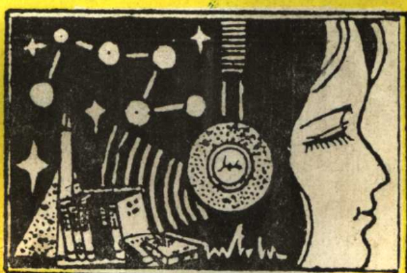
初中数学
总复习与自学



中央民族学院出版社

初中数学总复习与自学

北京教育学院贾凯力 徐中伟 齐宪代等编

中央民族学

内 容 简 介

本书是专为初中教师与学生克服总复习中的困难而编写的。各地对初中毕业总复习的要求不尽相同，但都力图把握教学大纲和统编教材对基础知识的要求。主编本书的教师，对这些要求的理解、与初中各科的关系、以及相关的重点基础知识和难点，都有研究。本书对于各地初中毕业生及其指导教师是一本有用的参考书。

初中数学总复习与自学

北京教育学院贾凯力 徐中伟 齐宪代等编

中央民族学院出版社出版

（北京白石桥路27号）

工程兵机械学校印刷厂印刷

新华书店首都发行所发行　各地新华书店经售

787×1092毫米32开本　印张：9.875　字数：221千字

1989年2月北京第一版第1次印刷

印数：1—23000册

ISBN 7-81001-103-0/G·38　定价：3.50元

前　　言

本书是根据国家教委颁布的《全日制中学数学教学大纲》和人民教育出版社出版的初中数学统编教材编写的。在编写过程中，我们根据多年教学实践，适当地重新组合教材内容，精选例题和练习题，结合例题分析，指出了学习中容易出现的问题，介绍了正确的学习方法。目的在于帮助初中学生、自学青年、在职职工在学习初中数学的过程中，学好基础知识和基本技能，提高分析问题和解决问题的能力。

全书分代数和平面几何两大部分，每部分下再分章，每章又分若干单元。每单元包括内容提要、基础练习、例题分析、单元练习四个部分。其中基础练习是为加深理解和巩固定义、公式、法则、定理而编选的；单元练习是为熟练掌握基础知识，提高运用知识和解题能力而编选的；例题分析突出重点、难点和学习方法；每章还附有本章习题，以提高综合解题能力。

本书是《中学自学丛书》之一，丛书主编是北京教育学院贾凯力、徐中伟、齐宪代。本书由李大贞同志主编，参加编写工作的有于宪林、刘国栋、董自静等同志。

由于水平有限，时间仓促，错误和不妥之处，欢迎批评指正。

编者

1988年10月·北京

目　　录

代　　数

平　面　几　何

代　　数

第一章　实数

实数系表：

- 实数
  - 有理数
    - 整数
      - 正整数(自然数)
      - 零
      - 负整数
    - 分数(正、负)
  - 无理数(正、负)——

- 有限小数
- 无限循环小数
- 无限不循环小数

一、内容提要

1.自然数

(1)性质：(A)自然数是无限多的，在全体自然数中有最小的数1，没有最大的数。(B)任何两个自然数都可比较大小。(C)在自然数范围内可以进行加法和乘法的运算，即经过这两种运算所得结果，仍是自然数。

(2)质数：在自然数里，只能被1和自己整除的数叫质数(或素数)。

(3)合数：不但能被1和自己整除，还能被其他数整除的自然数叫合数。“1”既不是质数，也不是合数。

(4)分解质因数：把一个合数表示成质因数的连乘积形式，叫做把这个数分解质因数。例如：$24=2\times2\times2\times3=2^3\times3$.

2.整数性质：(A)整数中没有最大的数，也没有最小的数。(B)在整数范围内，永远可以实施加法，减法和乘法。

(C)两个整数可以比较大小。

3.有理数：p,q是整数，且$q\neq0$，形如$\frac{p}{q}$的数叫做有理数。性质：(A)有理数中，既没有最大的数，也没有最小的数。(B)任意两个有理数可比较大小。(C)在有理数范围内永远可以实施加、减、乘、除(除数不为0)四种运算。

4.无理数：无限不循环小数叫无理数。

5.实数：有理数和无理数统称为实数，性质：(A)有顺序，可以比较大小。(B)在实数中没有最大的数，也没有最小的数。(C)在实数范围内，永远可以实施加、减、乘、除(除数不为0)四种运算。

6.数轴：规定了方向、原点和长度单位的直线叫做数轴。数轴上所有点与全体实数是一一对应的。

7.相反数：实数a和$-a$叫做互为相反数；零的相反数是0。相反数的几何意义：在数轴上，到原点距离相等，位于原点两侧的两个点所表示的实数互为相反数。

8.绝对值：正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是0。

即

$$|a|=\begin{cases}a & (a\geqslant0)\\ -a & (a<0)\end{cases}$$

绝对值的几何意义：就是实数a在数轴上对应点到原点的距离。$\therefore |a|\geqslant0$

9.倒数：1除以一个数的商，叫做这个数的倒数；零没有倒数。

10.实数比较大小：在数轴上表示的两个实数，右边的数总是比左边的数大。正数都大于0；负数都小于0；正数大于一切负数；两个负数，绝对值大的反而小。

11. 实数的运算法则（略）

12. 算术平方根：一个正数的正的平方根叫做算术平方根。零的算术平方根是0，当$a\geqslant 0$时，a的算术平方根记作$\sqrt{a}$。

13. 近似值和有效数字：近似值（略）

有效数字：从第一个不是零的数字起到保留的数位为止，所有的数字都叫做有效数字。例如：0.0016有两个有效数字1和6，1.60有三个有效数字1，6和0。把0.68971写成有三个有效数字的数就是0.690。

二、基础练习

1. 下列各数中，哪些是自然数？整数？有理数？无理数？实数？

$5, -1, 0, 3.14, \pi, \sqrt{2}, \sin 60^\circ, \sqrt[3]{-8}, -\sqrt{5}, \frac{16}{3}, 0.\dot{3}, \lg 0.1$。

2. 写出1到30之间的质数。

3. 在数3427□里的□位置上应填上哪些数字，就能使这数成为（1）2的倍数；（2）3的倍数；（3）4的倍数；（4）5的倍数；（5）8的倍数；（6）9的倍数；（7）10的倍数；（8）11的倍数；（9）25的倍数。

4. 在自然数范围内，下列哪些方程有解？

（1）$x+2=5$；（2）$x-5=6$；（3）$x+5=1$；（4）$x+2=0$。

5. 判断下列命题是否正确？正确的在括号内画"√"，错误的"画"×：

（1）一个数的绝对值一定是正数。（　）

（2）两个数中，绝对值较大的数大。（　）

（3）在1和2之间还有无数多个实数。（　）

(4)无理数都是无限小数，而无限小数也都是无理数。

(5)$-a$一定是负数。 ( )

(6)任意实数a的倒数都可以写成$\frac{1}{a}$。 ( )

(7)0是绝对值最小的实数。 ( )

(8)不论a是什么实数，$a^2>a$。 ( )

6.下列各式，在什么条件下成立? ( )

(1)$a>-a$; (2)$a>\frac{1}{a}$; (3)$|a|>a$; (4)若$|m|=|n|$则$m\neq n$。

7.选择题：下列各题均给出四个答案，其中一个是正确的，将正确答案填在括号内：

(1)下列叙述中，正确的是。 ( )

(A)若两个数互为相反数，则这两个数中，一个是正数，一个是负数；(B)任何一个有理数的绝对值都是正数；(C)分数一定是有理数；(D)两个有理数的和是正数，这两个数都是正数。

(2)如果$|a|=a$则a的值是( )。

(A)正数；(B)非负数；(C)0；(D)以上结论都不对。

(3)和数轴上的点一一对应的数是( )。

(A)整数；(B)有理数；(C)无理数；(D)实数。

(4)$|a|+|b|=0$的条件是( )。

(A)$a=1, b=-1$；(B)$a=-1, b=1$；(C)$a=0, b=0$；(D)a, b互为相反数。

(5)一个两位数，十位数字为x，个位数字为y，这个两位数是( )。

(A)xy；(B)$10x+y$；(C)$x+y$；(D)$10(x+y)$。

8. 填空：

(1)一个数的倒数是它本身，这个数是____。

(2)一个数的相反数是最大的负整数，这个数是____。

(3)绝对值是5的数____。

(4)比π小且比$-\sqrt{3}$大的整数有____，其中非正数是____，偶数是____。

(5)若两个数相乘，积为0，则这两个数____。

(6) $\sqrt{3}-2$的相反数是____，倒数是____，绝对值是____。

(7)绝对值小于4的整数有____个，其中最大的是____；最小的是____。

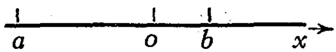
(8)16的平方根是____；16的算术平方根是____。

(9)一个数是它的倒数的4倍，这个数是____。

(10)$\sqrt{(3.14-\pi)^2}=$____。

(11)1.5963保留三个有效数字的近似值为____。

(12)实数a、b在数轴上的对应点如图所示，根据上述条件，化简$|a-b|-|b|=$____。



三、例题分析

例1、计算：

$$1\frac{2}{3}-\left\{5\frac{3}{4}-2^2\div\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2+3\times\left(-\frac{11}{4}\right)\right]\times\frac{1}{8}\right\}$$

解：原式$=1\frac{2}{3}-\left[5\frac{3}{4}-4\div\left(\frac{1}{4}-\frac{33}{4}\right)\times\frac{1}{8}\right]$

$=1\frac{2}{3}-\left(5\frac{3}{4}+4\div8\times\frac{1}{8}\right)=1\frac{2}{3}-\left(5\frac{3}{4}+\frac{1}{16}\right)$

$=1\frac{2}{3}-5\frac{13}{16}=-4\frac{7}{48}$.

说明：(1)注意括号的作用 $-2^2 \neq (-2)^2$。

(2)在计算 $4\div 8\times \frac{1}{8}$ 时，要注意运算顺序。

例2．在数轴上用几何方法作出表示下列各数的点：$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$(\sqrt{2}-\sqrt{3})$ 的倒数。

解：设相应的点分别记作 A, B、C，

A 点表示 $\sqrt{2}$，B 点表示 $\sqrt{3}$，C 点表示（$\sqrt{2}-\sqrt{3}$）的倒数即 $-\sqrt{2}-\sqrt{3}$。

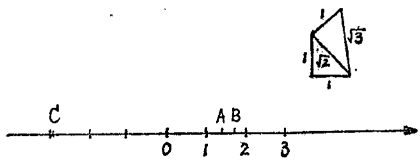


图1

例3．比较下列各组数的大小，并说明理由。

(1) -1.414 和 $-\sqrt{2}$；(2) $-(-\pi)$ 和 $-|-\pi|$；(3) $-(3+a^2)$ 和 $|x-4|$；(4) $\sqrt{11}-\sqrt{3}$ 和 $\sqrt{10}-2$；

(5) $\sqrt{a^2}$ 和 a.

解：(1) $-\sqrt{2}=-1.4142\cdots$，$\because 1.4142>1.414$，

$\therefore -1.414>-\sqrt{2}$.

(2) $-(-\pi)=\pi$，$-|-\pi|=-\pi$，$\because \pi>-\pi$，

$\therefore -(-\pi)>-|-\pi|$

(3) $\because 3+a^2>0$，$\therefore -(3+a^2)<0$. $\because |x-4|\geqslant 0$.

$\therefore -(3+a^2)<|x-4|$.

(4) $\because (\sqrt{11}-\sqrt{3})^2=14-2\sqrt{33}$，$(\sqrt{10}-2)^2$

$=14-4\sqrt{10}=14-2\sqrt{40}$，

$\because \sqrt{33}<\sqrt{40}$ $\therefore 14-2\sqrt{33}>-2\sqrt{40}$.

$\therefore (\sqrt{11}-\sqrt{3})^2>(\sqrt{10}-2)^2$. 又

$\because \sqrt{11}-\sqrt{3}>0, \sqrt{10}-2>0$,

$\therefore \sqrt{11}-\sqrt{3}>\sqrt{10}-2$.

说明：比较两个正数大小时，如果此＝数含根号，不易直接比较，可考虑先比较它们的平方数，平方数较大的数，原数也大。

(5) $\sqrt{a^2}=|a|$，$\therefore$ 当$a\geqslant0$，$|a|=a$. $a<0$，$|a|>a$.

例4. 计算：(1)$|2a-3|$；(2)$|2a-3|+|a-6|$；(3)若$2<a<6$ 计算$|2a-3|+|a-6|$；(4)若$1<a<6$ 计算$|2a-3|+|a-6|$.

解：(1) $|2a-3|=\begin{cases}2a-3 & \left(a\geqslant\dfrac{3}{2}\right),\\ 3-2a & \left(a<\dfrac{3}{2}\right)\end{cases}$

(2) $|2a-3|+|a-6|$

当 $a<\frac{3}{2}$时，原式$=3-2a+6-a=9-3a$. $\frac{3}{2}\leqslant a<6$时，原式$=2a-3+6-a=3+a$. $a\geqslant6$时，原式$=2a-3+a-6=3a-9$.

说明：若化简的式子中含有两个或两个以上绝对值的和(或差)则先找出使每个绝对值式子为0的数，(如本题中找出$\frac{3}{2}$和6)把这几个数标在数轴上，由表示这几个数的点将数轴分为几部分，则按几部分进行讨论。

(3)若$2<a<6$，$|2a-3|+|a-6|=2a-3+6-a=3+a$.

(4)若$1<a<6$，当$1\leqslant a<\frac{3}{2}$时，原式$=3-2a+6-a$

$=9-3a$．当$\frac{3}{2}\leqslant a<6$时，原式$=2a-3+6-a=3+a$.

说明：若题目给出字母范围，则需按所给范围，结合所分的部分进行讨论。

例5．若$|x+1|+(y-2)^2+\sqrt{z-3}=0$，且$x$、$y$、$z$均为实数，求$x$、$y$、$z$.

解：$\because |x+1|\geqslant 0$ $(y-2)^2\geqslant 0$ $\sqrt{z-3}\geqslant 0$ 而它们的和为0，$\therefore x+1=0$，$(y-2)^2=0$，$\sqrt{z-3}=0$，即$x=-1$，$y=2$，$z=3$，$\therefore x=-1$，$y=2$，$z=3$.

说明：$a^2\geqslant 0$（a为任意实数）．$|a|\geqslant 0$（a为任意实数）$\sqrt{a}\geqslant 0$（a为非负实数）

例6．(1)求证：一个奇数的平方除以8余1.

(2)求证：一个四位数的各位数字和能被9整除，则这个四位数是9的倍数。

证明：(1)设这个奇数是$2n+1$（n为整数），则$(2n+1)^2=4n^2+4n+1=4n(n+1)+1$．$\because n(n+1)$能被2整除，$\therefore 4n(n+1)$能被8整除　$\therefore 4n(n+1)+1$被8除余1．$\therefore$ 一个奇数的平方被8除余1.

说明：①奇数的一般表示形式是 $2n+1$（或$2n-1$）（n为整数）②两个连续整数乘积一定能被2整除。

(2)证明：设这四个数字是a、b、c、d、则这个四位数是$1000a+100b+10c+d=999a+99b+9c+(a+b+c+d)=9(111a+11b+c)+(a+b+c+d)$ $\because$ $a+b+c+d$是9的倍数。$\therefore a+b+c+d=9m$（m为整数）原式$=9(111a+11b+c)+9m=9(111a+11b+c+m)$ $\because 111a+11b+c+m$为整数 $\therefore$原式是9的倍数。

说明：注意由各位数字表示整数的一般方法。

四、本章习题

1.选择题:(只有一个答案正确)

(1)自然数的前80个偶数和减去前80个奇数和,差是()

(A)0;(B)20;(C)40;(D)60;(E)80.

(2)$x>0$, $y<0$,且$|x|<|y|$则$x+y$是( )。

(A)0;(B)正数;(C)负数;(D)非负数。

(3)$(-2)^{101}+(-2)^{100}$所得结果是( )。

(A)2^{100};(B)-1;(C)-2;(D)-2^{100}

(4)123456精确到万位,有效数字为( )。

(A)6个;(B)4个;(C)2个;(D)无法确定。

(5)一个完全平方数的末位数一定是( )

(A)1、4、9、7、5、6;(B)1、2、4、9、5;

(C)1、4、9、6、5、0;(D)不能确定。

(6)如果$a<0$,则$|a|+a$的值是( )

(A)0;(B)$2a$;(C)$-2a$;(D)a.

(7)x是两位数,y是一位数,如果把x置于y的左边,那么所成的三位数是( )。

(A)xy;(B)$10x+y$;(C)$x+y$;(D)$10y+x$;

(8)如果$x<-4$,那么$|2-\sqrt{(2+x)^2}|$等于( )。

(A)$4+x$;(B)$-x$;(C)$-4-x$;(D)x.

2.填空:

(1)若a、b互为相反数,那么$a+b=$____。

(2)若a、b互为负倒数,那么$a\cdot b=$____。

(3)大于-6的负整数是____。

(4)一个数的平方比这个数大,则这个数是____。

(5) $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$的相反数是____,倒数是____,绝对值

是____。

(6)如果$|a+3|=1$，那么$a=$____。

3.计算：

(1) $-2^2+2^2-(-1)^3\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\div\frac{1}{6}-|-2|$；

(2) $100+\left(-0.25+\frac{7}{4}\right)\div\left\{0.5-(0.75)\times\left[\frac{4}{3}-(-2)^2\right]\right\}$； (3) $-4^2-(-0.25)^3\times2^3+(-1)^{17}$

(4) $\left\{\left(3\frac{1}{3}\right)^2-\left(-6\frac{1}{2}\right)\times\frac{4}{13}+(-2)^4\div[(-2)^3+2]\right\}\div\left(-\frac{1}{3^2}\right)$；

(5) $\dfrac{-4\frac{1}{4}+\left|-4-0.25\right|}{1-\frac{3}{4}}+\dfrac{2\times(-0.3)\times\frac{1}{4}}{6\times(-8.5)}$

4.下列各题，如何计算较简便。

(1) $(-0.125)(-7.3)(-8)$；

(2) $\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{7}{12}\right)\times24$；

(3) $-35\frac{4}{5}\div(-18)+35\frac{4}{5}\div(-18)$；

(4) 4.01×3.99；

(5) $\frac{1}{10\times11}+\frac{1}{11\times12}+\cdots+\frac{1}{18\times19}+\frac{1}{19\times20}$。

.化简：

(1) $|1-a|+|2a+1|$ $(a<-2)$；

(2) $|1-a|+|2a+1|+|a|$ $(a<0)$；

(3) $\frac{|a|}{a}$;(4) $|x-1|-|x+1|$;(5) $|3-2\sqrt{2}|$.

6. $\sqrt{2a+1}+|3b-2|=0$,求a与b的积.

7.哪些整数能满足下列关系式?

(1) $|x|<5$;(2) $x^2-4=0$;(3) $|x-1|=2$;(4) $|x|=x$.

8.在实数范围内,a取什么值时,下列各式有意义:

(1) $\sqrt{1-a}+\sqrt{a-1}$;(2) $\sqrt{2a-1}+\sqrt[3]{1-2a}$.

9.求证:任意两个奇数的平方差是8的倍数。

10.若 $|2x+5|+\sqrt{m+\frac{4}{25}x^2}=0$,求 $m^{99}=$?

11.用不等号将下列各组数连接起来.

(1) $-\frac{2}{3}$, $-\frac{3}{4}$, -0.66;

(2) $\sqrt{5}$, 2π, $-\left|\frac{1}{3}\right|$, $|-6|$, $-\sqrt{12}$, $-\left|-\frac{1}{2}\right|$.

12.若$x=\sqrt{10}$,y是x的小数部分,求:$x-\frac{1}{y}=$?

第二章　代数式

代数式:用运算符号连结数字或字母的式子叫代数式。

代数式的值:用数代替代数式中的字母,经过计算所得的结果叫做代数式的值。

代数式的分类:

$$\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式}\\ \text{多项式}\end{cases}\\ \text{分式}\end{cases}\\ \text{无理式——根式}\end{cases}$$