 按弧長求中心角的度數(或化弧度爲度數)。

舉例：1) $174°37' = ?$ 2) 2,45467 弧度 $= ?$

$$\begin{array}{rl} 100° = & 1{,}74533 \\ 70° = & 1{,}22173 \\ 4° = & 0{,}06981 \\ 37' = & 0{,}01076 \\ \hline 174°37' = & 3{,}04763 \text{ 弧度} \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} -)\,1{,}74533 = & 100° \\ \hline 0{,}70934 & \\ -)\,0{,}69813 = & 40° \\ \hline 0{,}01121 & \\ -)\,0{,}01134 = & 39' \\ \hline -\ 0{,}00013 & \\ \hline 2{,}45467 \text{ 弧度} = & 140°39' \end{array}$$

表五。表中列有全部三位數字的乘方。整數乘方時，表中的小數點不必考慮，有小數的乘方時，則應把表中小數點全部保存。此表亦適用於一般數目字的乘方，祗須它按規定方式(參閱第 8 頁)記入。

每項上面第一字末尾所附的小型字，是該項所共有的末尾數字。

舉例：(查第 190 頁的表)：

1) $(374)^2 = 139876$;

2) $(0{,}0374)^2 = (3{,}74 \times 10^{-2})^2 = 13{,}9876 \times 10^{-4}$
$= 1{,}399 \times 10^{-3} = 0{,}001399$。

此表亦可用來開平方。首先把已知數自整數部份右邊第一位起把小數點每隔兩位向左移動若干次，直至其整數部份僅有兩位或一位數字爲止；然後到表中查得和它最相近的數值，在左面第一直項中讀出與此相當的開方根的首兩位數字，在最上面橫項中讀出開方根的第三位數字。但在所得之結果中，要把小數點自左向右移；原來每隔兩位移一次的，現在是每隔一位移一次，移的次數則要先後相等。

舉例：求 $\sqrt{1545}$

已知數爲 1545,0；把小數點隔二位向左移動一次便爲：15,450。由 190 頁的表中，查得與此最相近的數字爲 15,444；在左面第一直項中讀得與之相當的首兩位數爲 3,9，及在上面橫項中讀出其第三位數爲 3。故結果爲 3,93。把小數點向右後移一位，而得

$$\sqrt{1545} = 39{,}3。$$

三位數字的開方，亦可利用表一中左面一頁在靠右的邊一欄中查得。

表六。 這表是用來求 1,0 到 10,09 間各數的三次方的。 表中所列係各數立方的六位數，尾數已四捨五入。此表用法可舉例說明。

舉例：(查 196 頁的表)

1) $(374)^3 = (3{,}74 \times 10^2)^3 = 3{,}74^3 \times 10^6$
$= 52{,}3136 \times 10^6 = 52313600$。

2) $(37{,}4)^3 = (3{,}74 \times 10^1)^3 = 52{,}3136 \times 10^3$
$= 5{,}231 \times 10^4$.

開立方之前，要把數字寫成規定方式(第 8 頁)，使其中包括的 10 的指數能被 3 除盡，同時在小數點以左的位數不超過三位。

舉例：(查 196, 197, 200 頁的表)

1) $\sqrt[3]{4745{,}86} = \sqrt[3]{4{,}74586 \times 10^3} = 1{,}68 \times 10^1$
$= 16{,}8$。

2) $\sqrt[3]{474{,}586} = 7{,}80$。

3) $\sqrt[3]{47{,}4586} = 3{,}62$。

4) $\sqrt[3]{4{,}746} = 1{,}68$。

5) $\sqrt[3]{0{,}474586} = \sqrt[3]{474{,}586 \times 10^{-3}}$
$= 7{,}80 \times 10^{-1} = 0{,}780$。

6) $\sqrt[3]{0{,}000474586} = \sqrt[3]{474{,}586 \times 10^{-6}}$
$= 7{,}80 \times 10^{-2} = 0{,}0780$。

表七和表八。 這兩表在形式上是和表一及表二相

似，毋須解釋。比例部份“P.P.”表的用處是計算數字 n 的第五及第六位對定值部份的矯正值；它亦適用於表五和表二的一部份。我們是把這表附於書末的。在五位或六位有效數字的計算中，這表是很有用的。

對數表用法的註解

我們知道，在利用對數表計算時，大部份時間都花在求對數的定位部份和根據比例部份“P.P.”表進行內插法這二方面；而這二者都是使計算者容易疲倦的原因，因此也都是錯誤發生的根源。

所有在實際工作中遇到的計算幾乎都是近似的，一般的中間運算亦僅需四位有效數字；而這些計算都可以利用通常的五位對數表求得，毋需進行內插。由於這一點，五位對數表的篇幅才可能大大地縮小，本書也才能有袖珍的尺寸，並因此，使本表册能在任何工作場合都簡易而適用。要消除第二個不方便——即每次都須求出定位部份並加以計算——特介紹一些對於查對數表的實用方法。這時是先把計算中的數字寫成某一規定方式。

把已知數寫成小數的形式，小數點之前祇有一位有效數字，在後乘上與之相適應的 10 的方次。這樣寫的數字我們稱爲已寫成規定方式。

舉例：$3474 = 3{,}474 \times 10^3$；$0{,}0004989 = 4{,}989 \times 10^{-4}$

和 $7{,}345 = 7{,}345 \times 10^0$。

這些數字的對數分別爲：

$\log 3474 = 3{,}54083$; $\log 0{,}0004989 = \bar{4}{,}69801$

和 $\log 7{,}345 = 0{,}86599$。

亦即：

$\log(3{,}474 \times 10^3) = 3{,}54083$; $\log(4{,}989 \times 10^{-4})$
$= \bar{4}{,}69801$; $\log(7{,}345 \times 10^\circ) = 0{,}86599$。

從這些舉例中可以看到，對於按規定方式記入的數字，查對數表時的規則應為：

規則 1. 把數字照規定方式($3{,}474 \times 10^3$)記入，按其中的第一項 (3, 474)，勿考慮在第一位數後面的小數點，而在對數表中查得相當的定值部份 (54083)；所求對數的定位部份即是第二項(10^3)中的指數，即 10 的方次。

按同一理由，不過先後次序相反，可以寫出從已知的對數求規定方式記入的數字。

規則 2. 已知某數的對數為($\bar{4}{,}69801$)；按照其定值部份(69801)在表中查得數字(4989)；在這數字中自左面第一位數後面點小數點，並在後面乘上 10 的乘方，其方次等於對數的定位部份，即 (10^{-4})；這樣便得到所求的按規定方式記入的某數 ($4{,}989 \times 10^{-4}$)。

同樣地：

$$\log x = 3{,}54083; \quad x = 3{,}474 \times 10^{-3};$$
$$\log x = 4{,}69801; \quad x = 4{,}989 \times 10^{-4};$$
$$\log x = 0{,}86599; \quad x = 7{,}345 \times 10^\circ。$$

把數字自一般方式寫成規定方式，或者反過來自規定方式寫為一般方式是不會有什麼困難的。

這裏所引的兩條規則是查對數表時的一般法則的補

充，這些補充將大大地簡化和加速利用對數表的計算。這些規則的應用將在"計算舉例"中加以說明。

對 數 的 性 質

1. 某一數值的對數是爲了要得到這數值時，一定的底所必須自乘的方次；如

$$a^x = y,$$

則 x 便是在底爲 a 時，y 的對數。這可以縮寫爲：

$$x = \lg_a y。$$

2. 最通用的對數是以 10 和 $e=2,71828\cdots\cdots$ 爲底。以 10 爲底的叫做常用對數，用符號 lg 表示；以 e 爲底的叫做自然對數，用符號 ln 表示。兩種對數之間的關係則爲：

$$\ln x = 2,30259 \cdot \lg x;$$

$$\lg x = \frac{1}{2,30259} \cdot \ln x - 0,43429 \ln x = M \cdot \ln x,$$

這裏

$$M = \frac{1}{2,30259} = 0,43429。$$

3. 對數的某些性質（適用於任何底 a）：

a) $\log_a 1 = 0$； $\log_a \infty = \infty$； $\log_a 0 = -\infty$； $\log_a a = 1$。

b) $\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$。

c) $\log_a (M/N) \log_a M - \log_a N$。

d) $\log_a (N^n) = n \log_a N$。

e) $\log_a \sqrt[n]{N} = \log_a (N^{1/n}) = \frac{1}{n}\log_a N$。

由於以上這些對數的性質，才可能使數字的複雜運算化爲利用對數的簡單運算；同時，這些亦是所有對數計算中的基本規則。

4. 對於常用對數有下列關係：

$$\log 100 = \log(10^2) = 2$$

$$\log 474{,}5 = \log(4{,}745 \cdot 10^2) = 0{,}67624 + 2,$$

$$\log 10 = \log(10^1) = 1$$

$$\log 47{,}45 = \log(4{,}745 \cdot 10^1) = 0{,}67624 + 1,$$

$$\log 1 = \log(10^0) = 0$$

$$\log 4{,}745 = \log(4{,}745 \cdot 10^0) = 0{,}67624,$$

$$\log 0{,}1 = \log(10^{-1}) = -1$$

$$\log 0{,}4745 = \log(4{,}745 \cdot 10^{-1}) = 0{,}67624 - 1,$$

$$\log 0{,}01 = \log(10^{-2}) = -2$$

$$\log 0{,}04745 = \log(4{,}745 \cdot 10^{-2}) = 0{,}67624 - 2。$$

5. 常用對數的定值部份恒爲正值；對於負值對數（當數字小於1時）則寫成：

$$\log 0{,}04745 = \bar{2}{,}67624,$$

在定位部份上的短劃表示定位部份爲負值。 這樣的記入方式在根據已知的對數從表中查數值時非常方便；如果僅須知道對數的大小，則可率直地寫爲：

$$\log 0{,}04745 = \bar{2}{,}67624 = -2 + 0{,}67624 = -1{,}32376。$$