

衛生干部自學文化課本

# 面几何习题解答

饒 婉 宜 編

人 民 衛 生 出 版 社

## 內 容 提 要

这套文化課本,包括代数、平面几何、平面三角、物理学及化学五种。是供卫生干部自学文化或业余学习用的。为便于讀者自学中参考,同时还出版了上述五种书的习题解答。

这套課本的内容,基本上包括了初、高中数理化各科的知識,但根据学习医学的需要做了一些增減。凡是文化水平已經具有高小毕业程度,过去沒有学过中学課程的卫生干部,都可以选学这套課本。学习的順序:最好依次先学代数、几何、三角,再学物理;至于化学,需要的預备知識較少,也可以在学习数学之前先学。

### 卫生干部自学文化課本 平面几何习题解答

開本: 850K1168/32

印張: 10

字數: 257 F字

饒 婉 宜 編

人 民 衛 生 出 版 社 出 版

(北京審判出版登記證出字第〇四六號)

·北京崇文區錢子胡同三十六號·

人 民 衛 生 出 版 社 印 刷 廠 印 刷

新华书店科技发行所发行·各地新华书店經售

統一書號: 14048·2200

定 價: 0.70 元

1960年4月新1版—第1次印刷

(北京版)印數: 1—20,000

# 目 录

## 第一章 基本概念 ..... 3

- |              |              |             |
|--------------|--------------|-------------|
| 習題 1 ( 3 )   | 習題 2 ( 5 )   | 習題 3 ( 6 )  |
| 習題 4 ( 8 )   | 習題 5 ( 10 )  | 習題 6 ( 12 ) |
| 習題 7 ( 13 )  | 習題 8 ( 17 )  | 習題 9 ( 22 ) |
| 習題 10 ( 24 ) | 复習題 1 ( 28 ) |             |

## 第二章 三角形 ..... 39

- |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| 習題 11 ( 39 )  | 習題 12 ( 41 )  | 習題 13 ( 45 )  |
| 習題 14 ( 49 )  | 習題 15 ( 52 )  | 習題 16 ( 54 )  |
| 習題 17 ( 57 )  | 習題 18 ( 61 )  | 習題 19 ( 64 )  |
| 習題 20 ( 66 )  | 習題 21 ( 72 )  | 習題 22 ( 79 )  |
| 習題 23 ( 85 )  | 習題 24 ( 87 )  | 習題 25 ( 91 )  |
| 習題 26 ( 95 )  | 習題 27 ( 99 )  | 習題 28 ( 105 ) |
| 習題 29 ( 113 ) | 習題 30 ( 117 ) | 复習題 2 ( 120 ) |

## 第三章 平行线 ..... 146

- |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| 習題 31 ( 146 ) | 習題 32 ( 149 ) | 習題 33 ( 152 ) |
| 習題 34 ( 157 ) | 習題 35 ( 160 ) | 复習題 3 ( 172 ) |

## 第四章 四边形 ..... 186

- |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| 習題 36 ( 186 ) | 習題 37 ( 191 ) | 習題 38 ( 196 ) |
| 習題 39 ( 200 ) | 复習題 4 ( 206 ) |               |

## 第五章 圆 ..... 227

- |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| 習題 40 ( 227 ) | 習題 41 ( 232 ) | 習題 42 ( 236 ) |
| 習題 43 ( 242 ) | 复習題 5 ( 246 ) |               |

第六章 相似三角形 .....251

習題44( 251 )

習題45( 253 )

習題46( 263 )

習題47( 282 )

習題48( 289 )

復習題 6 ( 297 )

# 第一章 基本概念

## 習題 1

### 1. 什么是几何体？它与实际的物体有什么区别？

答 几何体就是物体的外形，它有長、寬、高三度，而沒有物理性質和化学性質（2节之(1)）。例如，長方体，球体等。

实际的物体，除具有一定的外形和長、寬、高三度外，还有它的物理性質和化学性質（2节之(1)）。例如，書、粉笔、乒乓球等。

所以，几何体与实际物体的区别是：几何体沒有物理性質和化学性質，而实际物体則有物理性質和化学性質。

### 2. 什么是几何上的面？一張極薄的紙是否可以說它是几何上的面？

答 (1) 几何上的面就是几何体的表面(或体的界限)，因此它不能离开体而單獨存在(只可以單獨的想像它、研究它)，它有長、寬兩度而沒有厚薄(2节之(2))。

(2) 因為一張極薄的紙總是有厚度的(即使只有几十万分之一毫米，也算是厚度)，而面是沒有厚度的，并且面是不能單獨存在的，而極薄的紙是能單獨存在的。所以，極薄的紙不是几何上的面(它是体)。不过可以把它当做面来看待(只要不計較它的厚薄，而只研究它的長寬，它就是面了)。

### 3. 什么是几何上的綫？一根極細的头髮，是否可以說它是几何上的綫？

答 (1) 几何上的綫是面的边界(或兩面相交的地方)，因而它不能离开面而單獨存在(只可以單獨地想像它、研究它)，并且它只有長度，而沒有粗細(寬窄或厚薄)(2节之(3))。

(2) 因为无论怎样细的头髮，总是有粗细的(因为即使直径只有几千万分之一毫米，也是有粗细)，而几何上的线是没有粗细的。同时，线是不能单独存在的，而极细的头髮是可以单独存在的。所以，一根极细的头髮也不能说它是几何上的线(它是体)。不过，可以把它当做线来看待(就是只要不计较它的粗细，只研究它的长短就可以了)。

4. 什么是几何上的点？我们在黑板上用粉笔点一白点，是否可以说它是几何上的点？

答 (1) 几何上的点就是线的尽头(或两线相交的地方)，因此它不能离开线而单独存在，并且它只有位置而没有大小(2节之(4))。

(2) 因为我们用粉笔点的白点，无论怎样小，也还是有大小的，而几何上的点是沒有大小的；并且几何上的点是不能单独存在的，而画的点是可以单独存在的。所以用粉笔在黑板上点的白点，不能说它是几何上的点。不过可以把它当做点来看待(只要不计较它的大小，只研究它的位置，它就是点了)。

5. 在一块长方形的木头上可以看出多少面？多少线？多少点？一张报纸又是怎样呢？

答 在一块长方形的木头上可以看出有六个面(上下各一个，周围四个)，十二条线(上下面的边界各四条，周围四条)和八个点。在一张报纸上可以看出二个面、四条线和四个点。实际上，一张报纸也是长方体(因为它有一定的厚度)，所以它也有六个面、十二条线和八个点。

6. 面、线、点为什么不能离开体而单独存在？如果把它们的单独来研究，它们之间有什么区别？

答 因为点是线的一部分，线是面的一部分，面是体的一部分，所以点不能离开线，线不能离开面，面不能离开体，也就是点、线、面都不能离开体而单独存在。

如果把它们单独地来研究，它们之间的区别是，点只有位置

而沒有大小；綫有長度而沒有粗細；面有長、寬兩度而沒有厚薄；  
體有長、寬、高三度而沒有物理性質和化學性質。

7. 就日常所見的現象，各舉一例說明：“點運動產生綫”，  
“綫運動產生面”。

答 (1)下雨的時候，雨滴自空中落下而成綫。如果把水滴看成點，那末水滴自空中落下就是點在運動。所以，下雨的現象就說明了“點運動產生綫”。

(2)用一段繩子的一端系一重物，緊握另一端用力旋轉。當轉得很快時，就像一個圓面。如果把繩子看成綫，這個現象就說明了“綫運動產生面”。

## 習題 2

1. 什麼是幾何圖形？構成幾何圖形的基本元素是什麼？

答 (1)點、綫、面、體中的一種或幾種結合起來的形象就是幾何圖形(3節)。

(2)構成幾何圖形的基本元素就是點、綫、面、體。

2. 在平坦的紙上或黑板上畫的長方體是不是平面幾何圖形？

答 因為長方體就是空間幾何圖形(4節之(1))。所以把它畫在平坦的紙上或黑板上，仍然是空間幾何圖形，而不是平面幾何圖形。

3. 幾何學研究的對象是什麼？平面幾何學研究什麼？

答 幾何學研究的對象是幾何圖形的性質(3節)。

平面幾何學是研究平面幾何圖形的性質(3節之(2))。

4. 移形公理是什麼？怎樣才知道兩個幾何圖形是全等的？

答 (1)移形公理是，幾何圖形可以在空間移動而不改變它的形狀和大小(3節)。

(2)把一個幾何圖形放到另一個幾何圖形上面，如果它們的

各部分都能够完全重合,这两个几何图形就是全等的(3节)。

### 習 題 3

1. 圖圖說明下列各問題:

(1) 通过一点可以引几条直線?

(2) 通过两点可以引几条直線?

(3) 两条直線能相交于几个点?

答 (1) 通过一点可以引无数条直線(如圖(1));

(2) 通过两点只可以引一条直線(如圖(2));

(3) 两条直線相交,只有一个交点(如圖(3))。

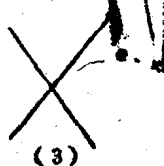
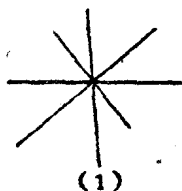


圖 1

2. 通过M点与N点引直線AB与CD,为什么它們相重合?

答 因为根据直線公理:“通过任意两点,可以引一条直線并且只可以引一条直線”,所以通过M、N两点也只能引一条直線。因此直線AB与直線CD必須重合为一条直線。

又法:假設直線AB与直線CD不重合,那么就是通过两点可以引两条直線。这与直線公理相矛盾,因而这个假設不能成立。所以直線AB与直線CD必定相重合。

3. 任意画三个点,通过每两点引直線最多能引几条? 圖圖說明之。有沒有只能引一条直線的时候?

答 任意画三个点,通过每两点引直線最多能引三条(如圖(1))。当这三个点都在一条直線上的时候,就只能引一条直線(如

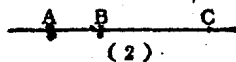
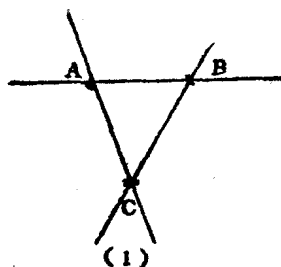


圖 2

圖(2))。

4. 直線、射線、線段有什麼區別？画出它們的圖來。

答 直線、射線、線段的區別是（6節之(3)）；直線是沒有界限的（圖(1)）；射線是一端有界限，而另一端沒有界限的（如圖(2)）；線段是兩端都有界限的（如圖(3)）。

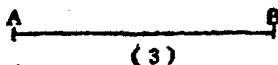
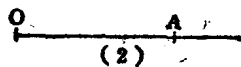
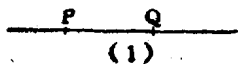


圖 3

5. 下列各圖中最多可以找到幾條線段？把它們記出來。

答 圖(1)中最多有十條線段，就是：AB、BC、CD、AD、AE、AC、EC、BE、BD、ED；圖(2)中最多有六條線段，就是：AB、AD、AC、BC、BD、CD；圖(3)中最多有十一條線段，就是：AB、AF、BF、AC、AE、EC、BC、BD、DC、DF 及 DE。

6. 把一張白紙放在由線段組成的圖形下，用針尖在各線段的端點刺下小孔，然後對照原圖把白紙上的小孔用線段連結起來。這樣就得出一個與原圖形一樣的圖形。用這樣的方法把圖中的五角星畫下來。

注意：这题自己做。不过刺小孔时，应刺在每条线段的端点上，就是五角星的角尖上。

## 習 題 4

1. 什么叫做相等线段？如果把两条相等的线段重叠起来，它们的端点是怎样情况？

答 (1) 把两条线段重叠起来，如果它们的端点分别重合，这两条线段就叫做相等线段(7节)。

(2) 如果把两条相等线段重叠起来，使它们的一端重合，那末另一端也必定重合(7节)。

2. 已知线段  $EF$  (如图4)，求作一线段使它等于  $EF$ 。

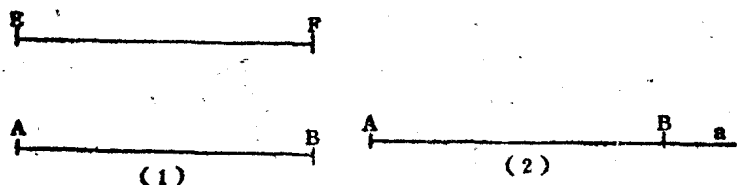


圖 4

作法(1)用刻度尺量得  $EF=4$  厘米，另画一条长4厘米的线段  $AB$ ，那末  $AB$  就是所求作的线段(如图(1))，因  $AB=EF$ 。

作法(2)随便画一条直线  $a$ ，在  $a$  上任取一点  $A$ ，把圆规的两脚分开，使两脚尖分别落在  $E$  点和  $F$  点上，并保持这个距离，将圆规的针尖插在  $A$  上，用另一脚上的笔在  $a$  上一画，得  $B$  点，那末  $AB$  就是所求作的线段(如图(2))，因  $AB=EF$ 。

3. 已知线段  $AB$ ，求在已知直线  $a$  上截取一条线段，使它等于  $3AB$ 。

(解题方法) 因题中没有画出已知线段  $AB$  和已知直线  $a$ 。所以，应先画出线段  $AB$  和直线  $a$ ，它们的长度可以适当选择。作法有两种(如上题)。这里仅写第二种作法。

作法: 1. 在  $a$  上任取一点  $C$ , 用截取等线段的方法在  $a$  上截取  $CD=AB$ ;



圖 5

2. 圓規保持兩腳尖的距离不变, 再从  $D$  点截取  $DE=AB$ ; 从  $E$  点截取  $EF=AB$ 。那末,  $CF$  就是所求作的綫段, 因为  $CF=CD+DE+EF=AB+AB+AB=3AB$ 。

4. 已知綫段  $a$ 、 $b$ 、 $c$  (如圖 6),

(1) 求作一綫段使它等于  $a+b-c$ 。

(2) 求作一綫段使它等于  $a-b+c$ 。

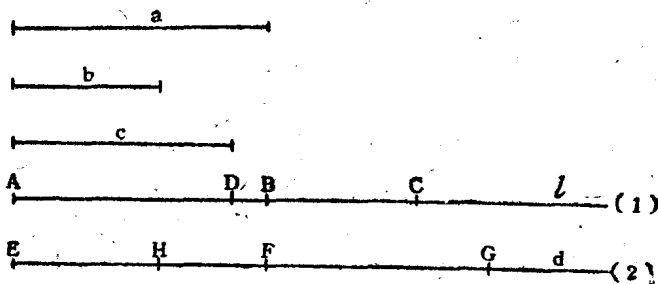


圖 6

作法: 1. 任意作一直綫  $l$ , 在  $l$  上任取一点  $A$ , 用截取等綫段的方法, 从  $A$  起截取  $AB=a$ ;  $BC=b$ ; 再从  $A$  起截取  $AD=c$ , 那末  $DC$  就是所求作的綫段。

$$\therefore AC=AB+BC=a+b,$$

$$\therefore DC=AC-AD=a+b-c.$$

2. 任作一直线  $d$ ，在  $d$  上任取一点  $E$ ，截取  $EF=a$ ，又从  $E$  起截取  $EH=b$ ，从  $F$  起截取  $FG=c$ ，那末  $HG$  就是所求作的线段。

$$\therefore HF = EF - EH = a - b,$$

$$\therefore HG = HF + FG = a - b + c.$$

5. 随便画一条线段  $AB$ ，求出它的中点  $C$ ，并且用式子表示这种关系。



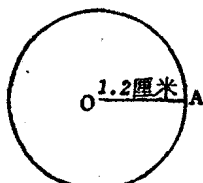
圖 7

解 画线段  $AB$ ，用刻度尺量得  $AB$  长 4.94 公分，用 2 除 4.94 得 2.47 公分。从  $A$  起量 2.47 公分得出  $AB$  的中点  $C$ （8 节之（3））。用式子表示为： $AC=BC$  或  $2AC=AB$  或  $2BC=AB$ 。

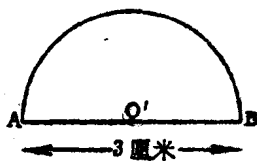
### 習 題 5

1. 画出下面的图形：

(1) 半径是 1.2 厘米的圆；(2) 直径是 3 厘米的半圆。



(1)



(2)

圖 8

解 (1) 以  $O$  为圆心，以 1.2 厘米为半径画圆，得图(1)。

(2) 画  $AB$  等于 3 厘米，以  $AB$  的中点  $O'$  为圆心，以  $\frac{1}{2}AB$

的長为半徑画半圓，得圖(2)。

2. 任意画一条綫段  $AB$ ，分別以  $A$  和  $B$  为圓心，以綫段  $AB$  为半徑作两个圓。

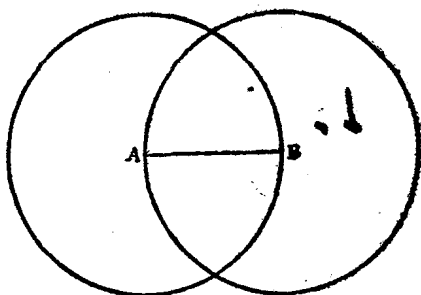


圖 9

解 画  $AB$ ，分別以  $A, B$  为圓心，以  $AB$  的長为半徑画两圓，得圖 9。

3. 已知  $A$  是  $\odot O$  圓周上的一点，

(1) 过  $A$  作一条弦，一条割綫；

(2) 从  $A$  作一条直徑，这条直徑又叫什么？

解 (1) 过  $A$  的弦如  $AC$ ；过  $A$  的割綫如  $MN$ ；

(2) 从  $A$  作的直徑如  $AB$ ，这条直徑又叫做弦。

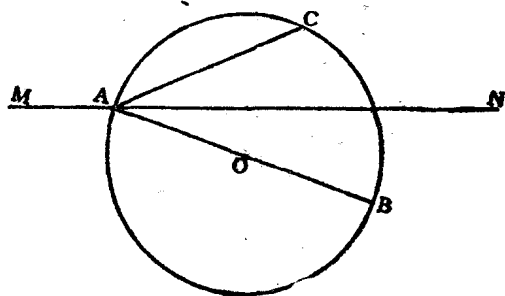


圖 10

4. 已知綫段  $a, b$ ，用 10 节的作圖法。

(1) 求作一綫段等于  $a+b$ ；

(2) 求作一綫段等于  $2a-b$ 。

作法：

(1) 任意作一直綫  $l$ ，在  $l$  上任取一点  $A$ ，以  $A$  为圓心，以  $a$

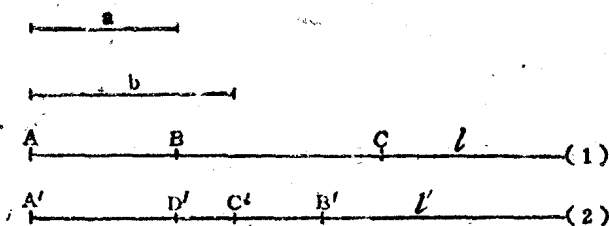


圖 11

为半徑画弧交  $l$  于 B 点；又以 B 为圆心，以  $b$  为半徑画弧交  $l$  于 C；那么 AC 就是所求作的綫段。

$$\because AB = a, BC = b,$$

$$\therefore AC = AB + BC = a + b.$$

(2) 任意作一直綫  $l'$ ，在  $l'$  上任取一点  $A'$ ，截取  $A'B' = 2a$ ，又截取  $A'C' = b$ ；那末  $C'B'$  就是所求作的綫段。

$$\because A'B' = A'D' + D'B' = a + a = 2a, A'C' = b,$$

$$\therefore C'B' = A'B' - A'C' = 2a - b.$$

## 習題 6

1. 把圖中用数字表示的角，各用三个大写字母来表示。

解 圖中的  $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$  可分別表示为： $\angle BOD$ 、 $\angle DOA$ 、 $\angle AOC$ 、 $\angle COB$ 。

2. 在圖中，哪两个角的和等于  $\angle AOC$ ？哪两个角的和等于  $\angle BOD$ ？哪三个角的和等于  $\angle AOD$ ？

解 圖中， $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$ ；

$$\angle BOD = \angle BOC + \angle COD;$$

$$\angle AOD = \angle AOB + \angle BOC + \angle COD.$$

3. 在上題圖中， $\angle AOC$  与  $\angle AOB$  的差是哪一個角？ $\angle BOD$

与  $\angle COD$  的差是哪一个角?  $\angle AOD$  与  $\angle COD$  的差是哪一个角?

解  $\angle AOC - \angle AOB = \angle BOC$ ;

$\angle BOD - \angle COD = \angle BOC$ ;

$\angle AOD - \angle COD = \angle AOC$ .

4. 配出下列每一圖中的所有角:

解 圖(1)中有  $\angle A$ 、 $\angle B$  和  $\angle C$ ;

圖(2)中,以 A 为角頂的有:  $\angle BAC$ 、 $\angle BAD$ 、 $\angle CAD$ ; 以 B 为角頂的有:  $\angle CBD$ 、 $\angle CBA$ 、 $\angle DBA$ ; 以 C 为角頂的有:  $\angle DCA$ 、 $\angle DCB$ 、 $\angle ACR$ ; 以 D 为角頂的有:  $\angle ADB$ 、 $\angle ADC$ 、 $\angle BDC$ ; 以 E 为角頂的有:  $\angle AEB$ 、 $\angle BEC$ 、 $\angle CED$  和  $\angle DEA$ . 所以圖(2)中共有十六个角;

圖(3)中,以 A 为角頂的角有:  $\angle BAC$ 、 $\angle BAD$ 、 $\angle CAD$ ; 以 B 为角頂的角有:  $\angle ABC$ 、 $\angle ABE$ 、 $\angle CBE$ ; 以 C 为角頂的角有:  $\angle ACB$ 、 $\angle ACF$ 、 $\angle BCF$ ; 以 E 为角頂的角有:  $\angle AEF$ 、 $\angle FEC$ 、 $\angle AEC$  (像这样, 两条边成一条直线的角, 叫做平角, 以后再講它); 以 D 为角頂的角有:  $\angle BDF$ 、 $\angle FDC$  (或  $\angle ADC$ )、 $\angle BDC$ ; 以 F 为角頂的角有:  $\angle AFB$ 、 $\angle BFD$ 、 $\angle DFC$ 、 $\angle CFE$ 、 $\angle EFA$ . 所以圖(3)中共有二十个角.

## 習題 7

1. 用量角器量出下列各角的度数, 并指出各是哪种角.

解 圖(1)角为  $60^\circ$ , 是銳角; 圖(2)角为  $90^\circ$ , 是直角; 圖(3)角为  $145^\circ$ , 是鈍角.

2. 作出下面的三个角:

(1)  $\angle AOB = 30^\circ$ ; (2)  $\angle DOC = 10^\circ 30'$ ,

(3)  $\angle ABC = 40^\circ.5$ .

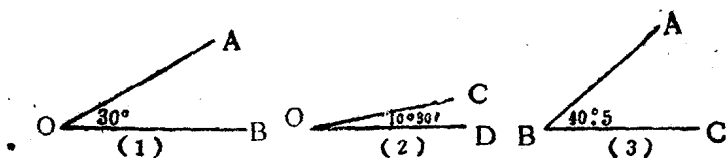


圖 12

3. 作  $\angle AOB$  (如圖) 的平分綫。

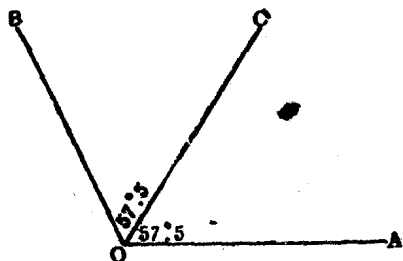


圖 13

解 量得  $\angle AOB = 115^\circ$ , 用 2 除  $115^\circ$  得  $57.5^\circ$ , 作  $\angle AOC = 57.5^\circ$ . 那么  $OC$  是  $\angle AOB$  的平分綫。

4. 在圖中, 如果  $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOE$ , 那末哪一條射綫是  $\angle AOC$  的平分綫? 哪一條射綫是  $\angle COE$  的平分綫? 哪一條是  $\angle AOE$  的平分綫? 哪一條是  $\angle BOD$  的平分綫?

解  $\because \angle AOB = \angle BOC$ , (已知)

$\therefore OB$  是  $\angle AOC$  的平分綫。 (角平分綫定义)

$\because \angle COD = \angle DOE$ , (已知)

$\therefore OD$  是  $\angle COE$  的平分綫。 (角平分綫定义)

$\because \angle BOC = \angle COD$ , (已知)

$\angle AOB = \angle DOE$ , (已知)

則  $\angle BOC + \angle AOB = \angle COD + \angle DOE$ , (等量加等量和相等)

即  $\angle AOC = \angle COE$ ,

( $\because \angle BOC + \angle AOB = \angle AOC, \angle COD + \angle DOE = \angle COE$ )

$\therefore$  OC 是  $\angle AOE$  的平分线。 (角平分线定义)

$\therefore \angle BOC = \angle COD$ , (已知)

$\therefore$  OC 是  $\angle BOD$  的平分线。 (角平分线定义)

注意: 符号“ $\because$ ”代表“因为”; “ $\therefore$ ”代表“所以”。在每一式或一句话后面括号内的叙述, 就是这一式或这一句话成立的根据。

5. 在上题中, 哪一个角等于  $\angle AOB$  的四倍? 哪些角等于  $\angle BOC$  的三倍? 哪些角等于  $\angle AOE$  的二分之一?

解 (1)  $\because \angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOE$ ,

$$\begin{aligned}\text{则 } \angle AOE &= \angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle DOE \\ &= \angle AOB + \angle AOB + \angle AOB + \angle AOB \\ &= 4 \cdot \angle AOB,\end{aligned}$$

$\therefore \angle AOE$  等于  $\angle AOB$  的四倍。

$$\begin{aligned}(2) \quad \because \angle AOD &= \angle AOB + \angle BOC + \angle COD \\ &= \angle BOC + \angle BOC + \angle BOC \\ &= 3 \cdot \angle BOC.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{又 } \because \angle BOE &= \angle BOC + \angle COD + \angle DOE \\ &= \angle BOC + \angle BOC + \angle BOC \\ &= 3 \cdot \angle BOC,\end{aligned}$$

$\therefore \angle AOD$  和  $\angle BOE$  都等于  $\angle BOC$  的三倍。

(3)  $\because$  OC 是  $\angle AOE$  的平分线,

$$\therefore 2\angle AOC = \angle AOE, \text{ 或 } \angle AOC = \frac{1}{2}\angle AOE,$$

$$2\angle COE = \angle AOE, \text{ 或 } \angle COE = \frac{1}{2}\angle AOE.$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle AOC &= \angle AOB + \angle BOC \\ &= \angle COD + \angle BOC \\ &= \angle BOD,\end{aligned}$$

$$\therefore 2\angle BOD = \angle AOE$$

$$(\because 2\angle AOC = \angle AOE)$$

$$\text{或 } \underline{\angle BOD = \frac{1}{2}\angle AOE},$$