

21

世纪

高等医药院校教材

侯俊玲
孙 铭

主编

物理学 习题指导



科学出版社

www.sciencep.com

21 世纪高等医药院校教材

物理学习题指导

侯俊玲 孙 铭 主编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本套教材是根据教育部对中医药院校中医、针推、中药、制药工程专业物理学教学大纲的要求,由北京中医药大学等十余所高等医学院校物理学专家、教授编写而成的全国高等中医药院校教材《物理学》、《物理学实验》、《物理学习题指导》系列教材之三。本书为《物理学》配套习题教材,在内容上编有每章的基本概念、公式与定律等,在每章最后部分编有《物理学》教材中的习题解答,在书末编有综合测试题9套,以供学生自学使用。

本书可供全国高等中医药院校中医、针推、中药、制药工程专业本科学使用,也可作为成人教育、远程教育、自学考试人员、广大中医药工作者及中医药爱好者的学习参考书。

图书在版编目(CIP)数据

物理学习题指导/侯俊玲,孙铭主编. —北京:科学出版社,
2003.7

(21世纪高等医药院校教材)

ISBN 7-03-011502-3

I. 物… II. ①侯… ②孙… III. 物理学-医学院-习题
IV. O4.44

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第037320号

责任编辑:郭海燕 曹丽英 / 责任校对:陈丽珠

责任印制:刘士平 / 封面设计:卢秋红

版权所有,违者必究,未经本社许可,数字图书馆不得使用。

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2003年7月第 一 版 开本:720/1000 1/16

2003年7月第一次印刷 印张:13

印数:1-6 000 字数:252 000

定价:16.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

《物理学习题指导》编委会

主 编 侯俊玲 孙 铭
副主编 吴晓丹 陈清梅 高建平 徐远友
凌高宏 何振林 张建华

编 委 (按姓氏笔画排序)

王 贺	黑龙江中医药大学
安 红	北京中医药大学
孙 铭	首都医科大学中医药学院
李维峰	北京中医药大学
吴晓丹	辽宁中医学院
何振林	成都中医药大学
张小华	北京中医药大学
张建华	华北电力集团公司职业技能培训中心
张 莉	北京中医药大学
陈清梅	北京中医药大学
周恭勤	山东中医药大学
孟 丽	成都中医药大学
侯俊玲	北京中医药大学
高建平	甘肃中医学院
凌高宏	湖南中医学院
徐远友	湖北中医学院
殷学毅	湖北中医学院
葛黎新	陕西中医学院
魏晋忠	甘肃中医学院

前 言

本书是 21 世纪高等医药院校教材《物理学》、《物理学实验》、《物理学习题指导》的配套系列教材之三,供高等中医药院校中医、针推、中药、制药工程等专业本科生使用的一本教学参考书。

本书是根据教育部《关于“十五”期间普通高等教育教材建设与改革的意见》的精神,为适应我国高等教育发展的需要,全面推进素质教育,培养 21 世纪高素质人才而编写的。

本书的特点是按其配套理论教材《物理学》的章节内容,编排有“基本概念”、“公式与定律”、“习题解答”及模拟试卷套题等。

在基本概念中,对每章的主要概念分别作了具体而科学的阐述,起到了为学生提供复习概念和强化概念的作用。

在公式与定律中,把每章的主要公式、主要定理及公式等都一一进行了整理,并阐明了某些公式及定理成立的条件,以便学生能正确地运用公式及定理解答相关的问题。

在习题解答中,所安排的题目是由浅入深的,注重解题的逻辑性和科学性,注重解题思路,把每章书后的习题都一一进行了详细的解答,并且为了便于学生的参考,习题解答的题号与其配套理论教材《物理学》每章书后的习题编号完全一致。

为扩充试题思路,开阔试题类型,便于学生总复习,本书的最后还附有“综合测试”及其答案,以供学生自测。

本书在编写过程中,受到了北京中医药大学各级领导的关心与支持,在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,经验不足,书中漏误之处还望广大读者给予批评指正。

编 者

2003 年 5 月

目 录

前言

第一章 刚体力学	(1)
基本概念.....	(1)
公式与定律.....	(2)
习题解答.....	(3)
第二章 流体动力学	(13)
基本概念.....	(13)
公式与定律.....	(14)
习题解答.....	(15)
第三章 分子物理学	(23)
基本概念.....	(23)
公式与定律.....	(26)
习题解答.....	(28)
第四章 热力学基础	(32)
基本概念.....	(32)
公式与定律.....	(33)
习题解答.....	(36)
第五章 静电场	(46)
基本概念.....	(46)
公式与定律.....	(47)
习题解答.....	(49)
第六章 直流电路	(64)
基本概念.....	(64)
公式与定律.....	(64)
习题解答.....	(65)
第七章 电磁现象	(74)
基本概念.....	(74)
公式与定律.....	(75)

习题解答	(79)
第八章 机械振动与机械波	(86)
基本概念 公式与定律	(86)
习题解答	(93)
第九章 波动光学	(108)
基本概念 公式与定律	(108)
习题解答	(115)
第十章 量子力学基础	(123)
基本概念	(123)
公式与定律	(123)
习题解答	(125)
第十一章 氢原子光谱	(132)
基本要求	(132)
基本概念	(132)
习题解答	(141)
第十二章 X 射线	(147)
基本要求	(147)
基本概念	(147)
习题解答	(153)
第十三章 原子核物理学基础	(157)
基本概念	(157)
公式与定律	(158)
习题解答	(160)
综合测试	(167)
综合测试一	(167)
综合测试二	(170)
综合测试三	(173)
综合测试四	(177)
综合测试五	(180)
综合测试六	(183)
综合测试七	(187)
综合测试八	(190)
综合测试九	(193)
综合测试答案	(196)

第一章 刚体力学

【基本概念】

1. 刚体

刚体是指形状完全确定并且在外力作用下,它的形状不发生改变的物体。

2. 刚体的平动

刚体在运动过程中,若刚体上任意两点的连线始终与初始位置平行,刚体的这种运动就称为平动。

3. 刚体的转动

若刚体内的各个点在运动过程中都围绕同一直线作圆周运动,这种运动就称为转动。

4. 角坐标、角位移

如图 1-1 所示,取一垂直于定轴的平面作为转动平面, OO' 为转轴, Ox 轴是位于转动平面内的一条与 OO' 轴垂直的参考线, P 点为转动平面上的某一点,我们把 P 点的矢径 OP 与 Ox 轴之间的夹角 θ 称为角坐标。设在 Δt 时间内, P 点移到 P' 点,我们把 P 点的矢径在 Δt 时间内扫过的角度 $\Delta\theta$ 称为角位移。

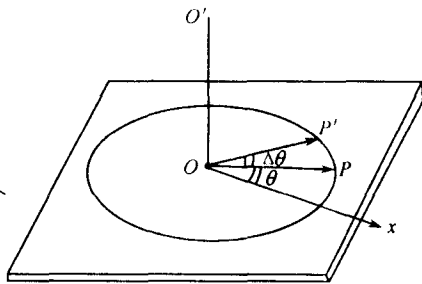


图 1-1

5. 平均角速度、瞬时角速度

描述刚体转动快慢的物理量是角速度,用 ω 表示。角位移的变化量 $\Delta\theta$ 与所经过的时间 Δt 的比值,称为这段时间的平均角速度,用 $\bar{\omega}$ 表示。即

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,平均角速度的极限值称为 t 时刻的瞬时角速度,用 ω 表示。即

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

6. 平均角加速度、瞬时角加速度

设刚体经过 Δt 时间后,角速度的变化量为 $\Delta\omega$,我们把 $\Delta\omega$ 与这段时间间隔 Δt 的比值,称为刚体在这段时间内的平均角加速度,用 $\bar{\beta}$ 表示。即

$$\bar{\beta} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 平均角加速度的极限值表示瞬时角加速度, 用 β 表示。即

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

7. 角量与线量

我们通常把描述质点的量称为线量, 把描述转动的量称为角量。

【公式与定律】

1. 角量与线量的关系

质点的位移 ds 与角位移 $d\theta$ 的关系: $ds = r \cdot d\theta$

质点的切向速度 v 与角速度 ω 的关系: $v = r \cdot \omega$

质点的切向加速度 a_t 与角加速度 β 的关系: $a_t = r \cdot \beta$

质点的法向加速度 a_n 与角速度 ω 的关系: $a_n = r \cdot \omega^2$

质点的合加速度 $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$

2. 转动动能

刚体绕轴转动的转动动能等于刚体的转动惯量 I 与刚体转动角速度 ω 平方的乘积的 $\frac{1}{2}$ 倍。即

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$$

3. 转动惯量 I 的计算

$$I = \sum \Delta m_i \cdot r_i^2$$

若刚体质量是连续分布的, 则

$$I = \int r^2 \cdot dm$$

上式中 r 表示 dm 到轴的距离。

4. 质心坐标的确定公式

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

$$y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$$

$$z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

5. 平行轴定理

刚体对某轴的转动惯量等于刚体对于通过其质心且与该轴平行的轴的转动惯量加上刚体的质量与两轴间距离平方的乘积。即

$$I = I_c + md^2$$

上式中 I_c 是指过质心的轴的转动惯量; I 是指与过质心的轴平行的轴的转动惯量; m 是指刚体的质量; d 是指两平行轴之间的距离。

6. 垂直轴定理

薄板对于垂直于板面的轴(例如 Oz 轴)的转动惯量 I_{Oz} 等于薄板对于位于板面内与 Oz 轴交于一点的两相互垂直的轴 Ox 和 Oy 的转动惯量 I_{Ox} 、 I_{Oy} 之和。即

$$I_{Oz} = I_{Ox} + I_{Oy}$$

7. 力矩 M 的矢量表达式

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

8. 转动定律

转动刚体的角加速度 β 与作用在刚体上的力矩 M 成正比,与刚体的转动惯量 I 成反比,这一定律称为转动定律。即

$$M = I\beta$$

9. 角动量 L

刚体绕定轴转动的角动量 L 等于刚体对给定轴的转动惯量 I 与刚体绕轴转动的角速度 ω 的乘积。即

$$L = I\omega$$

L 的方向与 ω 的方向一致。

10. 角动量定理

刚体对某一给定轴或点的角动量对时间的变化率等于刚体所受到的对同一转轴或点的外力矩的大小。即

$$M = \frac{dL}{dt}$$

11. 角动量守恒原理

当刚体所受的合外力矩为零时,刚体的角动量保持恒定不变。即

$$L = I\omega = \text{恒量}$$

【习题解答】

1-1 当飞轮作加速转动时,在飞轮上半径不同的两个质点,它们的切向加速度是否相同? 法向加速度是否相同?

答:在飞轮上的这两个质点由于它们的半径不同,所以它们的法向加速度和

切向加速度都不同。

- 1-2 某一转轮,从静止开始以匀角加速度转动,经 20s 后,它的角速度到达 60rad/s ,求此转轮的角加速度及在 20s 内转轮转过的角度。

已知: $\omega_0 = 0\text{rad/s}$, $t = 20\text{s}$, $\omega_t = 60\text{rad/s}$

求: (1) $\beta = ?$

(2) $\theta = ?$

解: (1) $\because \omega_t = \omega_0 + \beta t$

$$\therefore \beta = \frac{\omega_t - \omega_0}{t} = \frac{60 - 0}{20} = 3\text{rad/s}^2$$

(2) $\because \theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 20^2 = 600\text{rad}$

答: 此转轮的角加速度为 3rad/s^2 ; 此转轮在 20s 内转过的角度为 600rad 。

- 1-3 某电动机的转子由静止开始,经 30s 后,转子的转速增加到 250r/s ,转子的直径为 0.04m ,试求在 $t = 30\text{s}$ 时,转子表面上一点的速度和加速度。

已知: $\omega_0 = 0\text{rad/s}$, $t = 30\text{s}$, $n = 250\text{r/s}$, $d = 0.04\text{m}$

求: (1) $v = ?$

(2) $a = ?$

解: $\because \omega_t = 2\pi n = 2\pi \times 250 = 500\pi \text{ rad/s}$

(1) 转子表面上一点的速度

$$v = \frac{d}{2} \cdot \omega_t = \frac{0.04}{2} \times 500\pi = 10\pi = 31.4\text{m/s}$$

(2) $\because \omega_t = \omega_0 + \beta t$

$$\therefore \beta = \frac{\omega_t - \omega_0}{t} = \frac{500\pi}{30} = \frac{50\pi}{3} = 52.3\text{rad/s}^2$$

$\therefore$ 转子表面上一点的切向加速度

$$a_t = \frac{d}{2} \cdot \beta = \frac{0.04}{2} \times \frac{50}{3}\pi = \frac{\pi}{3} = 1.05\text{m/s}^2$$

$\therefore$ 转子表面上一点的法向加速度

$$a_n = \frac{d}{2} \cdot \omega_t^2 = \frac{0.04}{2} \cdot (500\pi)^2 = 5000\pi^2 = 4.93 \times 10^4\text{m/s}^2$$

所以转子表面上一点的合加速度

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{(4.93 \times 10^4)^2 + 1.05^2} = 4.93 \times 10^4\text{m/s}^2$$

答: 转子表面上一点的速度为 31.4m/s ; 转子表面上一点的加速度为 $4.93 \times 10^4\text{m/s}^2$ 。

- 1-4 试利用圆盘转动惯量的结果来计算半径为 R , 质量为 m 的均匀球体围绕其直径轴转动的转动惯量。

已知:球的质量为 m , 球的半径为 R

求:球体围绕其直径轴转动的转动惯量

解:以球心为坐标原点,建立一直径轴 h 轴,如题 1-4 图所示,已知距球心距离为 h ,厚度为 dh 的薄圆盘的转动惯量 dI 为:

$$dI = \frac{1}{2} dm \cdot r^2 = \frac{1}{2} r^2 \cdot \rho \cdot dV$$

(ρ 为球体的密度)

$$\therefore dV = \pi \cdot r^2 \cdot dh$$

$$\therefore dI = \frac{1}{2} \rho \pi r^4 \cdot dh$$

$$\begin{aligned} \therefore I &= \int dI = \int_{-R}^R \frac{1}{2} \rho \pi r^4 \cdot dh = \int_{-R}^R \frac{1}{2} \rho \cdot \pi (R^2 - h^2)^2 \cdot dh \\ &= \frac{1}{2} \rho \pi \int_{-R}^R (R^4 - 2R^2 h^2 + h^4) \cdot dh \end{aligned}$$

将 $\rho = \frac{3m}{4\pi R^3}$ 代入上式得

$$I = \frac{2}{5} m R^2$$

答:球体围绕其直径轴转动的转动惯量为 $\frac{2}{5} m R^2$ 。

1-5 试求质量为 m , 长为 L 的均匀细棒对下面几种情况的转动惯量。

- (1) 转轴通过棒的中心并与棒垂直;
- (2) 转轴通过棒的一端点并与棒垂直;
- (3) 转轴通过棒的中心并与棒成 θ 角。

已知:质量为 m , 长为 L 的均匀细棒

求: (1) $I_{\text{中心}} = ?$

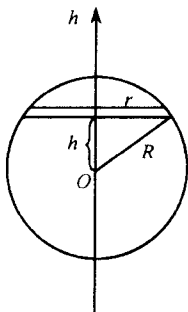
(2) $I_{\text{端点}} = ?$

(3) $I_{\theta} = ?$

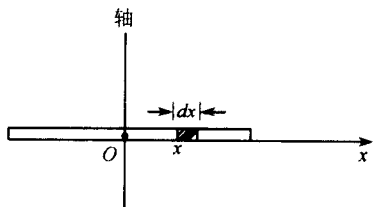
解: (1) 以棒的中心 O 为坐标原点, 建立 Ox 轴, 如图题 1-5(a) 所示。

设细棒的线密度 $\lambda = \frac{m}{L}$, 取 dm 为宽度 dx 的一段细棒, 则 $dm = \lambda \cdot dx$

$$\therefore I_{\text{中心}} = \int x^2 \cdot dm = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} x^2 \cdot \lambda \cdot dx = \frac{1}{12} m L^2$$



题 1-4 图



题 1-5 图 (a)

(2) 以棒的端点为坐标原点, 建立 Ox 轴, 如题 1-5 图(b)所示。

$$\therefore dm = \lambda \cdot dx$$

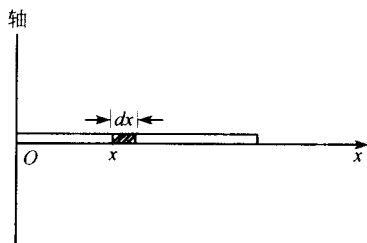
$$\begin{aligned} \therefore I_{\text{端点}} &= \int x^2 \cdot dm = \int_0^L x^2 \cdot \lambda \cdot dx \\ &= \frac{1}{3} mL^2 \end{aligned}$$

(3) 以棒的中心为坐标原点, 建立 Ox 轴, 如题 1-5 图(c)所示。此时因为棒与轴成 θ 角, 所以 dm 到轴的距离为 $x \cdot \sin\theta$ 。

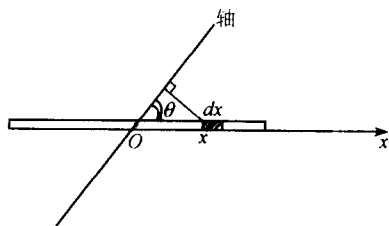
$$\therefore dm = \lambda \cdot dx$$

$$\therefore I_{\theta} = \int x^2 \cdot \sin^2\theta \cdot dm = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} x^2 \cdot \sin^2\theta \cdot \lambda \cdot dx = \frac{1}{12} mL^2 \sin^2\theta$$

答: 细棒通过棒的中心并与棒垂直的轴转动的转动惯量为 $\frac{1}{12} mL^2$; 细棒通过棒的端点并与棒垂直的轴转动的转动惯量为 $\frac{1}{3} mL^2$; 细棒通过棒的中心并与棒成 θ 角的轴转动的转动惯量为 $\frac{1}{12} mL^2 \sin^2\theta$ 。



题 1-5 图(b)



题 1-5 图(c)

1-6 双原子分子中两原子相距为 r , 它们

的质量分别为 m_1 和 m_2 , 可绕通过它们的质心且垂直于两原子连线的轴转动, 求此双原子分子的转动惯量。

已知: 两原子质量分别为 m_1 和 m_2 , m_1 与 m_2 之间的距离为 r

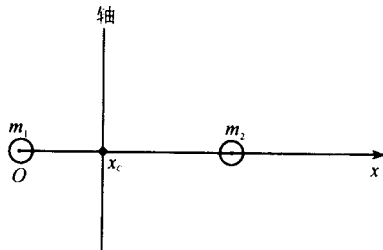
求: $I = ?$

解: 如题 1-6 图所示, 以 m_1 为坐标原点, 连接 m_1 与 m_2 并延长作为 Ox 轴, 设质心的坐标为 x_c , 则 m_1 的坐标为 0, m_2 的坐标为 r , 根据质心坐标确定的公式, 则

$$x_c = \frac{m_2 r}{m_1 + m_2}$$

$$\therefore I = m_1 x_c^2 + m_2 (r - x_c)^2$$

将 $x_c = \frac{m_2 r}{m_1 + m_2}$ 代入上式并整理可得

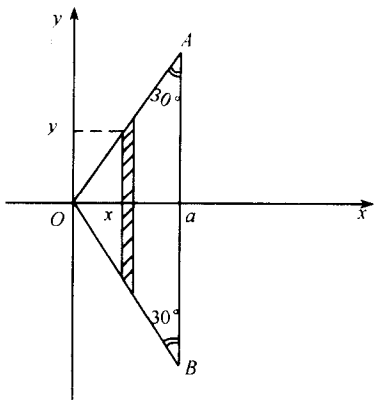


题 1-6 图

$$I = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} r^2$$

答:此双原子分子的转动惯量为 $\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} r^2$ 。

- 1-7 如题 1-7 图所示,三角形 ABO 为一等腰三角形的均匀薄板,质量为 m , O 点到 AB 边的垂直距离为 a ,试求此三角形薄板围绕 y 轴转动的转动惯量。



题 1-7 图

已知:三角形 ABO 是等腰三角形的薄板,其质量为 m , O 点到 AB 边的垂直距离为 a

求:此薄板围绕 y 轴转动的转动惯量 I

解:取宽度为 dx ,高度为 $2y$ 的窄条

阴影部分为 dm ,设此薄板的面密度为

$$\sigma = \frac{m}{S} = \frac{m}{a^2 \sqrt{3}}$$

$$\therefore dm = \sigma \cdot dS = \sigma \cdot 2y \cdot dx = \sigma \cdot 2\sqrt{3}x \cdot dx$$

$$\therefore I = \int x^2 \cdot dm = \int_0^a x^3 \cdot \sigma \cdot 2\sqrt{3} \cdot dx = \sigma \cdot 2\sqrt{3} \frac{1}{4} a^4$$

将 $\sigma = \frac{m}{a^2 \sqrt{3}}$ 代入上式得

$$I = \frac{1}{2} ma^2$$

答:此三角形薄板围绕 y 轴转动的转动惯量为 $\frac{1}{2} ma^2$ 。

- 1-8 砂轮的直径为 0.2m,厚度为 0.025m,密度为 2.4g/cm^3 ,求:

(1) 砂轮的转动惯量;

(2) 当转速为 2940 r/min,砂轮的转动动能为多少(砂轮可视为实心圆盘)。

已知:砂轮直径 $d = 0.2\text{m}$,厚度 $h = 0.025\text{m}$,密度 $\rho = 2.4\text{g/cm}^3$,转速 $n = 2940\text{r/min}$

求:(1) $I = ?$

(2) $E_k = ?$

$$\begin{aligned} \text{解: (1)} \quad \therefore I &= \frac{1}{2} mR^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{d}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2} \right)^2 \cdot h \cdot \left(\frac{d}{2} \right)^2 \\ &= \frac{1}{32} \rho \cdot \pi \cdot d^4 \cdot h \\ &= \frac{1}{32} \times 2400 \times 3.14 \times 0.2^4 \times 0.025 \\ &= 9.42 \times 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned}$$

$$(2) \because \omega = 2\pi n = \frac{2\pi \cdot 2940}{60} = 98\pi \text{ rad/s}$$

$$\therefore E_k = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \times 9.42 \times 10^{-3} \times 98^2 \times \pi^2 = 446\text{J}$$

答:此砂轮的转动惯量为 $9.42 \times 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2$; 此砂轮的转动动能为 446J。

1-9 一飞轮直径为 0.3m, 质量为 5kg, 可绕过其质心与飞轮面垂直的轴转动, 现用绳绕在飞轮的边缘, 并以一恒力拉绳的一端, 使飞轮由静止均匀地加速, 经 0.5s 后, 转速达到 10 转/s, 假定飞轮可看做实心圆柱体, 求:

(1) 飞轮的角加速度;

(2) 飞轮在 0.5s 内转过的圈数;

(3) 作用在绳上的拉力及拉力在 0.5s 内所做的功。

已知: $d = 0.3\text{m}$, $m = 5\text{kg}$, $t = 0.5\text{s}$, $n = 10 \text{ 转/s}$, $\omega_0 = 0 \text{ rad/s}$

求: (1) $\beta = ?$

(2) 飞轮在 0.5s 内转过的圈数 $N = ?$

(3) 拉力 $F = ?$; 拉力所做的功 $W = ?$

解: (1) $\because \omega_t = 2\pi n = 2\pi \cdot 10 = 20\pi \text{ rad/s}$

$$\because \omega_t = \omega_0 + \beta t$$

$$\therefore \beta = \frac{\omega_t - \omega_0}{t} = \frac{20\pi}{0.5} = 40\pi = 1.26 \times 10^2 \text{ rad/s}^2$$

$$(2) \because \theta = \frac{1}{2} \beta t^2 = \frac{1}{2} \times 40\pi \times 0.5^2 = 5\pi \text{ rad}$$

则飞轮在 0.5s 内转过的圈数 N

$$N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{5\pi}{2\pi} = 2.5 \text{ 圈}$$

(3) $\because$ 飞轮的转动惯量

$$I = \frac{1}{2} m R^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 0.15^2 = 5.63 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\because M = I\beta = F \cdot R$$

$$\therefore F = \frac{I\beta}{R} = \frac{5.63 \times 10^{-2} \times 40\pi}{0.15} = 47.1\text{N}$$

拉力所做的功 $W = M \cdot \theta = I\beta \cdot \theta$

$$\therefore W = I\beta\theta = 5.63 \times 10^{-2} \times 40\pi \times 5\pi = 111\text{J}$$

答: 飞轮的角加速度为 $1.26 \times 10^2 \text{ rad/s}^2$; 飞轮在 0.5s 内转过的圈数为 2.5 圈; 作用在绳上的拉力为 47.1N, 此拉力在 0.5s 内所做的功为 111J。

1-10 一圆盘半径为 1m, 质量为 10kg, 可绕过其质心与盘面垂直的轴转动, 假设开始时, 圆盘的角速度为 10 rad/s , 现将一质量为 2kg 的物体放在圆盘的边缘, 问此时的角速度变为多少?

已知: $R = 1\text{m}$, $M = 10\text{kg}$, $\omega_1 = 10\text{rad/s}$, $m = 2\text{kg}$

求: $\omega_2 = ?$

解: 开始时: $I_1 = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1^2 = 5\text{kg} \cdot \text{m}^2$

末态时: $I_2 = \frac{1}{2}MR^2 + mR^2 = 5 + 2 \times 1^2 = 7\text{kg} \cdot \text{m}^2$

根据角动量守恒原理

$$\therefore I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

$$\therefore \omega_2 = \frac{I_1 \cdot \omega_1}{I_2} = \frac{10 \times 5}{7} = 7.1\text{rad/s}$$

答: 若将一质量为 2kg 的物体放在圆盘的边缘时, 此时的角速度变为 7.1rad/s 。

1-11 有圆盘 A 和 B , B 盘静止, 盘 A 的转动惯量为 B 盘的一半, 它们的轴由离合器控制。开始时, 盘 A 和 B 是分开的, 盘 A 的角速度为 ω_0 , 两者衔接到一起后, 产生了 2000J 的热, 求原来盘 A 的动能是多少?

已知: $I_A = \frac{1}{2}I_B$, $\omega_A = \omega_0$, $\Delta E = 2000\text{J}$

求: $E_A = \frac{1}{2}I_A\omega_A^2 = ?$

解: 根据角动量守恒, 则

$$I_A\omega_A = (I_A + I_B)\omega$$

$$\therefore \omega = \frac{I_A\omega_A}{I_A + I_B} = \frac{I_A\omega_A}{3I_A} = \frac{1}{3}\omega_A = \frac{1}{3}\omega_0$$

又根据能量守恒, 则

$$\frac{1}{2}I_A\omega_A^2 - \frac{1}{2} \cdot (I_A + I_B)\omega^2 = \Delta E$$

$$\therefore \frac{1}{2}I_A\omega_A^2 - \frac{1}{2} \cdot 3I_A \cdot \frac{1}{9}\omega_A^2 = 2000$$

$$\therefore \frac{1}{2}I_A\omega_A^2 = E_A = 3000\text{J}$$

答: 原来盘 A 的动能为 3000J 。

1-12 一圆盘可绕过其质心, 与盘面垂直的轴转动, 已知圆盘的半径 $R = 0.5\text{m}$, 它的转动惯量 $I = 20\text{kg} \cdot \text{m}^2$, 开始盘是静止的, 现在盘的边缘上沿切线方向施一大小不变的力 $F = 100\text{N}$, 求:

(1) 圆盘的角加速度;

(2) 到第 10s 末时圆盘边缘一点的线速度。

已知: $R = 0.5\text{m}$, $I = 20\text{kg} \cdot \text{m}^2$, $F = 100\text{N}$, $\omega_0 = 0\text{rad/s}$

求: (1) $\beta = ?$

(2) $t = 10\text{s}$ 时圆盘边缘一点的线速度

解: (1) 由转动定律

$$\because M = I\beta = F \cdot R$$

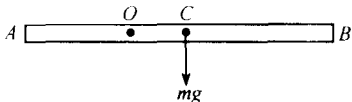
$$\therefore \beta = \frac{F \cdot R}{I} = \frac{100 \times 0.5}{20} = 2.5 \text{ rad/s}^2$$

$$(2) \quad \because \omega_t = \omega_0 + \beta t = 2.5 \times 10 = 25 \text{ rad/s}$$

$$\therefore v = \omega_t \cdot R = 25 \times 0.5 = 12.5 \text{ m/s}$$

答: 圆盘的角加速度为 2.5 rad/s^2 ; 第 10s 末时圆盘边缘一点的线速度为 12.5 m/s 。

1-13 一根质量为 m , 长为 L 的均匀细棒 AB, 可绕一水平光滑轴在竖直平面内转动, 轴离 A 端距离为 $L/3$, 今使棒从静止开始, 由水平位置绕轴转动, 求:



题 1-13 图

(1) 棒在水平位置上刚起动时的角加速度;

(2) 棒转到竖直位置时的角速度及角加速度。

已知: 细棒的质量为 m , 长度为 L , 轴离 A 端的距离为 $L/3$

求: (1) $\beta_{\text{水平}} = ?$

(2) $\omega_{\text{竖直}} = ?$; $\beta_{\text{竖直}} = ?$

解: (1) 如题 1-13 图所示, 设轴是过 O 点垂直于纸面的, C 点是棒的质心。因 A 点与 O 点之间的距离为 $L/3$, 所以 O 点与 C 点之间的距离为 $L/6$, 此时细棒绕轴转动的转动惯量根据平行轴定理可知

$$I = I_c + md^2 = \frac{1}{12} mL^2 + m \left(\frac{L}{6} \right)^2 = \frac{1}{9} mL^2$$

又根据转动定律

$$\because M = I\beta = mg \cdot \frac{L}{6}$$

$$\therefore \beta = \frac{M}{I} = \frac{mg \cdot \frac{L}{6}}{\frac{1}{9} mL^2} = \frac{3g}{2L}$$

(2) 根据能量守恒, 当棒转到竖直位置时, 此时棒的重力势能减少了 $mg \cdot \frac{L}{6}$, 这部分势能的减少应等于棒转动动能的增加