黄冈市资深教育专家编写

全国优秀畅销书

# 黄冈学霸

# 初三数学

第四版

依据新课程标准修订

同步创新

全年一册

策　划　吴宝安　文　旻

主　编　南秀全

本册主编　余曙光　余耀光

青岛出版社

全国优秀畅销书

# 黄冈学霸

## 初三数学

第四版

策　　划　吴宝安　文　旻

主　　编　南秀全

本册主编　余曙光　余耀光

青岛出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

黄冈学霸:初三数学/南秀全主编;余曙光,余耀光编. —青岛:青岛出版社,2001.7
ISBN 7-5436-2477-X

Ⅰ.2… Ⅱ.①南…②余…③余… Ⅲ.数学课-初中-教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第032521号

| | |
|---|---|
| 书　　名 | **黄冈学霸:初三数学** |
| 策　　划 | 吴宝安　文　琰 |
| 主　　编 | 南秀全 |
| 本册主编 | 余曙光　余耀光 |
| 出版发行 | 青岛出版社 |
| 社　　址 | 青岛市徐州路77号(266071) |
| 邮购电话 | (0532)5814750　5814611-8662 |
| 责任编辑 | 高继民　杨成舜　谢　蔚 |
| 装帧设计 | 徐凤宝 |
| 照　　排 | 青岛新华出版照排公司 |
| 印　　刷 | 胶州市装潢印刷厂 |
| 出版日期 | 2001年8月第1版,2004年6月第4版第7次印刷 |
| 开　　本 | 16开(787×960毫米) |
| 印　　张 | 23.25 |
| 插　　页 | 2 |
| 字　　数 | 500千 |
| **ISBN** | 7-5436-2477-X/G·926 |
| 定　　价 | 23.80元 |

(青岛版图书售出后如发现印装质量问题,请寄回承印厂调换。
厂址:胶州市郑州东路318号 电话:0532-7212480 邮编:266300)

# 黄冈学霸(初中版)

## 编 委 会

# 目　　录

## 代　　数

## 几　何

# 代　　数

# 第十二章　一元二次方程

## 12.1　用公式法解一元二次方程

### 【学法指导】

**一、知识点**

一元二次方程的概念、一元二次方程的一般形式，用直接开平方法解一元二次方程，用配方法解一元二次方程，一元二次方程的求根公式，用公式法解一元二次方程.

**二、重难点**

本节的重点是用公式法解一元二次方程，难点是用配方法解一元二次方程.

**三、考试点**

一元二次方程的概念及一元二次方程的一般形式，用直接开平方法解方程，用配方法解一元二次方程，用公式法解一元二次方程.

**四、学习方法与建议**

要掌握一元二次方程的定义，特别要善于将一元二次方程化为一般形式，要掌握用直接开平方法解一元二次方程，要掌握配方的法则及步骤，要切实掌握一元二次方程的求根公式，要熟练掌握用公式法解一元二次方程.

### 【典题导析】

**一、典型题讲与练**

**方法与示例**

**例1**　下列关于 $x$ 的方程中，一定是一元二次方程的是(　　).

A. $ax^2+bx+c=0$　　　　B. $k^2x+5k+6=0$

C. $\sqrt{3}x^2-\frac{\sqrt{2}}{4}x-\frac{1}{2}=0$　　　　D. $3x^2+\frac{1}{x}-2=0$

**解**　A 方程中最高次项为 $ax^2$，因无法判定 $a$ 是否为零，所以不能确定该方程是否为一元二次方程. B 方程中最高次项为 $k^2x$，显然不是关于 $x$ 的一元二次方程. C 方程是一元二次方程. D 方程中分母含有未知数 $x$，所以不是整式方程，从而也一定不是一元二次方程. 故选 C.

**分析**　本题主要考查一元二次方程的概念，解题关键是透彻理解一元二次方程的概

念，易错点是忽视二次项系数不为0或忽视必须是整式方程.

**【同类题拷贝】** 下列方程是否是关于 $x$ 的一元二次方程？

(1)$5x^2=3$；　(2)$x^2=0$；　(3)$bx+b^2=8$；

(4)$\sqrt{5}x^2-8=\sqrt{3}x$；　(5)$mx+m^2x=7$；　(6)$\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x}-1=0$.

**提示** (1)，(2)，(4)是关于 $x$ 的一元二次方程；(3)，(5)，(6)不是关于 $x$ 的一元二次方程.

**例2** 把方程 $8x^2-18x+7=\sqrt{2}x-\sqrt{3}x^2+1$ 化为一般形式，并指出它的二次项系数、一次项系数及常数项.

**解** 移项，合并同类项，得方程的一般形式：$(8+\sqrt{3})x^2-(18+\sqrt{2})x+6=0$. 二次项系数为 $8+\sqrt{3}$，一次项系数为 $-(18+\sqrt{2})$，常数项为6.

**分析** 本题考查对一元二次方程一般形式的认识，任何一个一元二次方程经过整理，都可以化为一般形式，方程的二次项系数、一次项系数及常数项都是在方程为一般形式的前提之下而言的.

**【同类题拷贝】** 1. 把 $\sqrt{3}x^2=\sqrt{6}x+\pi-2$ 化成一般形式是________，二次项系数是______，一次项系数是________，常数项是________.

2. 把 $2x^2-x-1=x^2-1-x$ 化成一般形式是________，二次项系数是________，一次项系数是________，常数项是________.

3. 把关于 $x$ 的方程 $ax^2-x-\sqrt{2}x+\sqrt{3}x^2+b=c$($a$ 为有理数)化成一般形式，并指出它的二次项系数，一次项系数及常数项.

**提示** 1. $\sqrt{3}x^2-\sqrt{6}x+2-\pi=0$；$\sqrt{3}$；$-\sqrt{6}$；$2-\pi$　2. $x^2=0$；1；0；0　3. $(a+\sqrt{3})x^2-(1+\sqrt{2})x+b-c=0$，$a+\sqrt{3}$，$-(1+\sqrt{2})$，$b-c$

**例3** 用直接开平方法解下列方程：

(1)$x^2+3=28$；　(2)$\frac{1}{2}(3x-1)^2-8=0$.

**解** (1)$x^2=25$.　$x=\pm5$.　$x_1=5$，$x_2=-5$.

(2)$(3x-1)^2=16$.　$3x-1=\pm4$.　$x_1=\frac{5}{3}$，$x_2=-1$.

**分析** 本题考查用直接开平方法解 $(x-a)^2=b(b\geqslant0)$ 型的方程，易错点是忽视一个正数的平方根有两个而造成失解，解题关键是掌握 $(x-a)^2=b(b\geqslant0)$ 的解法.

**【同类题拷贝】** 用直接开平方法解方程：

(1)$3x^2-27=0$；　(2)$5(x+2)^2-18=0$.

**提示** (1)$x_1=3$，$x_2=-3$；(2)$x_1=-2+\frac{3}{5}\sqrt{10}$，$x_2=-2-\frac{3}{5}\sqrt{10}$.

**例4** 用配方法解下列方程：

(1)$x^2-6x+1=0$；　(2)$x^2+px+q=0(q^2-4q\geqslant0)$.

**解** (1)移项，得 $x^2-6x=-1$.

配方，得 $x^2-6x+(-3)^2=-1+(-3)^2$．　$(x-3)^2=8$．

解这个方程，得 $x-3=\pm2\sqrt{2}$．即 $x_1=3+2\sqrt{2}$，$x_2=3-2\sqrt{2}$．

(2)移项，得 $x^2+px=-q$．

配方，得 $x^2+px+(\frac{p}{2})^2=(\frac{p}{2})^2-q$．　$(x+\frac{p}{2})^2=\frac{p^2-4q}{4}$．

$\because p^2-4q\geqslant0$，$\therefore x+\frac{p}{2}=\pm\frac{\sqrt{p^2-4q}}{2}$，

由此得 $x=\frac{-p\pm\sqrt{p^2-4q}}{2}$．

$\therefore$ $x_1=\frac{-p+\sqrt{p^2-4q}}{2}$，$x_2=\frac{-p-\sqrt{p^2-4q}}{2}$．

**分析**　本题考查用配方法解一元二次方程，配方法的关键一步是：在二次项系数为1的情况下，方程的两边都加上一次项系数一半的平方．易错点是忽视交待 $p^2-4q\geqslant0$ 这个必须的步骤．

**【同类题拷贝】**　用配方法解下列方程：(1)$x^2-4x-1=0$；　(2)$2x^2-x-3=0$．

**提示**　(1)$x_1=2+\sqrt{5}$，$x_2=2-\sqrt{5}$．　(2)$x_1=\frac{3}{2}$，$x_2=-1$．

**例5**　用公式法解方程：

(1)$0.2y^2-0.1=0.4y$；　(2)$2x(x+\sqrt{2})=-1$；　(3)$3x^2+x+1=0$．

**解**　(1)原方程可化为 $2y^2-4y-1=0$．

$\because a=2,b=-4,c=-1$，　$b^2-4ac=(-4)^2-4\times2\times(-1)=24>0$，

$\therefore y=\frac{4\pm\sqrt{24}}{2\times2}$．$y_1=\frac{2+\sqrt{6}}{2}$，$y_2=\frac{2-\sqrt{6}}{2}$．

(2)原方程可化为 $2x^2+2\sqrt{2}x+1=0$．

$\because a=2,b=2\sqrt{2},c=1$，　$b^2-4ac=(2\sqrt{2})^2-4\times2\times1=0$．

$\therefore x=\frac{-2\sqrt{2}\pm\sqrt{0}}{2\times2}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$．$x_1=x_2=-\frac{\sqrt{2}}{2}$．

(3)$\because a=3,b=1,c=1$，　$b^2-4ac=1^2-4\times3\times1<0$，

$\therefore$原方程无实根．

**分析**　本题考查用公式法解一元二次方程，易错点是忽视 $b^2-4ac\geqslant0$ 或将(2)的解错写成 $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$．解题关键是熟记一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的求根公式 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}(b^2-4ac\geqslant0)$．还要注意：运用公式法解一元二次方程时，一定要先将方程化为一般形式．

**【同类题拷贝】**　用公式法解下列方程：

(1)$5x^2+2x-8=0$；　　(2)$0.01y^2-0.03y=0.07$．

**提示**　(1)$x_1=\frac{-1+\sqrt{41}}{5}$，$x_2=\frac{-1-\sqrt{41}}{5}$.

(2)$y_1=\frac{3+\sqrt{37}}{2}$，$y_2=\frac{3-\sqrt{37}}{2}$.

**例 6**　(甘肃省，2002)方程$(m+2)x^{|m|}+3mx+1=0$是关于$x$的一元二次方程，则(　　).

A. $m=\pm2$　　B. $m=2$　　C. $m=-2$　　D. $m\neq\pm2$

**解**　依题意得$\begin{cases}|m|=2,\\ m+2\neq0.\end{cases}$　$\therefore m=2$. 选 B.

**分析**　本题考查一元二次方程的一般形式，解题方法是令二次项的未知数的指数等于2，且令二次项系数不为零. 易错点是忽视令二次项系数不为零.

**【同类题拷贝】**　1. 关于$x$的方程$(m-3)x^2-\sqrt{3}x-2=0$是一元二次方程，则$m$的取值范围是________.

2. 关于$x$的方程$(m^2+1)x^2+mx-3=0$是一元二次方程，求$m$的取值范围.

**提示**　(1)$m\neq3$；(2)$m$为一切实数.

**例 7**　解下列关于$x$的方程：

(1)$(ax+c)^2=d(d\geqslant0,a\neq0)$；　　(2)$mx^2-(m-n)x-n=0(m\neq0)$.

**解**　(1)$ax+c=\pm\sqrt{d}$，$ax=-c\pm\sqrt{d}$，$x_1=\frac{-c+\sqrt{d}}{a}$，$x_2=\frac{-c-\sqrt{d}}{a}$；

(2)$a=m$，$b=-(m-n)$，$c=-n$. $b^2-4ac=[-(m-n)]^2-4m(-n)=(m+n)^2\geqslant0$.

$\therefore\ x=\frac{m-n\pm\sqrt{(m+n)^2}}{2m}$.　　$\therefore\ x_1=1$，$x_2=-\frac{n}{m}$.

**分析**　本题考查含字母系数的一元二次方程的解法，解题关键是选用适当的方法求解.

**【同类题拷贝】**　解下列关于$x$的方程：

(1)$(x-a)^2=b^2$；　　(2)$x^2-(2m+1)x+m^2+m=0$.

**提示**　(1)$x_1=a+b$，$x_2=a-b$；(2)$x_1=m$，$x_2=m+1$.

## 课堂演练一

1. (甘肃省，1998)$px^2-3x+p^2-p=0$是关于$x$的一元二次方程，则(　　).

A. $p=1$　　B. $p>0$　　C. $p\neq0$　　D. $p$为任意实数

2. 下列方程中，是一元二次方程的是(　　).

A. $ax+c=0(a\neq0)$　　B. $bx^2+ax+c=0(b\neq0)$

C. $bx^2+ax=0(a\neq0)$　　D. $ax^3+bx+c=0(a\neq0)$

3. 若关于$x$的方程$kx^2+3x-1=0$是一元二次方程，则$k$________.

4. 当$m=$\_\_\_\_\_\_\_\_时，方程$(m-1)x^2-(2m-1)x+m=0$是关于$x$的一元一次方程，当$m$________时，上述方程才是关于$x$的一元二次方程.

5. 若关于$x$的方程$(m-1)x^2-8mx-2m-3=0$不是二次方程，则$m=$________.

6. 把关于 $x$ 的方程 $ax^2-bx+ax=m-n-bx^2-cx^2(a+b+c\neq0)$ 化成一元二次方程的一般形式，再写出它的二次项系数、一次项系数及常数项.

7. 用直接开平方法解下列方程：

(1) $500(1+x)^2=605$；　(2) $(3x-1)^2-\frac{1}{49}=0$.

8. 用配方法解方程：$6x^2-x-2=0$.

9. 用公式法解方程：

(1) $3x^2-5x-2=0$；　(2) $3t^2=5t+72$.

10. 解下列方程：

(1) $3x^2+6x-1=0$；　(2) $x^2-3\sqrt{2}x+2=0$.

11. 解下列关于 $x$ 的方程：

(1) $(mx+n)^2-p=0(p\geqslant0, m\neq0)$；　(2) $mx^2-(m+n)x+n=0.(m\neq0)$.

12. 解关于 $x$ 的方程：

(1) $(ax-b)^2=-c(a\neq0, c<0)$；　(2) $x^2-(m^2+n^2)x+m^2n^2=0$.

## 二、多解题讲与练

**例 8**　解方程：$y^2-5y+1=0$.

**解法 1**　用配方法：

$y^2-5y=-1$.　$y^2-5y+(\frac{-5}{2})^2=(\frac{-5}{2})^2-1$.

$(y-\frac{5}{2})^2=\frac{21}{4}$.　$y-\frac{5}{2}=\pm\frac{\sqrt{21}}{2}$.

$\therefore y_1=\frac{5}{2}+\frac{\sqrt{21}}{2}, y_2=\frac{5}{2}-\frac{\sqrt{21}}{2}$.

**解法 2**　用公式法：

$\because a=1, b=-5, c=1$.　$\therefore b^2-4ac=(-5)^2-4\times1\times1=21$.

$\therefore y=\frac{5\pm\sqrt{21}}{2\times1}$　$y_1=\frac{5+\sqrt{21}}{2}, y_2=\frac{5-\sqrt{21}}{2}$.

**分析**　本题考查用多种方法解一元二次方程. 易错点是配方时忽视方程两边都加上一次项系数一半的平方，用公式法时，忽视一元二次方程必须是一般形式.

1. 用两种方法解方程：$5x^2-x-2=0$.

2. 用两种方法解方程：$2t^2-6t+1=0$.

## 三、易错题讲与练

**例 9**　判断：(1) 方程 $ax^2+bx+c=0$ 是一元二次方程的一般形式.（　　）

(2) $\pi x^2+2x-1=0$ 是一元二次方程.（　　）

(3) 一元二次方程 $7x^2+32x=3$ 的二次项系数是 7，一次项系数是 32，常数项是 3.（　）

**错解**　(1)√；(2)×；(3)√

**错因**　(1)漏掉了二次项系数 $a\neq0$ 这个必需的条件；(2)误将 $\pi$ 当成表示任意实数的字母；(3)没有先将方程化为一元二次方程的一般形式.

**正解**　(1)×；(2)√；(3)×

**【同类题拷贝】**　判断：(1) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}-1=0$ 是一元二次方程.（　）

(2) $3x^2+9x+2$ 是一元二次方程.（　）

**错解**　(1)√；(2)√

**错因**　(1)误将分式方程当成整式方程；(2)误将二次三项式当成方程.

**正解**　(1)×；(2)×

**例 10**　若 $x^{2a+b}-2x^{a-b}+3=0$ 是关于 $x$ 的一元二次方程，求 $a,b$ 的值.

**错解**　由题意得 $\begin{cases}2a+b=2,\\a-b=2.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=\frac{4}{3},\\b=-\frac{2}{3}.\end{cases}$

**错因**　忽视了分类讨论.

**正解**　依题意得

$\begin{cases}2a+b=2,\\a-b=2,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2a+b=2,\\a-b=1,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2a+b=2,\\a-b=0,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2a+b=0,\\a-b=2,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2a+b=1,\\a-b=2.\end{cases}$

由此得 $\begin{cases}a_1=\frac{4}{3},\\b_1=-\frac{2}{3};\end{cases}$ $\begin{cases}a_2=1,\\b_2=0;\end{cases}$ $\begin{cases}a_3=\frac{2}{3},\\b_3=\frac{2}{3};\end{cases}$ $\begin{cases}a_4=\frac{2}{3},\\b_4=-\frac{4}{3};\end{cases}$ $\begin{cases}a_5=1,\\b_5=-1.\end{cases}$

**【同类题拷贝】**　若 $x^{m+1}+2x^2-3x-2=0$ 是关于 $x$ 的一元二次方程，则 $m=$________.

**错解**　由 $m+1=2$，得 $m=1$.

**错因**　忽视了分类讨论.

**正解**　$m+1=2$，或 $m+1=1$，或 $m+1=0$.

$\therefore m=1$，或 $m=0$，或 $m=-1$.

**例 11**　若 $(m-1)x^{m^2+1}+3x+7=0$ 是关于 $x$ 的一元二次方程，则 $m=$________.

**错解**　$m^2+1=2$，解得 $m=\pm1$.

**错因**　忽视了二次项系数 $m-1\neq0$.

**正解**　$m^2+1=2$，且 $m-1\neq0$. 所以 $m=-1$.

**【同类题拷贝】**　方程 $(m+4)x^{|m|-2}+8x+1=0$ 是一元二次方程，求 $m$ 的值.

**错解**　$|m|-2=2$，$|m|=4$，$\therefore m=\pm4$.

**错因**　忽视了二次项系数 $m+4\neq0$.

**正解**　$|m|-2=2$ 且 $m+4\neq0$，所以 $m=4$.

**例 12**　用配方法解方程 $2x^2-7x+3=0$.

**错解**　$2x^2-7x=-3$，　$2x^2-7x+(\frac{-7}{2})^2=-3+(\frac{-7}{2})^2$.

$(2x-\frac{7}{2})^2=\frac{37}{4}$.　　$2x-\frac{7}{2}=\pm\frac{\sqrt{37}}{2}$.

$2x=\frac{7\pm\sqrt{37}}{2}$.　$x_1=\frac{7+\sqrt{37}}{4}$，$x_2=\frac{7-\sqrt{37}}{4}$.

**错因**　配方之前没有将二次项系数化为 1.

**正解**　$2x^2-7x+3=0$.　$x^2-\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}=0$.　$x^2-\frac{7}{2}x=-\frac{3}{2}$.

$x^2-\frac{7}{2}x+(-\frac{7}{4})^2=-\frac{3}{2}+(-\frac{7}{4})^2$.　$(x-\frac{7}{4})^2=\frac{25}{16}$.

$x-\frac{7}{4}=\pm\frac{5}{4}$.　$\therefore x_1=3, x_2=\frac{1}{2}$.

**纠错训练三**

1. 关于 $x$ 的方程 $(m-3)x^{m^2-7}-x=5$ 是一元二次方程，那么 $m=$________.

**错解**　$m=\pm3$.

2. 关于 $x$ 的方程 $(a+1)x^{a^2+1}-8x+1=0$ 是一元二次方程，求 $a$ 的值.

**错解**　$a=\pm1$.

3. 用公式法解方程 $x^2-2\sqrt{2}x+2=0$.

**错解**　$\because a=1, b=-2\sqrt{2}, c=2, b^2-4ac=(-2\sqrt{2})^2-4\times1\times2=0$.

$\therefore x=\frac{-(-2\sqrt{2})\pm\sqrt{0}}{2\times1}$.　$\therefore x=\sqrt{2}$.

4. 解方程 $4(x-5)^2=16$

**错解**　$(x-5)^2=4$.　$x-5=2$.　$x=7$.

5. 解方程 $4x^2-4x+1=0$

**错解**　$(2x-1)^2=0$.　$2x-1=0$.　$x=\frac{1}{2}$.

## 四、综合题讲与练

**方法与范例**

**例 13**　下列方程是关于 $x$ 的方程，请说明满足什么条件是一元二次方程，并指出方程的二次项系数、一次项系数和常数项.

(1) $mx^2-2x+\sqrt{3}=0$；　　(2) $3x^2+2mx=0$；

(3) $(n-1)x^2-8nx-2n-1=0$；　　(4) $(n^2+1)x^2-nx+n=2$.

**解**　(1)满足条件：$m\neq0$. 二次项系数 $m$，一次项系数 $-2$，常数项 $\sqrt{3}$.

(2)满足条件：$m$ 为任意实数. 二次项系数 3，一次项系数 $2m$，常数项 0.

(3)满足条件：$n\neq1$. 二次项系数 $n-1$，一次项系数 $-8n$，常数项 $-2n-1$.

(4)满足条件：$n$ 为任意实数．二次项系数 $n^2+1$，一次项系数 $-n$，常数项 $n-2$．

**分析**　本题考查一元二次方程的一般形式及二次项系数不为零，解题关键是透彻理解一元二次方程一般形式的概念，易错点是忽视二次项系数不为零．

**例 14**　$x$ 是什么数时，代数式 $\dfrac{x^2+2\sqrt{3}x+3}{x^2-3}$ 的值等于 0？

**解**　依题意，得 $\begin{cases} x^2+2\sqrt{3}x+3=0, & (1) \\ x^2-3\neq 0. & (2) \end{cases}$

由(1)得 $x_1=x_2=-\sqrt{3}$．　由(2)得 $x\neq\pm\sqrt{3}$．

∴不论 $x$ 为何值时，原代数式的值都不能为 0．

**分析**　本题考查分式的值为零的条件，易错点是忽视分母 $x^2-3\neq 0$，解题关键是熟记分式的值为零的条件是分子为零且分母不为零．

**达标演练四**

1．若 $ax^2-5x+3=0$ 是一元二次方程，则不等式 $3a+6>0$ 的解集是(　　)

A．$a>-2$　　B．$a<-2$　　C．$a>-2$ 且 $a\neq 0$　　D．$a>-\dfrac{1}{2}$

2．在下列方程：$2x^2+7=0$，$ax^2+bx+c=0$，$(x-2)(x+3)=x^2-1$，$x^2-(1+\sqrt{2})x+\sqrt{2}=0$，$2x^2-5\sqrt{2}x=(x-2)^2$，$3x^2-\dfrac{4}{x}+b=0$ 中，一元二次方程的个数是(　　)

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

3．要使等式 $(m^2+m-6)x^2-(m-2)x+m=2$ 不是关于 $x$ 的方程，$m$ 应取的值是(　　)

A．$m=-3$　　B．$m=2$　　C．$m\neq 3$　　D．$m\neq 2$ 且 $m\neq 3$

4．(山西省，2002)如果关于 $x$ 的方程 $x^2+Px+1=0$ 的一个实数根的倒数恰是它本身，那么 $P$ 的值是(　　)．

A．1　　B．$\pm 1$　　C．2　　D．$\pm 2$

5．分式 $\dfrac{x^2-7x-8}{|x|-1}$ 的值是 0，则 $x=$________．

6．当 $x=$__________时，$\sqrt{x^2+3x}$ 与 $\sqrt{x+15}$ 既是最简根式又是同类根式．

7．若 $|x^2-x-2|+|2x^2-3x-2|=0$，则 $x=$__________．

8．(重庆市，2002)已知 $x_1$，$x_2$ 是方程 $3x^2-19x+m=0$ 的两根，且 $x_1=\dfrac{m}{3}$，则 $m$ 的值为____．

9．解关于 $x$ 的方程 $abx^2-(a^2+b^2)x+ab=0(ab\neq 0)$．

10．设 $y=2x^2-x-15$，当 $x$ 为何值时，$y$ 的值为 0，当 $x$ 为何值时，$y$ 的值为 5．

11．$x$ 是什么数时，多项式 $x^2-6x-16$ 的值与 $4+2x$ 的值互为相反数？

## 【创新应用】

**例 14**　若 $x_0$ 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的根，$A=b^2-4ac$，$B=(2ax_0+$

$b)^2$. 试比较 $A$ 与 $B$ 的大小.

**解** ∵ $x_0$ 是方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的根，∴ $ax_0^2+bx_0+c=0$.

$\therefore B=(2ax_0+b)^2=4a^2x_0^2+4ax_0b+b^2+4ac-4ac$

$=4a(ax_0^2+bx_0+c)+b^2-4ac=4a\cdot0+b^2-4ac=b^2-4ac=A.$

**例 15** 用配方法证明：无论 $x$ 为何实数，代数式 $x^2-4x+4.5$ 的值恒大于零.

**证明** $x^2-4x+4.5=(x^2-4x^2+2^2)-2^2+4.5=(x-2)^2+0.5$.

$\because (x-2)^2\geqslant0$，$\therefore (x-2)^2+0.5>0$.

∴ $x$ 不论为何实数，代数式 $x^2-4x+4.5$ 的值恒大于零.

**分析** 证明一个二次三项式恒大于零的方法是用配方法将二次三项式化成"$(\quad)^2$+正数"的形式.

**例 16** 方程 $(1999x)^2-1998\times2000x-1=0$ 的较大的根是 $r$，方程 $1998x^2-1999x+1=0$ 较小的根为 $s$，求 $r-s$ 的值.

**解** 解第一个方程：$1999^2x^2-(1999^2-1)x-1=0$. $x_1=-\frac{1}{1999^2}$，$x_2=1$.

∴ 较大的根 $r=1$.

解第二个方程：$1998x^2-(1998+1)x+1=0$. $x_3=\frac{1}{1998}$，$x_4=1$.

∴较小的根 $s=\frac{1}{1998}$. $\therefore r-s=1-\frac{1}{1998}=\frac{1997}{1998}$.

**达标训练五**

1. 关于 $x$ 的方程 $ax^m-bx-15=0$ 是一元二次方程的条件是__________，是一元一次方程的条件是__________.

2. 关于 $x$ 的方程 $(m+1)x^{|m-1|}+mx-1=0$ 是一元二次方程，则 $m=$________.

3. 关于 $x$ 的方程 $(m-1)x^{m-1}-2x^{m+1}+m=0$ 是一元二次方程，则 $m=$________.

4. 若方程 $(m-2)x^{2m^2-3m-7}-2x=5$ 是一元二次方程，则 $m=$________；若是一元一次方程，则 $m=$________.

5. 已知 $(a^2+b^2)^2-(a^2+b^2)-6=0$，求 $a^2+b^2$ 的值.

6. 用配方法求证：$8x^2-12x+5$ 的值恒大于零.

7. 用配方法求证：$2y-2y^2-1$ 的值恒小于零.

8. 已知 $a$，$b$，$c$ 均为实数，且 $\sqrt{a^2-2a+1}+|b+1|+(c+3)^2=0$. 求方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根.

9. 若 $x^2-4x+y^2+6y+\sqrt{z-3}+13=0$，求 $(xy)^z$ 的值.

10. 若 $a$，$b$，$c$ 是 $\triangle ABC$ 的三条边，且 $a^2-6a+b^2-10c+c^2=8b-50$. 判断这个三角形的形状.

# 12.2　用因式分解法解一元二次方程

## 【学法指导】

### 一、知识点

用因式分解法解一元二次方程.

### 二、重难点

本节的重点是用因式分解法解一元二次方程，难点是选择恰当的方法解一元二次方程.

### 三、考试点

用恰当的方法解一元二次方程.

### 四、学习方法与建议

要掌握 $ab=0$ 的条件是 $a=0$ 或 $b=0$，这正是用因式分解法解一元二次方程的理论根据.

## 【典题导析】

### 一、典型题讲与练

方法与范例

**例 1**　用因式分解法解下列方程：

(1)$x^2-3=0$；　　(2)$3x(x+2)=x+2$

(3)$x^2-4x+4=0$；　　(4)$y^2-3y+2=0$.

**解**　(1)$x^2-(\sqrt{3})^2=0$. $(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})=0$.

$\therefore$　$x+\sqrt{3}=0$，或 $x-\sqrt{3}=0$.

$\therefore$　$x_1=-\sqrt{3}$，$x_2=\sqrt{3}$.

(2)$3x(x+2)-(x+2)=0$.　　$(x+2)(3x-1)=0$.

$x+2=0$，$3x-1=0$. $\therefore x_1=-2$，$x_2=\frac{1}{3}$.

(3)$(x-2)^2=0$，$x_1=x_2=2$.

(4)$(y-1)(y-2)=0$，$y-1=0$，或 $y-2=0$. $\therefore$　$y_1=1$，$y_2=2$.

**分析**　本题考查用因式分解法解一元二次方程，解题关键是将方程化为 $ab=0$ 的形式.

**【同类题拷贝】**　1. 用因式分解法解方程：$x^2+x=0$.

2. 用因式分解法解方程：$x^2-x-2=0$.

**提示**　1. $x_1=0$，$x_2=-1$.　2. $x_1=2$，$x_2=-1$.

**例 2**　用因式分解法解方程：

(1)$(6t-1)^2-7=0$；　　(2)$t(t+2)=15$.