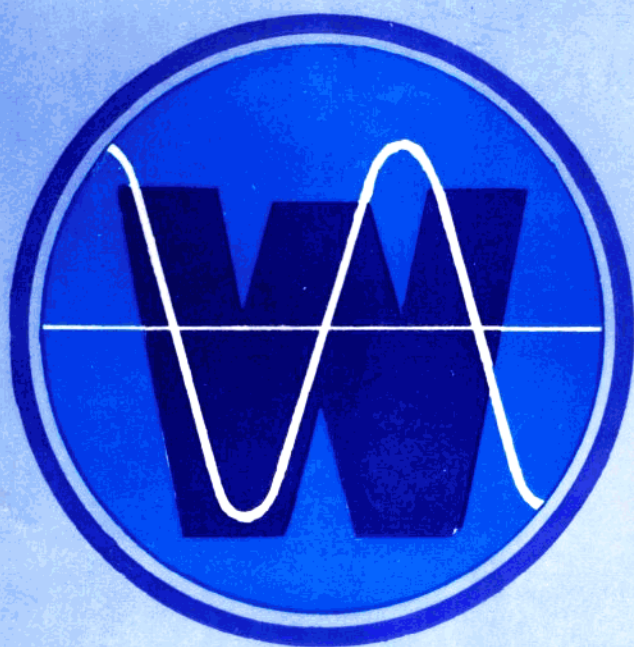


物理实验

WU LI SHI YAN

湖南省高等工程专科学校《物理实验》编写组



中南工业大学出版社

序

在当前全国加快改革开放,尽快把经济建设搞上去的新形势下,作为实验物理工作者,必须抓住这个机遇,为我国教育事业做出新的更大的贡献。实验教学要改革的问题很多,但关键的问题还是教材的建设。湖南省物理学会高等工程专科课程协作组,通过调查研究,反复讨论,抓住了牵动全局的重大问题,认真编写了《物理实验》教材,取得了可喜的成果,为进一步促进实验教学的改革,铺平了道路。

干任何事情,都要有革新开拓的精神。这本教材冲破了旧框框的束缚,紧扣高等工程专科的不同专业特点和要求,体现了由浅入深、由简到繁的认识论,并结合当前的经济建设为中心所需的物理内容。编排新颖,选题较多,便于各校取舍。其特点是:

1. 强化了物理实验基本知识和基本技能的训练。再加上一些基础实验的巩固与提高,这就奠定了完整的实验基础,解决了必备的实验基本功。这个环节加强了,以后就如虎添翼。在这个基础上,再做些综合提高实验与设计性实验,这就描绘了整个物理实验的美好蓝图。

2. 重视学生独立工作能力的全面培养。具体实验又注意到学生分析问题和解决问题的能力提高,这对高等工程专科的学生来说,就显得更为重要。要达到这一目的,就得让学生由浅入深、由简到繁、循序渐进地去学习、去掌握、去应用。同时一步一个脚印,有的放矢,决不马虎从事,从而又提高了实事求是的务实精神。

3. 紧扣1991年国家教委颁发的《基本要求》。高等工程专科物理实验的五种基本实验方法和测量方法,二十余种常用量具、实验仪器设备以及处理实验数据的四种常用方法,均分别贯穿在实验教材之中。误差理论及数据处理都严格要求,始终如一。使学生受到系统实验方法和实验技能的训练,为学生学习后续课程的实验和进行工程实验打下良好的基础。有利于培养合格的高级工程技术应用人才。

总之,教材是教师组织教学的依据,是学生进行实验的指南。编写教材既是教学经验的总结,又是科研的重要课题,是学校事关大局的百年之计,更是提高教学质量的重要保证。但教材本身涉及面广,有很多问题尚需探索研究。而胜利是属于刻苦地钻研,踏实地工作的人们。并愿与之共勉。

吴 智

1992.4.于长沙

前 言

教材是培养人才、进行教学的基本工具,是我们教学工作中极为重要的组成部分。建国42年来,随着我国高等教育的蓬勃发展,各类本科的物理实验教材出版较多。可是,高等工程专科这一层次的物理实验教材为数甚少,目前许多高等工程专科学校仍在使用本科的物理实验教材。显然,这与国家教委在1991年颁发的《高等学校工程专科物理实验教学基本要求》是不相适应的,也不利于技术应用型人才的培养。面对这种情况,湖南省物理学会高等工程专科物理教学协作组在调查研究和广泛征求意见的基础上,决定组织编写《物理实验》教材,试图从物理实验的教学思想、教学内容和教材体系等方面进行探索和改革。这一工作得到了湖南省物理学会实验委员会、湖南省各高等工程专科学校的大力支持,从而使《物理实验》的编写工作顺利进行。在编写过程中,湖南省物理学会副秘书长、国防科技大学吴智教授亲临指导,提出了许多宝贵意见。各兄弟院校的同行也给予了热情鼓励与支持,在此一并致以衷心的感谢。

本书以《高等学校工程专科物理实验课程教学基本要求》为依据,以培养学生能力为主线。根据人的认识规律分章撰写。让刚进大学不久的学生首先学习物理实验的基本知识和基本技能,做一定数量的基础实验(含选做实验)。在此基础上再做综合提高性实验与小型设计性实验,使物理实验从内容到方法都形成由浅入深、循序渐进的有机整体。按照这种体系进行物理实验,有利于让学生从牵着走到带着走,最后自己走,由“必然王国”走向“自由王国”。

为了加强教材的适用性与针对性,我们根据各校物理实验仪器设备以及不同专业对物理实验课程的要求不尽相同的情况,除了编入选作实验项目以外,对于同一物理量的测量,一般提供两种或两种以上的实验方法供各校选用。《基本要求》中提出的五种基本实验方法和测量方法,二十余种常用量具、实验仪器设备以及处理实验数据的四种常用方法,均分别体现在本书的实验项目之中。以期紧扣《基本要求》,突出专科特色。

本书涉及的物理学名词一律采用1988年我国物理学名词审定委员会公布的新审定的物理学名词,并附录于后,请大家注意使用。

本书由谭泽南主编,下列同志(按姓氏笔划排列)参加编写。湖南省邵阳工业专科学校马文跃(2.2、2.4)、唐泗澜(1.2、2.7)、岳阳大学刘 璞、李 颢(1.1、4.2、4.3)、湖南建材工业专科学校刘 俊(2.10、3.2)、湖南省纺织专科学校朱星星(2.5、2.9)、湖南省轻工业专科学校李德珍(1.1、2.6)、常德高等专科学校李 敏(2.11、2.12)、湖南省水利水电学校陈衡云(1.2、3.1)、湘潭机电专科学校周道其(2.1、4.1)、湖南城市建设专科学校胡大光(1.2、3.5)、周熹霖(3.8、3.9)、湖南大学衡阳分校张安丽(2.8、3.3)、长沙工业高等专科学校钟晋光(3.6、3.7)、谭泽南(绪论、4.4、第五章、附录、附表)、株洲工学院戴森荣(2.3、3.4)。

由于时间仓促，编者水平有限，书中一定存在缺点和错误。总请使用本书的教师、同学和读者批评指正。

编 者

1992.3.

目 录

绪 论

0.1	物理实验课程的地位、教学任务和基本要求	(1)
0.2	怎样上好物理实验课	(2)
0.3	巧用仪器设备 提高实验效能	(3)
第1章 物理实验基本知识和基本技能		
1.1	误差理论和实验数据处理	(4)
1.2	物理实验常用量具和仪器的使用方法	(20)
第2章 基础实验		
2.1	气轨上质点运动的研究	(46)
2.2	刚体转动惯量的测定	(57)
2.3	杨氏弹性模量的测定	(65)
2.4	比热容的测定	(73)
2.5	用模拟法测绘静电场	(79)
2.6	用电桥测电阻	(83)
2.7	示波器的使用	(91)
2.8	用电势差计测电源的电动势	(97)
2.9	磁感应强度的测定	(104)
2.10	光的干涉的应用	(115)
2.11	用分光计测三棱镜折射率	(120)
2.12	光栅衍射和光波波长的测定	(127)
第3章 选作实验		
3.1	重力加速度的测定	(131)
3.2	固体线膨胀系数的测定	(138)
3.3	落球法测量液体粘度[系数]	(144)
3.4	液体表面张力系数的测定	(147)
3.5	灵敏电流计的研究	(152)
3.6	偏振光的研究	(156)
3.7	照相技术	(161)
3.8	不良导体导热系数的测定	(165)
3.9	弦的振动实验	(169)
第4章 综合提高实验		
4.1	迈克耳逊干涉仪	(173)

4.2 单缝衍射光强分布的研究.....	(176)
4.3 全息照相基本技术.....	(179)
4.4 光电效应和普朗克常量的测定.....	(182)
第5章 设计性实验	
5.1 设计性实验的类型和实验报告的要求.....	(188)
5.2 设计性实验课题.....	(191)
附 录	(194)
附 表	(197)

绪 论

0.1 物理实验课程的地位、 教学任务和基本要求

高等工程专科物理实验课程是学生进入大学以后,受到系统实验方法和实验技能训练的第一门实验课程,也是对学生进行科学实验基本训练的一门独立的、必修的实验基础课,它为学生学习后续课程的实验和进行工程实验打下必要的基础。物理实验课程在培养专科人才的全局中,与物理学的理论教学具有同等重要的地位。物理学规律的发现和物理理论的建立,都必须以严格的物理实验为基础,并受到实验的检验。实验是科学认识过程中不可缺少的部分,它对于真理的来源和判断具有决定的意义。历史证明,物理学的发展是在实验和理论两个方面相互推动和密切配合下进行的。

物理实验课程的教学任务是:

1. 使学生掌握常用物理量的基本测量方法,学习物理实验的基本知识。
2. 使学生学会常用物理仪器的调整及正确的使用方法。
3. 使学生初步具备处理数据、分析结果、撰写实验报告的能力。
4. 通过实验,加深学生对物理概念和规律的理解。
5. 培养学生对待科学实验一丝不苟的严谨态度和实事求是的工作作风。通过小型设计性实验,培养学生主动研究、积极探索的开拓精神。
6. 培养学生遵守纪律、爱护公物的优良品德,让学生养成良好的实验习惯。

通过工程专科物理实验课程的训练,要求学生做到如下几点:

1. 通过预习,明确所要进行实验的原理和步骤,弄清需要测量、记录和处理的数据及有关注意事项。写出合格的实验预习报告。
2. 借助教学资料和仪器说明书,能够调整常用实验装置、了解其性能,并学会使用方法。例如:游标卡尺、螺旋测微计、移测显微镜、物理天平、秒表、数字毫秒计、温度计、灵敏电流计、电流表、电压表、多用[电]表、电阻箱、变阻器、直流电桥、电势差计、示波器、低频信号发生器、分光计、标准电池、直流稳压器、钠光灯、激光光源等二十余种常用仪器。
3. 初步掌握操作的基本技术。例如:零位校准、水平及竖直调整、消除视差、光路的高共轴调整、能够根据实验电路图正确接线等。
4. 学会物理实验中的基本实验方法与测量方法,例如:比较法、放大法、转换测量法、模拟法和补偿法等。能够对常用物理量进行一般测量,例如:长度和角量、质量、时间、温度、电流、电压、电阻、电动势、磁感应强度、光波波长等。

5. 能够运用测量误差的基本知识,正确处理实验数据。对直接测量的物理量能够正确读数、记录,并对其绝对误差和相对误差进行计算、写出测量结果;对一些简单的间接测量的物理量的相对误差和绝对误差进行计算并写出测量结果;掌握处理数据的常用方法,例如:算术平均法、列表法、作图法和逐差法。

6. 能够撰写合格的实验报告。

为了使学生在实验方法的考虑,测量条件的确定以及测量仪器的选择和配合等方面受到初步的训练,本教材编入了一些简单的设计性实验课题,从而培养学生勇于探索、勤于思考、精心设计的优良品质。

0.2 怎样上好物理实验课

物理实验课是一门实践性很强的课程,学生在独立实验的过程中,既动脑又动手。是增长知识、提高能力的极好机会。能否达到上述教学基本要求,完成物理实验的教学任务,在很大程度上取决于学生能否上好物理实验课。我们认为,可以从以下三方面努力。

0.2.1 课前预习

上实验课之前,要认真预习实验教材和参考资料,写出预习笔记。预习笔记包括实验名称、目的、原理(或计算公式)、数据表格等,初步了解实验仪器和装置的结构、操作规程与注意事项,在自己头脑中形成初步的实验方案。

0.2.2 课内实验

进入实验室以后,首先要认真听取指导教师的重点讲授,然后细心观察和熟悉实验仪器装置以及使用方法,根据实验仪器操作规程进行安装和调整。实验过程中,要认真观察实验现象,正确记录实验数据。实验数据必须是自己实验的结果,不能抄袭和追记。同时,还要及时记录实验的环境条件,仪器精度、规格及测量量的单位。实验中出现了问题,要及时向指导教师请教。使用电器设备的实验,其实验线路必须经指导教师检查无误后才能接通电源,注意用电安全。实验完毕,应在实验室及时整理实验数据。如发现错、漏,要立即重新测量或补测,实验数据应交指导教师审阅签字。离开实验室之前,要将仪器设备整理复原。总之,不要盲目地进行实验,要注意掌握每个实验中所采用的实验方法,特别是一些基本的测量方法。任何实验方法都有它的运用条件、优点和缺点,实验过程中要注意总结。还要逐步学会分析实验数据的好坏和实验结果的正误,注意总结自己的实验经验与教训。

0.2.3 撰写实验报告

实验报告一般在课后完成。实验报告的内容应包括以下几个方面:

1 实验名称 2 实验目的 3 实验原理 4 实验仪器与器材 5 实验步骤 6 实验数据处理与测量结果 7 练习与讨论

一份完美的实验报告,应该语言简练、文字通顺、字迹工整、数据齐全真实、图表规范美观、结果表达正确、练习讨论认真。整篇实验报告应该做到重点突出、一目了然。为了撰写一份完美的实验报告,必须做好实验记录。实验记录是撰写实验报告的底稿,可以用钢笔记录在预习笔记本上,不要随意更改实验数据。实验过程中观察到的现象、出现的故障及排除故障的情况都要记在预习笔记本上备查。

审慎的思考、精确的测量、有效的取舍、熟练的操作、认真的分析、不懈的探索……这都是一个科技工作者应该具备的素质，物理实验课是培养以上素质的极好课堂。我们应该珍惜这个锻炼的机会，遵守实验室的规章制度，爱护实验仪器和设备，认真上好每一堂实验课。

0.3 巧用仪器设备 提高实验效能

在实验教学中，我们常常看到有的学生对待实验的态度确实认真，但是，实验结果并不理想。于是，实验者把实验中出现的不理想情况常常归咎于仪器设备不良，这是不公平的。除了客观因素以外，恐怕主观原因是主要的。因为，我们使用的实验仪器设备的性能、优点和缺点不尽相同，如果不进行仔细的观察和认真的研究，不善于做各种调整和简单的检修工作，不会巧用仪器设备，实验设备条件再好，也只能是事倍功半。使用仪器设备和实验操作方法还有许多讲究。例如，我们用米尺测量一根两端面整齐的钢棒的长度。首先，要使米尺与钢棒平行，要让米尺的刻度紧靠钢棒，要避免使用米尺的端头。在使用电表之前，应检查一下电表指针是否偏转自如，有没有卡针现象，必要时，可以轻轻拍拍它，观察指针是否偏转。还要注意仪表的零点指示是否正确，表头是否放置平稳。接线柱如果松动了，要及时设法拧紧。在观察仪表示数时，必须在指针不发生偏转后再读数。实验仪器的布局也要合理，需要读取数据的仪表要放在便于眼睛正视的位置，实验时经常要操纵的开关要放在左手便于接触到的地方，以便让右手记录实验数据。而需要精细调节的仪器则应放在右手便于接触的地方（左手比右手灵活的人则相反）。环境也是实验中的重要因素，温度、湿度、振动，周围的电场、磁场、光照、通风等情况都应引起注意。这些外界因素在实验中都会产生影响，要设法消除，或在计算中考虑到这些影响予以修正。另外，仪器的调整和电路的连接也有技巧。例如，在做力学实验时，常常要用铅垂线或水准仪来调整仪器的竖直或水平状态。当铅垂顶尖对准下方的钉尖或水准仪中的水泡（有圆水泡与长水泡两种）居中时，说明仪器的竖直、水平调整已经完成。调整的方法一般是调节基座的底脚螺丝，该螺丝是右旋式的。即顺时针旋转时螺杆旋出，基座顶高，反时钟旋转时螺杆旋进，基座降低。为了快速完成调整，旋转螺丝前应先根据水泡或铅垂偏斜情况判断哪个螺丝应该旋进，哪个螺丝应该旋出，进行有目的的调整。在串并联实验线路的连接中，可以“先串后并”。即先将主干电路串联，再将电压表或支路两端与干路并联。这样，电路布局清晰，也不会出现接线错误的现象，还可加快实验进度，提高实验效能。

第1章 物理实验基本知识和基本技能

高等工程专科物理实验课程是对学生进行科学实验基本训练的一门重要基础课程。为了帮助学生学好这门课程，依据由浅入深、循序渐进的原则，我们先介绍测量误差与实验数据处理的基本知识、物理实验常用量具和仪器的基本构造与工作原理以及使用方法，并通过几个小实验进行初步训练，为进一步学习打好一定的基础。

1.1 测量误差和实验数据处理

测量误差是一门专门的科学，深入地讨论它，需要有丰富的实践经验和较多的数学知识。实验数据处理是实验报告的基本内容，也是实验课的基本内容。但方法较多，有些方法比较深奥复杂。下面，我们根据工程专科特点，介绍测量误差的基本知识和处理实验数据的常用方法。

1.1.1 测量与误差的基本概念

1. 测量

为确定待测对象的量值而进行的实验过程称为测量。物理实验中的测量分为直接测量和间接测量两类。

(1) 直接测量 直接用计量仪器读出待测量量值的测量称为直接测量。例如，用游标卡尺测得物体的长度为3.175cm，用天平测得物体的质量为26.74g等。

(2) 间接测量 需依据几个直接测量值与待测量的函数关系式求出待测量量值的测量称为间接测量。例如，测重力加速度时，可先直接测量单摆的摆长 L 和周期 T ，再根据由单摆的周期公式得出的函数关系： $g=4\pi^2L/T^2$ 求出 g 的量值。物理实验中的物理量的测量多数是间接测量。

2. 真值、测量值、算术平均值

(1) 真值 一个待测物理量客观上具有的真实数值称为真值。真值是一个理想的概念，一般说来，真值是不知道的，在实际测量中，常用算术平均值近似地代替真值。

(2) 测量值 用计量仪器或量具直接或间接测量而得的量值，称为测量值。

(3) 算术平均值 一个量的 n 个测量值的代数和除以测量次数 n 而得的数值称为这个量的算术平均值。算术平均值常用下式表示：

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i\end{aligned}\quad (1-1-1)$$

式中 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 为 n 次测量所得的一系列测量值。

3. 测量误差、绝对误差与相对误差

(1) 测量误差 一般在测量时,总是希望得出被测量对象在测量条件下的真实值,即真值,然而,要做到这一点是不可能的,因为在测量条件下,总是要使用一定的仪器,并在一定的环境条件下通过人去进行的,而仪器结构不可能完美无缺,环境条件不可能总是不变,测试人的操作、读数不可能完全准确等等。所以任何测量都不可能做到绝对准确,因而测量值偏离真值是必然的,测量值与真值之差称为测量误差。

(2) 绝对误差 设被测量的真值为 a ,测量值为 x ,则

$$\Delta x = |x - a| \quad (1-1-2)$$

称为测量的绝对误差。因为真值一般是不知道的,因此,常用算术平均值 $\bar{x}$ 近似代替真值 a ,则

$$\delta = |x - \bar{x}| \quad (1-1-3)$$

称为偏差。

(3) 相对误差 绝对误差 Δx 不能明确地反映测量的精确度。例如用同一尺子测量两个物体的长度,分别得到 $x_1 = 2.5 \pm 0.5 \text{ mm}$ 和 $x_2 = 250.0 \pm 0.5 \text{ mm}$,两者的绝对误差都是 0.5 mm ,哪个的精确度高呢?为了比较测量结果的相对精度,还必须引入相对误差的概念。

相对误差定义为绝对误差与真值的比值,一般用百分数表示,即

$$E = \frac{|x - a|}{a} \times 100\% \quad (1-1-4)$$

在实际测量中以算术平均值代替 a ,则相对误差的表示式为

$$E = \frac{|x - \bar{x}|}{\bar{x}} \times 100\% \quad (1-1-5)$$

4. 测量结果的表示方法

一个量的测量结果,可以用绝对误差形式表示,也可以用相对误差形式表示。

用绝对误差形式表示为:

$$\text{测量结果} = x_0 \pm \Delta x \text{ (单位)} \quad (1-1-6)$$

式中 x_0 为测量的最佳值, Δx 为绝对误差。若为单次测量, x_0 是精心实验得到的最佳测量值, Δx 为仪器误差;若为多次测量, x_0 为算术平均值, Δx 为算术平均偏差。此式的物理意义表明:我们所测的物理量的真值处于 $x + \Delta x$ 与 $x - \Delta x$ 之间。

因为相对误差 $E = \Delta x / x_0$, $\Delta x = E x_0$,则测量结果用相对误差形式表示为:

$$\text{测量结果} = x_0(1 \pm E) \text{ (单位)}$$

测量最佳值 x_0 、误差 Δx (或 E)和单位是测量结果的三要素。

5. 关于误差的几点规定

(1) 测量结果中的绝对误差只取一位有效数字。

(2) 在间接测量中, 要进行几个量的测量, 产生的偏差, 有的可能偏大, 有的可能偏小, 也有可能同时偏大或偏小。为了比较合理的给出实验结果, 最后的测量误差, 应当取最坏的情况, 即: 测量值的误差应等于影响该测量值的各独立因素误差的绝对值之和, 这就是测量误差的宁大勿小原则。例如: 设间接测得量为 N , 直接测得量为: $A = A_0 \pm \Delta A$, $B = B_0 \pm \Delta B$, N 和 A 、 B 的函数关系为:

$$N = A - B$$

则
$$N = N_0 \pm \Delta N$$

$$= (A_0 \pm \Delta A) - (B_0 \pm \Delta B)$$

绝对误差:
$$\Delta N = \Delta A + \Delta B$$

(3) 测量误差只进不舍。即不论尾数是大于五还是小于五, 一律只进不舍, 这样作与实验误差宁大勿小原则一致。例如:

$$0.67 \text{ 写成 } 0.7$$

$$0.21 \text{ 写成 } 0.3$$

1.1.2 误差的种类与产生的原因

根据误差的性质及其产生的原因, 可将误差分为两大类:

1. 系统误差

在同样条件下, 对同一物理量进行多次测量, 测量值总是向一个方向偏离其真值, 其数值一定或按一定规律变化, 这类误差称为系统误差。

系统误差产生的原因有以下几个方面。

(1) 仪器误差: 这是由于仪器本身构造上的不完善或仪器未经很好的校准所造成的误差。例如, 天平两臂不等, 米尺、温度计、表盘的刻度不均匀, 仪器零点未校准等。

(2) 方法误差: 这是由于测量所依据的原理、实验方法或实验条件不符合要求而导致的误差。例如, 用单摆测重力加速度时, 单摆的周期公式成立的条件是摆角很小, 不得超过 5° , 如果实验时没有满足这个条件, 就会引入系统误差。在热学实验中因散热常被忽略而造成的误差等。

(3) 测量者个人因素带来的误差: 这是测量者本人生理特点或心理特点导致的误差。例如, 由于个人反应速度不同, 使得测量时间总是有超前或落后的趋势; 由于个人的分辨能力的高低、个人的固有习惯使得读数始终偏大或始终偏小。

由于系统误差总是具有某种确定的规律, 因此, 不能用增多测量次数来消除或减少。但是, 如果能找出系统误差产生的原因, 我们就可以用适当的方法来消除或减少其影响, 并对测量结果进行修正。

2. 偶然误差

在同样条件下, 对一物理量进行多次测量, 各次测量值都有些差异, 它们分散在一定范围内, 其误差时正时负, 绝对值时大时小, 无规则的涨落, 这类误差称为偶然误差, 又称随机误差。

偶然误差是由于某些偶然的或不确定的因素引起的。例如，各次观察时目的物对得不准；调节平衡时，平衡点未确定准，读数不准确；仪表示读的估读值偏大或偏小；实验仪器由于环境的温度、湿度、振动、杂散磁场的干扰，电源电压波动而引起的测量值的变化等。这些因素的影响一般是微小的，混杂的，并且是随机出现的。这就很难确定某个因素的具体影响的大小，所以一般不易找出偶然误差产生的原因，并加以排除。

偶然误差的出现从某一次测量来看是出于偶然，但若测量次数充分多时，就会显示出明显的规律性。即偶然误差服从一定的统计规律。实践和理论都证明，在相同条件下，对同一物理量进行多次测量，偶然误差的出现服从“高斯分布”，也称正态分布。如图 1-1-1 所示，图中， Δx 为随机误差， $f(\Delta x)$ 为误差分布函数。由图可知绝对值相等的正误差和负误差，其出现的概率相等，其误差的算术平均值随着测量次数的增加而逐渐趋近于零。由此可知，增加测量次数，是减少和消除偶然误差的一种有效方法。

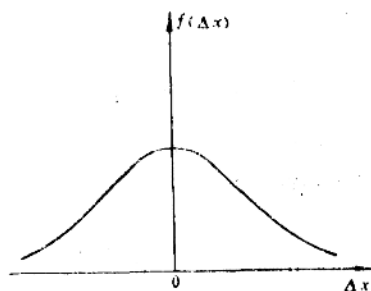


图1-1-1 随机误差分布图线

1.1.3 直接测得量的误差估算

测量误差是实验结果的三要素之一，下面讨论如何对直接测得量的误差进行估计和计算。如果不作特别声明，均假定已消除或修正了系统误差。

1. 单次测量的误差估计

单次测量的误差即绝对误差，一般都取仪器误差。

仪器误差通常标在仪器的铭牌上，有时用仪器的分度值表示，有时用仪器的精度表示。不同仪器的精度等级是不同的，应在实验前把仪器的型号、量程、级别搞清楚并记录下来。下面介绍几种常用仪器和量具的误差估计方法：

游标卡尺和非连续读数的仪器（电子秒表、数字仪表）仪器误差取分度值。例如，用分度值为 0.02mm 的游标卡尺测量物体的长度，仪器误差为 0.02mm ；分度值为 0.01s 的电子秒表的仪器误差为 0.01s 。

对于米尺，螺旋测微计等能连续读数的仪器，仪器误差取分度值的一半。例如有毫米刻度的米尺，仪器误差为 0.5mm ，螺旋测微计的仪器误差为 0.005mm 。

各种电表根据仪器误差的大小，共分七个精度等级，即：0.1、0.2、0.5、1.0、1.5、2.5、5.0，此时：

$$\text{仪器误差} = \text{量程} \times \text{表的级数} \%$$

例如：用量程为 3 安培的电流表测量电流强度，表的示数为 2.26A ，若表的精度等级为 1.5 级，则：

$$\text{仪器误差} = \text{量程} \times \text{表的等级} \%$$

$$\begin{aligned}
 &= 3 \times 1.5\% \\
 &= 4.5\% \\
 &= 0.05\text{A (误差取一位)}
 \end{aligned}$$

测量结果为 $I = 2.26 \pm 0.05 \text{ (A)}$

有些仪器误差由说明书给出, 可查阅说明书确定。

2. 多次测量的误差计算

多次测量用算术平均值作为测量最佳值, 用算术平均偏差或标准偏差表示绝对误差。其计算方法如下:

(1) 算术平均偏差

设测量值 x_i 与算术平均值的偏差为 δ_i , $i=1, 2, 3, \dots, n$, 即

$$\delta_1 = x_1 - \bar{x} \quad \delta_2 = x_2 - \bar{x} \quad \dots \quad \delta_n = x_n - \bar{x},$$

则算术平均偏差的定义为

$$\begin{aligned}
 \Delta x &= \frac{1}{n} (|\delta_1| + |\delta_2| + \dots + |\delta_n|) \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\delta_i| \quad (1-1-7)
 \end{aligned}$$

(2) 标准偏差

标准偏差又称方均根偏差, 把各测量值 x_i 与算术平均值 $\bar{x}$ 之差 δ_i 取平方和再除以测量次数后开方而得的值就是方均根偏差, 即标准偏差, 其定义式为:

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-1-8)$$

算术平均偏差和标准偏差都可作为多次测量结果中的绝对误差。但是标准偏差与偶然误差理论中的高斯分布函数关系更为直接和简明, 因此, 在正式的误差分析和计算中都采用标准偏差作为偶然误差大小的量度。但对于初学者来说, 主要是树立误差的概念和对实验进行粗略和简明的分析, 因此只要求采用算术平均偏差来计算。

1.1.4 间接测量的误差传递

间接测得量是由直接测得量计算得到的。直接测得量有误差, 间接测得量也必然有误差, 这称为误差的传递。由直接测得量的误差通过误差传递公式, 可以求出间接测得量的误差。

1. 和差的误差传递

设间接测得量为 N , 直接测得量为 $x = x_0 \pm \Delta x$, $y = y_0 \pm \Delta y$, N 和 x 、 y 的函数关系为:

$$N = x + y$$

由这一关系式可直接确定间接测得量的最佳值 N_0 和绝对误差为:

$$N_0 = x_0 + y_0$$

$$\Delta N = \pm \Delta x \pm \Delta y$$

根据误差宁大勿小原则，应按最坏情况取值，因此

$$\Delta N = \Delta x + \Delta y \quad (1-1-9)$$

如果

$$N = x - y$$

$$\text{则 } N_0 = x_0 - y_0$$

$$\Delta N = \Delta x + \Delta y \quad (1-1-10)$$

由式 (1-1-9) 与 (1-1-10) 可知：和或差的绝对误差等于各直接测得量的绝对误差之和。

2. 积商的误差传递

设间接测得量为 N ，直接测得量为 $x = x_0 \pm \Delta x$ ， $y = y_0 \pm \Delta y$ ， N 和 x 、 y 的函数关系为

$$N = x \cdot y$$

由这一关系式可直接求出间接测得量的最佳值 N_0 和绝对误差 ΔN 。

$$N = N_0 \pm \Delta N = (x_0 \pm \Delta x)(y_0 \pm \Delta y)$$

$$= x_0 y_0 \pm x \Delta y \pm y_0 \Delta x \pm \Delta x \Delta y$$

略去二阶小量 $\Delta x \Delta y$ ，有

$$N_0 = x_0 y_0$$

$$\Delta N = \pm x_0 \Delta y \pm y_0 \Delta x$$

根据误差宁大勿小原则得：

$$\Delta N = x_0 \Delta y + y_0 \Delta x$$

以 N_0 去除两边得：

$$\frac{\Delta N}{N_0} = \frac{\Delta y}{y_0} + \frac{\Delta x}{x_0} \quad (1-1-11)$$

若 N 与 x 、 y 的函数关系为：

$$N = \frac{x}{y}$$

则

$$N = N_0 \pm \Delta N = \frac{x_0 \pm \Delta x}{y_0 \pm \Delta y}$$

$$= \frac{(x_0 \pm \Delta x)(y_0 \mp \Delta y)}{(y_0 \pm \Delta y)(y_0 \mp \Delta y)}$$

$$= \frac{x_0 y_0 \mp x_0 \Delta y \pm y_0 \Delta x - \Delta x \Delta y}{y_0^2 \mp y_0 \Delta y \pm y_0 \Delta y - \Delta y^2}$$

$$= \frac{x_0 y_0 \mp x_0 \Delta y \pm y_0 \Delta x - \Delta x \Delta y}{y_0^2 - \Delta y^2}$$

略去二阶小量 $\Delta x \Delta y$ 和 Δy^2 ，根据误差宁大勿小原则得：

$$N_0 = \frac{x_0 y_0}{y_0^2} = \frac{x_0}{y_0}$$

$$\Delta N = \frac{x_0 \Delta y + y_0 \Delta x}{y_0^2}$$

以 N_0 去除两边得

$$\frac{\Delta N}{N_0} = \frac{\Delta y}{y_0} + \frac{\Delta x}{x_0} \quad (1-1-12)$$

由式 (1-1-11) 和 (1-1-12) 可知, 积或商的相对误差等于各直接测得量的相对误差之和。

3. 误差传递的一般计算方法

设有函数关系 $N=f(x, y)$

式中 N 为间接测得量 x, y 为直接测得量, 对上式求全微分得:

$$dN = \frac{\partial N}{\partial x} dx + \frac{\partial N}{\partial y} dy$$

式中 dN, dx, dy 都是微小改变量, 而通常误差都是远小于测量值的微小值, 故可将 dN, dx, dy 看成误差, 并分别用 $\Delta N, \Delta x, \Delta y$ 代替。考虑到误差宁大勿小原则, 应将各误差项取绝对值相加, 得到:

$$\Delta N = \left| \frac{\partial N}{\partial x} \Delta x \right| + \left| \frac{\partial N}{\partial y} \Delta y \right| \quad (1-1-13)$$

若先对 N 取自然对数再求全微分, 再照上述处理得:

$$\frac{\Delta N}{N} = \left| \frac{\partial \ln N}{\partial x} \Delta x \right| + \left| \frac{\partial \ln N}{\partial y} \Delta y \right| \quad (1-1-14)$$

式(1-1-13)与 (1-1-14) 表明: 间接测得量的绝对误差, 可由该量的全微分得到, 其相对误差可由该函数取自然对数后的全微分得到, 在计算时应将每一个微分项取绝对值, 将微分代以误差。由这两式不难得到和差、积商的误差传递公式 (1-1-11) 与式 (1-1-12)。

对于又有积商、又有和差的复杂问题, 可以依照上述方法综合计算, 下面举例说明间接测量的误差传递。

例1 设函数关系 $C=A-B$

$$A=(100.6 \pm 0.1) \text{ (cm)}$$

$$B=(2.34 \pm 0.07) \text{ (cm)}$$

$$\begin{aligned} \therefore C_0 &= A_0 - B_0 = 100.6 - 2.3 \text{ (cm)} \\ &= 98.3 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta C &= \Delta A + \Delta B \\ &= 0.17 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

按照误差规定(1)和(3), 最后测量结果

$$C=98.3 \pm 0.2 \text{ (cm)}$$

例2 设函数关系 $N = \frac{A^2 B}{C}$, 其中

$$A=15.2 \pm 0.05 \text{ (m)}$$

$$B=10.8\pm0.1 \text{ (kg)}$$

$$C=26.4\pm0.1 \text{ (kg)}$$

则有

$$N_0 = \frac{A_0^2 B_0}{C_0} = \frac{15.2^2 \times 10.8}{26.4} = 94.5 \text{ (m}^2\text{)}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta N}{N_0} &= 2 \frac{\Delta A}{A_0} + \frac{\Delta B}{B_0} + \frac{\Delta C}{C_0} \\ &= 2 \times \frac{0.05}{15.2} + \frac{0.1}{10.8} + \frac{0.1}{26.4} \\ &= 0.02 = 2\% \end{aligned}$$

$$\text{绝对误差} \quad \Delta N = N_0 \frac{\Delta N}{N_0} = 94.5 \times 2\%$$

$$= 2 \text{ (m}^2\text{)}$$

最后结果表示为: $N = 94.5 \pm 2 \text{ (m}^2\text{)}$

例3 写出空心圆柱体体积的相对误差表示式。

解: 空心圆柱体的体积公式为

$$V = \frac{1}{4} \pi (d_2^2 - d_1^2) L$$

式中: d_1 为内孔直径, d_2 为圆柱体外径, L 为圆柱体长度。

等式两边取自然对数:

$$\ln V = \ln \frac{\pi}{4} + \ln(d_2^2 - d_1^2) + \ln L$$

对上式求全微分得

$$\frac{dV}{V} = \frac{d(d_2^2 - d_1^2)}{d_2^2 - d_1^2} + \frac{dL}{L}$$

将微分号改为误差号, 取各项绝对值相加得相对误差:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{2d_2 \Delta d_2 + 2d_1 \Delta d_1}{d_2^2 - d_1^2} + \frac{\Delta L}{L}$$

常用函数的误差传递公式如表 (1-1-1) 所示, 公式中的 x 、 y 为直接测量的最佳值。

1.1.5 误差等量分配原则和测量仪器精度的选择

在实际工作中, 常常遇到这类问题, 就是在测量之前, 对间接测量的精确度提出了一定要求之后, 如何确定各直接测得量的精度而选择合适的仪器进行测量。为了学会处理这类问题, 我们先介绍误差等量分配原则, 然后再举例说明如何利用等量分配原则去选择仪器的精度。