

电子学译丛

(微波专辑)

上海市电子学会编译委员会编

8

上海市科学技术编译馆

电 子 学 译 丛

(微 波 空 载)

第 八 集

上海市电子学会编译委员会编

上海市科学技术编译馆出版
(上海南县路59号)

新华书店上海发行所发行 各地新华书店经售
商务印书馆上海厂印刷

*
开本 787×1092 1/16 印张 6 1/4 字数 200,000
1964年12月第1版 1964年12月第1次印刷
印数 1—5,000

编 号 : 62 · 239
定 价 : 0.80 元

电子学译丛征求译稿启事

《电子学译丛》为了扩大稿源，保证质量，竭诚欢迎广大读者提供译稿。

- (1) 读者对象：以具有大专毕业以上水平的科研、教学及工程技术人员为主要对象。
- (2) 稿件内容：国外最近三年出版的电子学期刊中对我国当前生产、科研和教学有一定参考价值的论文。
- (3) 选题范围：微波理论与技术、电子仪器、半导体的应用及线路分析、通信等。
- (4) 译稿体裁：全文翻译。
- (5) 文种：英、法、俄、德、日。
- (6) 投稿须知：译文请用普通白话文体，文字力求简练扼要。译稿请用钢笔在稿纸上编写，标点符号及数学公式尤须清楚，文中插图附表需将文字译出，数据抄全。译文以不超过一万字为宜。来稿时请注明原著篇名、期刊名称、卷期及起迄页数。
- (7) 译稿经采用后，酌致薄酬。
- (8) 来稿请注明姓名、地址及工作单位，并请寄上海市南昌路59号上海市科学技术编译馆“电子学译丛”收。

《电子学译丛》

目 录

1. 一个新的多模功率测量法	1
2. 谐振小散射体及其在场测量中的应用	10
3. 无缝测量线	18
4. 测量介电常数的一种新的空腔谐振法	22
5. 中央装有铁氧体柱的 m 穴对称 H -面波导接合器的分析	32
6. n 穴环行器的合成	40
7. TE 模式在非均匀波导中的传播	43
8. 有壁阻抗波导中的电磁波	49
9. 用返波管产生毫米波	55
10. 微波控相器	61
11. 具有锥形直流磁场的铁氧体共振式隔离器	68
12. 毫米波段晶体二极管调制器	73
13. 100 千兆赫(3 毫米)波段测量器和它的特性	79
14. 三厘米波段速调管振荡器频率稳定性研究	85
15. 毫米波技术述评——1962 年	95

1. 一个新的多模功率测量法

Jesse J. Taub

IRE Trans. on Microwave Theory and Techniques, 1962, 6, pp. 496~506 (英文)

本文提出了一种测量多模波导总功率的新方法, 测量误差小于±1分贝。方法是用一组固定探针(通常用40个探针)抽样测量扩大波段中垂直于管壁的电场的分量。当功率以多模式传输时, 利用扩大波段和有色散性能的谐振线就可迅速测定最终匹配负载的功率。文中也准备了负载不匹配的情况。此法对微波发射机的杂散输出及毫米波段、亚毫米波段波导中功率的测量极为有用。

一、引言

测量微波传输线内功率的仪器大多数是针对单一传播模式(矩形波导用 TE_{10} , 同轴线用TEM模式)而设计的。近年来, 需要一种能够精确测量有两个或两个以上模式同时传输的传输线中功率流量的装置, 并要求能在-50 dbm到+50dbm(以毫瓦为

零电平的分贝)或更宽的功率电平范围内使用。

测量微波发射机的杂散(寄生)功率时, 或在多模毫米波波导中进行测量时(只是动态范围较小), 都遇到此类问题。

例如, 在测量S波段磁控管的三次谐波功率时, 可以发现波导除传播主模式(TE_{10})外, 还有十五个高阶模式(参见图1(a)); 如要测量五次谐波, 就要遇到三十五个高次模式。这个情况说明校正刻度对

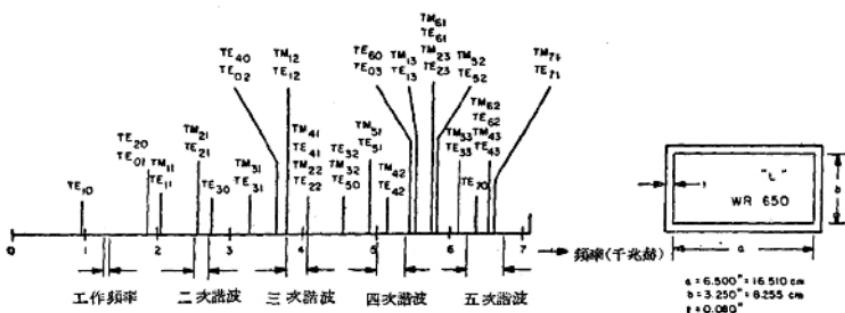
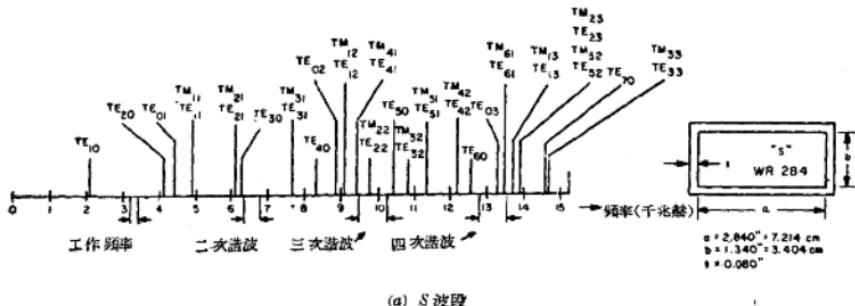


图1 S波段和L波段矩形波导中各模式的截止频率

于这样复杂的场分布，用一般技术就不行了。至于多模的负载器和其他量热技术在 -50 dbm 左右灵敏度就都不够了。

Forrer 和 Tomiyasu, Price, Lewis 及 Sharp 和 Jones 都曾对多模传输线中的功率测量问题进行过研究^[1~4]。

Forrer 和 Tomiyasu 設计了一个带有滑动探针的装置，能够测量标准矩形波导管壁上电场的大小和相角。对测得数据进行富里叶分析后，就能算出每个传播模式的功率。把各个模式的功率相加，就可以算出有关频率的总杂散功率。这种方法虽好，但是需要数字计算机化简数据，而且滑动探针在高功率时容易发生电压击穿。为了避免闪弧，每次移动探针时须切断高功率源，这就可能引起误差，因为当高功率源再接通时，无法确定输出功率或功率在各模式上的分配是否有改变。

Price 用固定探针法测量垂直于管壁的电场，电场测得后，再利用一台数字计算机（与 Forrer 和 Tomiyasu 所用方法相似）来计算模式的振幅。固定探针虽可避免电压击穿，但此法与可移探针法有同样的缺点，即都需要用数字计算机。每次测量功率后需要几分钟的时间来化简数据。

Lewis 研究出一个模式耦合法，他用一系列模式耦合器各选耦合模式至其输出端。校准了模式耦合器，把每一个输出端的功率加起来就可得出总的杂散（寄生）功率。如果功率只集中于少数已知模式，这个方法是优越的。可惜正是这个要求限制了此法的应用。

Sharp 和 Jones 提出了一种供标准尺寸波导用的取样法（抽样法）。此法可迅速地拣出谐波功率分别送入各单模波导。这种方法，不需计算机，但是测量的准确度不到 ± 2 至 ± 5 分贝。

本文所述的新方法是在扩大波导中用一组固定探针进行测量。这种方法能在数秒钟内测得任意频率的多模功率，且测量的准确度可达 ± 1 分贝。扩大波导的作用是把能量变成近似的平面波，从而简化测量。把波导扩大还能提高功率容量，（约为常用波导的九倍）。高电平（S 波段中高于 10 兆瓦）或低电平（-50 dbm）时的功率都很容易测量出来。

二、匹配负载的功率测量

测量终端接有匹配负载的波导中多模功率的仪器见图 2。仪器由下述部件构成：一段长短可变的

标准尺寸波导（伸缩线），一段锥形波导（连接输入波导和扩大波段），一组固定探针（一般用 30 至 40 个，用以抽样测量扩大波导中垂直于管壁的电场）和一个多样负载。所有探针都接至转换开关，后者依次把探针耦合到公用接收机上。

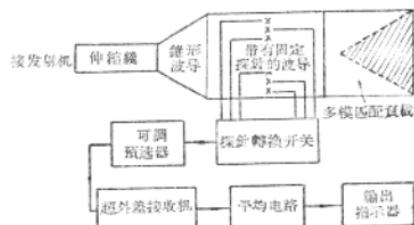


图 2 固定探针法的测量仪方块图

最初的测量是通过一系列手控控制线开关（见图 3）进行的。目前正在研究试制自动微波接线器，后者可以自动地把 36 个探针的输出依次与公用接收机接通。用这种自动化装置，可以在 30 秒钟内求出全部探针输出的平均值。

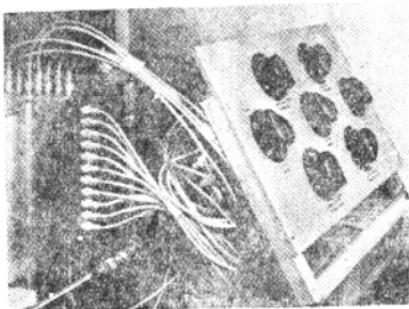


图 3 探针转换开关

伸缩线的作用在于改变传输模式之间的时相。锥形波段必须能把全部功率都传递到扩大波导，而且不允许产生新的模式。最能满足上述要求的是 Unger 和 Tang 的余弦型锥形波导^[6,7]。用三呎长的锥形波导（图 4）连接 S 波段波导（1.5 吋 \times 3 吋）和扩大波导（5.8 吋 \times 8.5 吋）进行实验，发现模式的改变可以小到忽略不计。把波导变成锥形的目的是使进入扩大波导的电磁波是平面波，这是直接用平均法测量功率所必需的。

用波导壁上的一组探针抽样测量电场；固定探针的排列见图 3 的左面。每一探针与波导间至少须去耦 40 分贝以减小探针所引起的模式转变。波导

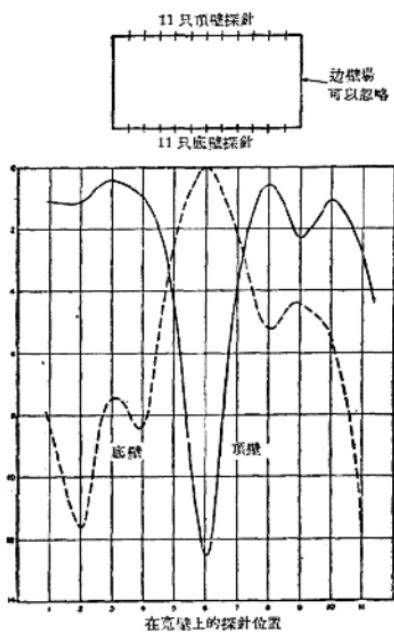


图 4 多模功率测量的场分布

中多模功率可由下式计算：

$$P = \frac{ab}{2\eta\delta} \left[\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K |E_{yk}|^2 + \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L |E_{zl}|^2 \right] \quad (1)$$

式中

a =扩大波导宽边的长度，

b =扩大波导窄边的长度，

η =自由空间的固有阻抗= 120π 欧，

K =宽边上探针数，

L =窄边上探针数，

(E_{yk}) =第 k 个探针处垂直于宽边管壁的电场强度的有效值，

(E_{zl}) =第 l 个探针处垂直于窄边管壁的电场强度的有效值，

δ =常数，约在 0.5~1.0 之间(视模式情况而定)。

上式的推导见附录 I。功率是根据波导管壁上 $(E)^2$ 的平均值算得的。利用超外差接收机(输出电流正比于 $(E)^2$)抽样量测探针输出就可以得出 $|E|^2$ 的平均值。探针输出和公用接收机之间用一个高频开关装置连起来。

主要误差来源是常数 δ 的选择。由于 δ 的不定

性，误差可能大至 ± 1.5 分贝。但如附录 I 所示，在多数情况下，选 $\delta=0.612$ 所引起的最大误差只有 ± 0.88 分贝(参阅附录 I)。

第三节和附录 I 指出：高次模式场间的叉乘积所引进的若干项也会使均值法产生误差。现用 P_a 表示测得功率的平均值，用 P_T 表示流入匹配负载的真正的功率，于是

$$P_a = P_T + \text{误差项}$$

$$= P_T + \frac{ab}{8\eta} \sum_{m_1=0}^M \left\{ \sum_{n_1=0}^N \sum_{n_2=0}^N E_{mn_1} E_{mn_1}^* [1 + (-1)^{n_1+n_2}] \right\}_y \\ + \frac{ab}{8\eta} \sum_{n=0}^N \left\{ \sum_{m_1=0}^M \sum_{m_2=0}^M E_{m_1 n} E_{m_2 n}^* [1 + (-1)^{m_1+m_2}] \right\}_x \\ \quad m_1 \neq m_2 \\ \quad n_1 \neq n_2 \quad (2)$$

上式中 { } 外下标 y 和 x 表示两项叉乘积分别属于 y 向和 x 向的场分量。这些误差项都是实数，正负号则由 E_{mn_1} , $E_{mn_1}^*$, $E_{m_1 n}$, $E_{m_2 n}^*$ 四场的相角决定。场的相角可随伸缩线的长短改变。如测量 P_a 时取几个不同长度的伸缩线则真正功率 P_T 可用 P_a 的算术平均值算出。如调节伸缩线的长度恰好得到 P_a 的最大值和最小值，取这两个读数的算术平均值就可以得出与真正功率相当接近的近似值。 P_a 是直接从输出指示器上读出的，此输出指示器取每个探针读数的平均值。

三、实验结果

我们用固定探针测量已知功率电平的各模式作为本文所述方法的验证。至今已对十种不同的多模场分布进行了测量，准确度始终良好(误差小于 ± 1 分贝)。图 4 示出了入射到扩大波导内的典型的场分布。测量是在 7 千兆赫下进行的，电磁波先送入 S 波段波导，然后通过蝶形波导进入有固定探针的扩大波导。对四面管壁上的场都进行了测量，由于 $|E_x|$ 分量甚小，对功率计算仅有 0.2 分贝的影响，因而只给出各 $|E_y|$ 分量的曲线。从这个场分布所得的功率，与真正功率读数相差不到 ± 0.9 分贝。

功率是从已知固定探针的耦合系数算出的。决定这些系数时，先在扩大波导中送入一个纯 TE_{10} 模式，然后测量插入损耗(扩大波导中的功率与探针负载功率之比)。测量插入损耗时，把每个探针依次放

在波导宽边的中心。从所有探针插入损耗读数（共36个读数）的平均值定出刻度（校正）常数 C_p （细节见[8]）。求一般多模场的功率时，先找出所有探针的功率读数的平均值，然后乘以 C_p 。最后，调整伸缩线得出最大和最小功率读数，取两读数的平均值就得出多模功率。

曾测量了固定探针部分在2.7~2.9千赫时的峰值功率容量。当峰值功率电平为3.5兆瓦时，没有发现击穿现象。（当波导内充以15磅/吋²压强的气体时），估计此装置能在10兆瓦的功率下工作。

四、理論上的討論

固定探針量測技术的理論根据适用于任何均匀傳輸線。下面的討論仅限于矩形波导。

1. 扩大波导的作用

待测的多模場一般含有若干接近截止状态的模式，因此多模場的傳播是色散的。

扩大波导中功率流量的推导見附录 II，推导的结果是：

$$P = \int_0^b \int_0^a \operatorname{Re}(E_x H_y^* - E_y H_x^*) dx dy \quad (3)$$

推敲式(3)可以看出：必須在整個 xy 面上量出 E_x 、 E_y 、 H_x 和 H_y 的有效值和相角，然后从所测得的数据进行积分。如在扩大波导中进行测量，可简化测量这八种数据的复杂程序。附录 II 示出，当 a 和 b 加大后，扩大波导中功率流量表达式可化简为：

$$P_T \approx \frac{1}{\eta} \int_0^b \int_0^a (|E_x|^2 + |E_y|^2) dx dy \quad (4)$$

附录 II 还指出，当 a 和 b 都为输入波导的三倍时，式(4)的最大可能誤差是百分之六。于是問題就化簡为在波导横截面上測量 $(E_x)^2$ 和 $(E_y)^2$ 两个量。

式(4)是推导固定探針法的(1)式和(2)式的出发点，詳見下节。

2. 平均法的正确性

附录 I 指出，用固定探針測得的功率是(4)式的真正功率加誤差項。誤差項都是实数，是正还是負取决于所傳播模式的相对时间相角，它們是某种模式場分量的叉乘积。式(2)的一个典型誤差項是

$$|E_{01x}| |E_{21x}| \cos[\phi_1 - (\beta_{21} - \beta_{01}) t]$$

它是个可正可負的实数。当 m_1+m_2 或 n_1+n_2 是奇数时，很多叉乘项彼此抵消，問題的复杂性因而可以减小。虽然誤差項是許多模式的幅值的函数，但是，

在多数情况下，主要的杂散功率所含模式不会多于四个。这是从 Price^[9]等人所发表的实验数据所得出的結論运用数值諧波分析。如果这些数据是典型的，誤差項最多只有一两个。

为了消除这个誤差来源，取固定探針的讀数若干次；每次都用置于小色散波导中的伸縮線改变各模式之間的相位关系。每次讀数的平均值与真正功率十分近似。

3. 实例

現在討論几个典型实例來說明誤差項的問題。

附录 III 推导了三次諧波在 S 波段波导 (WR 234) 中傳播时的誤差（用可能的傳播模式来表示）。数据見表 I；正确結果見(35)。根据一般波导的激励方法和 Price 等人^[9]所发表的数据（見第 VI 节），可以看出，忽略 m 为偶数时的模式是合理的。因此，对称體電的波导可应用公式(36)。

表 1 QK-338 磁控管三次諧波功率的分布**

基頻	2768.5 兆赫
三次諧波	8305.7 兆赫
基頻 (TE ₁₀) 功率	4.6 兆瓦
各模式的三次諧波	
TE ₁₀	4285 瓦
TE ₂₀	137 瓦
TE ₃₀	9691 瓦
TE ₄₀	—
TE ₀₁	1 瓓
TE ₁₁	36 瓓
TM ₁₁	467 瓓
TE ₂₁	26 瓓
TM ₂₁	140 瓦
TE ₃₁	260 瓦
TM ₃₁	849 瓦

** 数据取自文献[9]

由数据看出，中心體電的假定是好的。对于这种管子(36)的誤差項化簡为

$$\epsilon_y = 0$$

$$\epsilon_x = \frac{ab}{2\eta} \operatorname{Re}(E_{11x} E_{21x}^*)$$

从上述数据中可以看出， ϵ_x 誤差項是很小的，利用上面提及的有色散的伸縮線來改变 E_{11x} 与 E_{21x} 的相位， ϵ_x 誤差項可以完全消除。

Price 等人曾发表两个 QK-338 磁控管在 1250 兆赫下的五次諧波数据，数据表明两磁控管的五次

谐波都集中于几个同样序号的模式上^[10]。表 2 列出了一个 QK-358 磁控管的功率在几个模式上的分配情况，功率小于五次谐波总功率 0.2% 的各模式都已略去。

表 2 QK-358 磁控管五次谐波的功率分布

TE 波型	功率 (瓦)	TM 波型	功率(瓦)	每个模式序号的总功率 (瓦)
TE ₀₁	9539	—	—	9539
TE ₀₂	1501	—	—	1501
TE ₁₁	8564	TM ₁₁	2328	10,892
TE ₂₁	981	TM ₂₁	1176	2,157
TE ₃₁	56	TM ₃₁	112	168
TE ₁₂	1759	TM ₂₁	143	1,902

虽然五次谐波有 25 个以上的误差项^[10]，但是 $\epsilon_y \approx 0$ ，而 ϵ_x 只简化到两项。

$$\epsilon_x \approx \frac{ab}{\eta} \operatorname{Re}(E_{01z} E_{11x}^* + E_{11z} E_{01x}^*)$$

用色散伸缩线可消除上述 ϵ_x 项。

4. 频率极限

固定探针法能准确地测量多模功率是以波导宽边和窄边上最高模式序号不大于探针数目为前提的^[9]。本文所述仪器宽边和窄边上分别有 11 个和 7 个探针，因此模式序号的极限是 $m=11$ 和 $n=7$ 。最高频率相当于下一个较高模式 ($m=12$, $n=7$) 的截止频率，故临界频率是：

$$f_c = \frac{c}{2} \left[\left(\frac{12}{a} \right)^2 + \left(\frac{7}{b} \right)^2 \right]^{1/2}$$

其中 c 为光速。

对 S 波段波导， $a=2.84$ 吋， $b=1.34$ 吋，故 f_c 等于 39.7 千兆赫，后者相当于 S 波段频率的十三次谐波。

由于探针能够引起高次模式及同轴线（连接接收机和探针）中不是单一模式等原因，实际的极限频率可能较低。此外，由于又乘项的复杂性，误差项可能难以消除^[10]。估计本文所述仪器目前可使用到基波的七次谐波。

5. 失配负载

以上讨论假定测量是在终端接有匹配负载的情况下进行的。固定探针法也可用于测量失配负载的功率。多模失配负载的功率 P_T 是：

$$P_T = 2P_M - P_R \quad (5)$$

式中

P_M = 达至多模匹配负载的功率（参阅第二节的讨论），

P_R = 固定探针所测得的平均功率。是一个小波导伸缩线和一个大波导伸缩线（或由沿 z 轴的三个或三个以上的固定探针 xy 平面）在不同长度时所测数值的平均值。

大波导伸缩线（或若干探针平面）应放在装有固定探针波段与负载之间。

通过类似于附录 I 的分析便可算出功率，不过要把 (11) 和 (12) 两式改为：

$$E_x = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M E_{mnx} [1 + \Gamma_{mn} e^{j2\beta_{mn} z}] \cos \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{n\pi u}{b} \quad (6)$$

$$E_y = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M E_{mny} [1 + \Gamma_{mn} e^{j2\beta_{mn} z}] \sin \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b}$$

式中

Γ_{mn} = mn 模式在 $z=0$ 处的反射系数，

β_{mn} = mn 模式的传播常数。

利用以上的普遍场方程，并注意扩大波导中各模式的 β_{mn} 都近似地等于 β_0 （自由空间的传播常数），可以推得 P_p 如下：

$$P_p = \frac{ab}{48C\eta} \left\{ \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N (|E_{mnx}|^2 + |E_{mny}|^2) \times [1 + |\Gamma_{mn}|^2 + 2|\Gamma_{mn}| \cos(2\beta_0 z - \psi_{mn})] \right\} \quad (7)$$

式中 ψ_{mn} 是 Γ_{mn} 的相角。

改变大波导伸缩线的长度并取 P_p 的平均值，得：

$$P_R = \frac{ab}{48C\eta} \left\{ \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^N (|E_{mnx}|^2 + |E_{mny}|^2) + \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^N |\Gamma_{mn}|^2 (|E_{mnx}|^2 + |E_{mny}|^2) \right\} \quad (8)$$

上式可写成：

$$P_R = P_M + P_R \quad (9)$$

失配负载吸收的功率是：

$$P_T = P_M - P_R \quad \text{或} \quad P_R = P_T + P_R \quad (10)$$

将 (10) 的 P_R 代入 (9)，即得 (5)。

图 5 是测量 P_M 和 P_R 用的仪器的方框图，该仪器与图 2 所示的相似，只是增加了造成负载反射系数相角变化的部分。负载的相角变化是在大波导伸缩线内几个不同的 xy 平面上抽样测量电场而产生的；这里用了四个抽样平面，用抽样 xy 平面比用扩

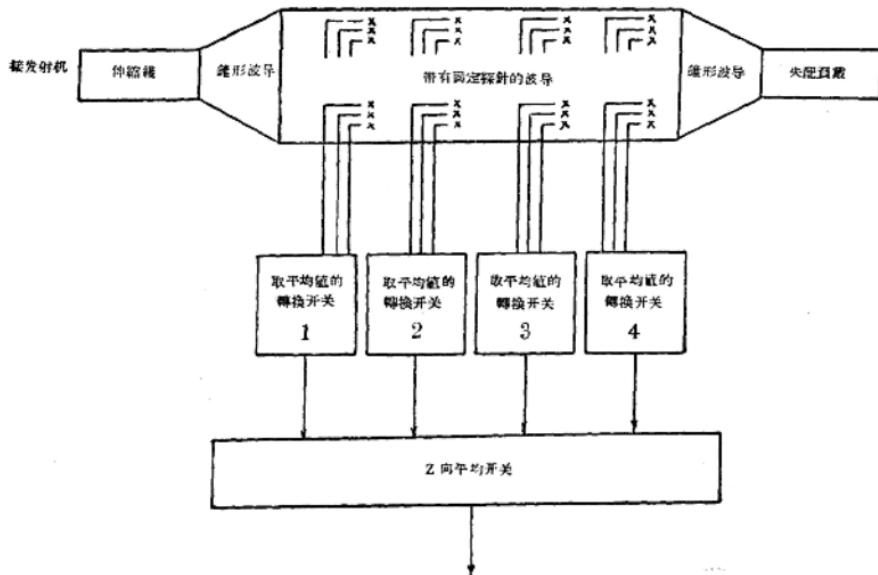


图5 用固定探针测量失配负载的仪器方块图

大波导作幅线好，因为前者易于实现自动测量。用方框图中所示的转换开关就可以自动求出平均值。

在若干应用中，测量 P_M 不如 P_s 容易。自(9)减去(10)，得

$$P_a - P_T = 2P_R$$

这说明了 P_a 的误差可能是反射功率的两倍。不过在平均驻波比相当小时(3，或小于3)，这个误差还不太大；例如平均驻波比为3时，误差约为2分贝。为了改善准确度，可取 P_p 的最大值和最小值的几何中值如下：

$$P_s = \sqrt{P_{p \max} P_{p \min}}$$

这样求得的功率其最大误差是 $2P_R$ ，但也可能没有误差；绝对误差的大小取决于每个反射系数的相角 ψ_{mn} 。

折，也可适用于同轴线和其他均匀传输线。

附录 I

以探针在管壁上测得的功率来表示矩形波导中的传输功率

现在推导以探针测得功率来表示矩形波导中传输功率的表达式。探针在垂直于传播方向的平面的管壁周界上。

从一般的矩形波导传播理论可得：

$$E_x = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N E_{mn} e \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (11)$$

$$E_y = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N E_{mn} e \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (12)$$

其中 E_{mn} 和 E_{mn}^* 分别为模式(下标为 m 及 n) x 和 y 方向的电场分量。将(11)和(12)两式代入(3)式，得：

$$\begin{aligned} P = & \frac{1}{\pi} \int_0^a \int_0^b \left[\left(\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N E_{mn} e \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \right) \right. \\ & \times \left(\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N E_{mn}^* e \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \right) \\ & + \left(\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N E_{mn} e \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \right) \\ & \times \left. \left(\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N E_{mn}^* e \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \right) \right] dx dy \end{aligned} \quad (13)$$

六、結論

利用扩大的固定探针法能正确地测量多模功率，至少可以测到矩形波导(TE_{10})传输频带中心频率的七次谐波。实验结果表明：在基波的3.5倍以下时，准确度可能优于 ± 1 分贝。这方法也能准确地测出输出至失配负载的功率。自动完成测量的仪器正在研制中。本文对矩形波导所进行的理论分

积分后得：

$$P = \frac{ab}{2\eta} \left(\sum_{n=1}^N |E_{0nx}|^2 + \sum_{m=1}^M |E_{mny}|^2 \right) + \frac{ab}{4\eta} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M (|E_{mnx}|^2 + |E_{mny}|^2) \quad (14)$$

矩形波导界面上的探针所耦合出来的功率，其平均值可近似地写为：

$$P_p = \frac{ab}{2\eta\delta C} \left\{ \frac{1}{a} \int_0^a |E_y|_{y=0}^2 dx + \frac{1}{a} \int_0^a |E_y|_{x=0}^2 dx + \frac{1}{b} \int_0^b |E_x|_{x=0}^2 dy + \frac{1}{b} \int_0^b |E_x|_{y=0}^2 dy \right\} \quad (15)$$

其中 δ 是一个特定常数

E = 波导中某一探针处电场的有效值

E_p = 被探针耦合出来的电场的有效值

$$C = -\frac{|E|^2}{|E_p|^2}$$

把(11)和(12)两式代入(15)式，积分后得：

$$\begin{aligned} P_p = & \frac{ab}{4\eta\delta C} \left(\sum_{n=1}^N |E_{0nx}|^2 + \sum_{m=1}^M |E_{mny}|^2 \right) \\ & + \frac{ab}{4\eta\delta C} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M (|E_{mnx}|^2 + |E_{mny}|^2) \\ & + \frac{ab}{8\eta\delta C} \sum_{m=0}^M \left\{ \sum_{n_1=0}^N \sum_{n_2=0}^N E_{mn_1x} E_{mn_2x}^* \right. \\ & \times [1 + (-1)^{n_1+n_2}] \Big\}_{n_1 \neq n_2} \\ & + \frac{ab}{8\eta\delta C} \sum_{n=0}^N \left\{ \sum_{m=0}^M \sum_{m'=0}^M E_{m_nx} E_{m_nx}^* \right. \\ & \times [1 + (-1)^{m_1+m_2}] \Big\}_{m_1 \neq m_2} \end{aligned} \quad (16)$$

比较(14)和(16)，可以看出(16)的前两项非常象波导中的功率 P 。暂时不考虑(16)的后两项，并定义

$$E = \sum_{n=1}^N |E_{0nx}|^2 + \sum_{m=1}^M |E_{mny}|^2 \quad (17)$$

$$E'' = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M (|E_{mnx}|^2 + |E_{mny}|^2) \quad (18)$$

CP_p 与 P 的比值是：

$$\frac{CP_p}{P} = \frac{\frac{1}{2\delta} (E' + E'')}{\frac{E' + E''}{2}} \quad (19)$$

如 E'' 等于零 (E'' 等于零意味着没有 m 和 n 都不为零的模式的功率)，波导的功率是 CP_p ，于是 $\delta = \frac{1}{2}$ 。反之，如 E' 等于零 (m 是零或 n 是零的模式的功率为零)，波导的功率为 CP_p ，这时， $\delta = 1$ 。

一般地说， E'' 与 E' 的正弦比值是无法知道的；但是，如选 δ 适当，就可使 P 的误差为最小：

$$P = C_p P_p \quad (20)$$

式中

$$C_p = \delta_{\text{最佳}} C$$

$\delta_{\text{最佳}}$ 是根据 E''/E' 的实际数值范围而选的。如 E''/E' 的范围是自 0 至 2，则：

$$\delta_{\text{最佳}} = 0.612 \quad (21)$$

采用这个值后，当 E''/E' 在 0 至 2 的范围内，最大误差是 ± 0.88 分贝。目前正在研究一般同轴线—波导转换接头中所激励起的模式。有了这种资料，对特定的转换接头和波段选取最佳 δ 就能减小误差。

在文献[9]中有两个磁控管的谐波功率在各模式上的分布数据。其中一个 S 波段磁控管的三次谐波，其 E''/E' 是 0.126；用 $\delta_{\text{最佳}} = 0.612$ ，误差是 -0.63 分贝。另一个 L 波段磁控管的五次谐波其 $E''/E' = 0.137$ ；仍用 $\delta_{\text{最佳}} = 0.612$ ，所得误差是 0.60 分贝。

根据(20)，(16)的前两项可看成 P/C_p ，于是(16)可写为：

$$P_p = \frac{P}{C_p} + \varepsilon \quad (22)$$

式中 ε 代表(16)中剩下的那些项。 ε 是误差项，因为 ε 使从(20)所算出的功率不同于波导的功率。

第一个误差项是：

$$\varepsilon_1 = |E_{01x}| |E_{21x}| \cos [\phi_1 + (\beta_{21} - \beta_{01})l] \quad (23)$$

式中

$\phi_1 = E_{01x}$ 与 E_{21x} 的初始相角差，

β_{01}, β_{21} 分别是 0, 1 和 2, 1 模式的相位常数

$l = S$ 波段波导的长度

S 波段波导中 2, 1 模式的截止频率是 6.06 千兆赫。低于截止频率时， ε 为零，因此，对 P_p 作一次测量就可从(20)直接算出波导的功率。频率高于 6.06 千兆赫时，0, 1 和 2, 1 模式都能在 S 波段波导中存在。如果磁控管至波导的转换接头激励了这些模式， ε_1 就不等于零。但是，因为 ε 是(22)中与 l 有关的唯一误差项， ε_1 是可以消去的。如调整 S 波段波导的伸缩线（具有色散性），量出 P_p 的最大和最小值，得：

$$P_{p \max} = \frac{P}{C_p} + \varepsilon_1 \quad (24)$$

$$P_{p \min} = \frac{P}{C_p} - \varepsilon_1 \quad (25)$$

自以上两式求平均值， ε_1 相抵消，于是平均值便是(20)式；此时的 P_p 可视为峰值和各值的均值：

$$\frac{P_{p \max} + P_{p \min}}{2}$$

在 7.65 千兆赫以上，第二誤差項

$$\epsilon_2 = |E_{1x}| \cdot |E_{3x}| \cos [\phi_2 + (\beta_{31} - \beta_{11})I] \quad (26)$$

会在 S 波段波导中出現。在 10 千兆赫时，可能有七个誤差項。但在实际測量中，这些誤差項不致于会引起显著的誤差。尤其是，位于波导寬壁中心的同軸線-波导轉換接头（对称激波），不会激起 m 为偶数的模式。此外，过于接近截止频率的模式也不易激励⁽¹⁾。基于以上的原凶，可以相信，在实用中只有一个誤差項是最主要的，利用仲縮線求峰值和各值的平均值，对功率的測量來說，是相当正确的。

附 录 II

多模矩形波导中的傳輸功率

附录 II 推导出扩大波导中总輸入功率的表达式。扩大波导自标准尺寸波导耦合入任意的 TE 和 TM 模式。先由坡印廷矢量的积分求出总功率，然后化简为近似的公式。最后估計用近似公式的誤差。

图 6 为所用坐标系統。沿 z 方向的时间平均傳輸功率是：

$$P = \int_0^b \int_0^a [Re(\vec{E} \times \vec{H}^*)] \cdot \vec{s} dx dy \quad (27)$$

式中 \vec{E} 和 \vec{H} 分别为电場和磁場矢量的有效值， \vec{s} 为 z 向的单位矢量。

把式(27)中电場和磁場的叉积展开，就化簡为：

$$P = \int_0^b \int_0^a Re(E_x H_y^* - E_y H_x^*) dx dy \quad (28)$$

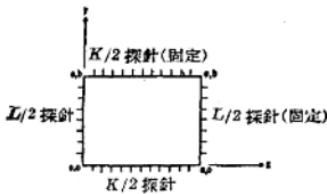


图 6 装有固定探針的扩大波导横截面圖

自式(28)計算波导傳播两个或更多模式的功率时，首先須知道在整个横截面上 E_x , H_y , E_y 和 H_x 的大小和相角。如果含有这些模式的波导漸漸展开（成为錐形）至扩大波导，各傳播模式的截止频率必远小于工作频率。扩大波导中波长 λ_g 也就接近于自由空間波长 λ 。同时，所有的 TM 和 TE 模式的波阻抗 (Z_w) 也就接近于自由空間的固有阻抗 η 。由于

$$Z_w = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} \quad (29)$$

式(28)就变为

$$P = \frac{1}{\eta} \int_0^b \int_0^a (|E_x|^2 + |E_y|^2) dx dy \quad (30)$$

于是，只要知道扩大波导中橫截面上 E_x 和 E_y 的大小，就能算出扩大波导中的功率 P 。

式(30)只在 a 和 b 趋于无穷大时才是正确的。現在估計实用扩大波导中的誤差（这里所說的实用扩大波导，它的長和寬都是标准尺寸波导的三倍）。当全部功率都集中在稍高于截止状态的那个模式时（即在标准波导中差一点就要截止的模式），便可能出现最大誤差。把这个功率与式(30)相比較，即可估算出誤差。这是誤差的上限，因为其它模式都距截止状态远（接近于平面波情况）。对这个单一模式的情况而言，将(29)式代入(28)式可算出功率 P' 如下：

$$P' = \frac{1}{Z_w} \int_0^b \int_0^a (|E_x|^2 + |E_y|^2) dx dy \quad (31)$$

式中

$$Z_w = \eta \frac{\lambda_g}{\lambda} \text{ (TE 模式)}$$

$$Z_w = \eta \frac{\lambda}{\lambda_g} \text{ (TM 模式)}$$

由于用了公式(30)， P' 的誤差为：

$$\varepsilon = \frac{P - P'}{P'} = \frac{Z_w}{\eta} - 1 \quad (32)$$

对 TE 模式誤差是：

$$\begin{aligned} \varepsilon_{TE} &= \frac{\lambda_g}{\lambda} - 1 = \left[1 - \left(\frac{f_c}{f} \right)^2 \right]^{-1/2} - 1 \\ &\simeq \frac{1}{2} \left(\frac{f_c}{f} \right)^2, \quad \frac{f_c}{f} \ll 1 \end{aligned} \quad (33)$$

TM 模式的誤差是：

$$\begin{aligned} \varepsilon_{TM} &= \frac{\lambda}{\lambda_g} - 1 = \left[1 - \left(\frac{f_c}{f} \right)^2 \right]^{1/2} - 1 \\ &\simeq -\frac{1}{2} \left(\frac{f_c}{f} \right)^2, \quad \frac{f_c}{f} \ll 1 \end{aligned} \quad (34)$$

現在可以計算尺寸大于标准波导三倍的波导中的誤差。最大誤差出現于 $\frac{f_c}{f} = \frac{1}{3}$ 时，将 $\frac{f_c}{f} = \frac{1}{3}$ 代入(33)或(34)，誤差是 6%。

附 录 III

用固定探針法測三次諧波功率的誤差

我們希望計算用固定探針法測量 S 波段（在 3.2 至 3.4 千兆赫範圍內）的三次諧波功率的誤差。图 1(a) (S 波段) 对三次諧波频率，在 S 波段波导中能

傳播的模式是: 10, 20, 01, 11, 21, 22, 30, 31, 40, 41, 02, 12。

把 E_{mz} 值代入(16)的誤差項內, 并舍去有 E_{00y} 和 E_{max} (这些場分量不存在)的各項, 得:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_y &= \frac{ab}{2\eta\beta C} Re(E_{10y}E_{12y}^* + E_{20y}E_{22y}^*) \\ \varepsilon_x &= \frac{ab}{2\eta\beta C} Re(E_{01x}E_{21x}^* + E_{02x}E_{22x}^* \\ &\quad + E_{01x}E_{11x}^* + E_{11x}E_{31x}^* + E_{21x}E_{41x}^*) \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

式中 ε_y 和 ε_x 分別是 E_y 場和 E_x 場所引起的功率誤差。

在波导是对称激励的情况下(x 对称)的轉換結構中, 序号 m 为偶数的模式都不存在, 因此誤差項簡化为:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_y &= \frac{ab}{2\eta\beta C} Re(E_{10y}E_{12y}^*) \\ \varepsilon_x &= \frac{ab}{2\eta\beta C} Re(E_{11x}E_{31x}^*) \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

参考文献

- [1] M. P. Forrer and K. Tomiyasu, "Effects and measurements of harmonics in high power waveguide systems," 1957 IRE National Convention Record, pt. 1, pp. 263~269.
- [2] V. G. Price, "Measurement of harmonic power generated by microwave transmitter," IRE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-7, pp. 116~120; January, 1959.
- [3] D. J. Lewis, "Mode couplers and multimode measurement techniques," IRE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-7, pp. 110~116; January, 1959.
- [4] E. D. Sharp and E. M. T. Jones, "A sampling measurement of multimode waveguide power," IRE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-10, pp. 73~82;

January, 1962.

- [5] J. Goldberg, O. Hinckelmann, D. Levinson, R. Steven and J. Taub, "Second Quarterly Progress Report on New Methods for Measuring Spurious Emissions," Airborne Instruments Lab., Div. of Cutler-Hammer Inc., Deer Park, N. Y., Rept. No. 1112-I-2 AF 30(602)~2511; November, 1961.
- [6] H. G. Unger, "Circular waveguide taper of improved design," Bell Sys. Tech. J., Vol. 37, pp. 899~912; July, 1958.
- [7] C. C. H. Tang, "Optimization of waveguide tapers capable of multimode propagation," IRE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-9, pp. 442~453; September, 1961.
- [8] O. Hinckelmann, R. Steven and L. Moses, "Equipment for the measurement of spurious emissions," Symp. IRE Professional Group on Radio Frequency Interference, San Francisco, Calif.; June, 1962.
- [9] V. G. Price, J. P. Rooney and C. Milazzo, "Final Report: Phase I—Measurement and Control of Harmonic and Spurious Microwave Energy," G. E. Microwave Lab., Palo Alto, Calif. Rept. [TISR58ELM112, AF 30(602)-1670; July 8, 1958.
- [10] J. Goldberg, O. Hinckelmann, D. Levinson, R. Steven and J. Taub, "First Quarterly Progress Report on New Methods for Measuring Spurious Emissions," Airborne Instruments Lab., Div. of Cutler-Hammer Inc., Deer Park, N. Y., Rept. No. 1112-I-1, AF 30(602)-2511; August, 1961.
- [11] N. Marcuvitz, "Waveguide Handbook," MIT Radiation Laboratory Series, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, N. Y., Vol. 10, p. 57; 1951.

(庄、孟、陈、于合譯)

2. 谐振小散射体及其在场测量中的应用

Roger F. Harrington

«IRE Transactions on MTT» 1962, 3, p. 165~174 (英文)

本文对有载散射体的反向散射场进行了分析。文中指出，谐振小物体所产生的反向散射场比非谐振小物体所产生的场要大得多。这一理论可应用于短偶极子及小环。文中讨论了用小谐振散射体测量电场和磁场的散射测量技术。在场的测量中，谐振散射体比非谐振散射体有一定的优点。

I. 引言

目前，短直线的散射场用于测量微波的电场^[1~3]。为了使散射场和入射场比较容易分开，散射场用机械方法^[2]和二极管^[3]加以调制，而微波磁场则用小环的散射场测量，测量时用两只二极管调制环的磁矩所产生的场，但对电矩所产生的场则不加调制^[4]。由于测量时不需要接收设备，不需要用传输线连接到散射体，所以这一技术很引人注意。这是和用探针和环等检测接收信号相比而言，散射测量对被测场的影响一般较接收法为小。

本文对谐振小散射体进行分析，建议在散射测量中使用谐振小散射体来测量电场和磁场。用谐振散射体代替非谐振散射体有下列优点：1) 谐振散射体的散射场比非谐振散射体的散射场强得多（大约多30分贝）；2) 可以在环形散射体磁矩大大加强的同时而不显著改变电矩。这样，大多数磁场测量可以只用一个调谐环形散射体而毋需使用复杂的调制电路；3) 假如需要调制，也有几种方法可用，用非谐振散射体时，这一点就办不到了。例如使用谐振散射体时，可以调制谐振电抗，也可以改变散射体的尺寸或对场作频率调制。另一方面，使用谐振散射体也有一些缺点，如：1) 散射体需要调谐；2) 在结构方面谐振散射体比非谐振散射体要复杂一些等。

II. 一般理论

图1代表有载散射体反向散射的一般问题。物体1和2各有一对相距十分近的终端，它们分别用终端1和终端2来表示。物体1为跨接在其两端（终端1）的电流源所激励，产生入射场，在端点（终端2）接有负载的物体2代表有载散射体。有散射

体（物体2和 Z_L ）存在时终端1上的电压和没有散射体存在时终端1上的电压之差就是反向散射电压。当两个物体1和2离开无限远的时候，就得到平面波反向散射。文中对问题的分析方法，是和Y. Y. Hu对有载偶极子散射体分析时所用的方法类似的。

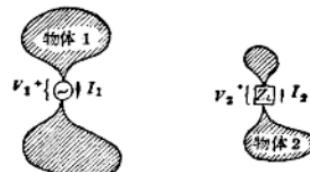


图1 有载散射体反向散射的一般情况

图1的终端1和2定义一二口网络，对于线性物质，

$$\begin{aligned}V_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\V_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2\end{aligned}\quad (1)$$

其中 V_1 ， I_1 和 V_2 ， I_2 分别是终端1和终端2的电压和电流。当一切物质都是各向同性时， $Z_{12}=Z_{21}$ ，当终端2接有负载阻抗 Z_L 时，

$$V_2 = -I_2 Z_L \quad (2)$$

应用式(1)和(2)，可得终端1的电压为：

$$V_1 = \left(Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22} + Z_L} \right) I_1 \quad (3)$$

现在规定 V_{10} 为当物体2不存在及终端1有电流 I_1 时终端1上的电压。令此单口网络的输入阻抗为

$$Z_1 = \frac{V_{10}}{I_1} \quad (4)$$

下反向散射电压的定义为当物体2存在和不存在时，在终端1上的电压之差，即

$$\Delta V = V_1 - V_{10} \quad (5)$$

把(3)和(4)代入式(5)，得：

$$\Delta V = \left[(Z_{11} - Z_1) - \frac{Z_{12}}{Z_{22} + Z_L} \right] I_1 \quad (6)$$

因此,有载散射体(阻抗 Z_L)的一般反向散射問題牽涉到三个參量的確定: $(Z_{11} - Z_1)$, Z_{12} 和 Z_{22} 。

阻抗參量的變分公式是眾所周知的^[6]。將物体 1 和 2 看作理想導體并令

J_i = 加于終端 i 的電流源 I_i 所引起的電流, 其他終端開路。

E_i = J_i 所引起的電場

一般說, E_i 是由張量(或矢量)格林函數 Γ 与 J_i 聯繫起來的:

$$E_i(\mathbf{r}) = \iint \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot J_i(\mathbf{r}') ds' \quad (8)$$

其中 \mathbf{r} 和 \mathbf{r}' 代表徑向矢量, 于是, 任何阻抗元件的平穩公式是

$$Z_{ij} = \frac{-1}{I_i I_j} \iint E_i \cdot J_j ds \quad (9)$$

Z_1 的公式与 Z_{11} 相同, 只是物体 2 此时不存在。

令 J_{10} = 当物体 2 不存在时 I_1 在物体 1 上所引起的電流,

$E_{10} = J_{10}$ 引起的電場,

即得平穩公式

$$Z_1 = \frac{-1}{I_1^2} \iint E_{10} \cdot J_{10} ds \quad (11)$$

假設試探電流后可應用這些公式計算特殊問題所需的阻抗, 在試探電流中可包括調節常數(變分參量), 并用里茲法計算。用里茲法計算 Z 的討論在附錄中列出。

現在回到式(6), 對于無源的 Z_L , 當

$$Z_L = -j \operatorname{Im}(Z_{22}) \text{ 时} \quad (12)$$

式(6)右邊第二項是最大, 式(12)將用來定義諧振散射體。當 $(Z_{12} - Z_1)$ 和 $\operatorname{Re}(Z_{22})$ 是小的時候, 散射電壓在諧振時最大。當 Z_L 調諧諧振時, 散射電壓就按照諧振曲線變動, 比波長小的導電散射體常呈現這樣的諧振現象。

III. 平面波反向散射

普遍公式可以按照下述方法化到平面波反向散射。令物体 1 消失, 使終端 1 处在空的空間之中。于是, 終端 1 的電流 I_1 的場就是電流元 $I_1 l$ 在自由空間的場。為明確起見, 令 $I_1 l$ 本身的方向是沿 z 軸的方向, 並位于 y 軸上離原點為 r 的地方, 如圖 2 所示。當 $r \rightarrow \infty$, 就在原點附近得到平面波的場

$$E_{10} = \mathbf{u}_z E_0 e^{-jkz} \quad (13)$$

其中 \mathbf{u}_z = 單位 z 向矢量, k = 波數 ($2\pi/\lambda$) 和

$$E_0 = \frac{\eta I_1 l}{2\lambda r} e^{-jkz} \quad (14)$$

其中 η = 固有阻抗 ($= \sqrt{\mu/\epsilon}$), λ = 波長。

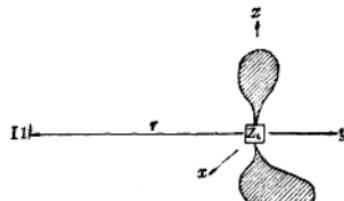


圖 2 令 $I_1 l$ 退到無窮遠以得平面波反向散射

當散射體存在時, 入射場在散射體上感應電流, 這電流轉而又產生散射場 E_s 。 E_s 在 $I_1 l$ 位置的 $I_1 l$ 方向的分量稱為反向散射場。反射面積 σ (echo area) 是這樣一個面積, 在這個面積里, 入射場有足夠的功率可以產生(通過無向輻射)和散射體反向散射場一樣的場。用公式表示, 即:

$$\sigma = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \left| \frac{\mathbf{u}_z \cdot \mathbf{E}_s}{E_0} \right|^2 \quad (15)$$

其中 \mathbf{u}_z 是在 $I_1 l$ 方向的單位矢量, 以散射電壓表示, 則:

$$\mathbf{u}_z \cdot \mathbf{E}_s = dV/l \quad (16)$$

因此, 反射面積可由下式得出:

$$\sigma = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi \left(\frac{2\lambda}{\eta} \right)^2 \left(\frac{r}{l} \right)^4 \left| \frac{dV}{I_1} \right|^2 \quad (17)$$

其中, dV 是由式(6)給定, 所以, 反射面積公式的形式是:

$$\frac{\sigma}{\lambda^2} = \frac{1}{\pi} \left| A - \frac{B}{Z_{22} + Z_L} \right|^2 \quad (18)$$

其中:

$$A = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{\eta} \left(\frac{r}{l} \right)^2 (Z_{11} - Z_1)$$

$$B = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{\eta} \left(\frac{r}{l} \right)^2 Z_{12}^2 \quad (19)$$

將式(13)作為 I_1 所產生的場, 從式(9)和式(10)能求得這些 Z 參量。注意當 $Z_L = \infty$, 即當散射體的終端是開路時, $|A|^2/\pi$ 就是 σ/λ^2 。於是去掉散射體的負載, 用已知的平穩公式^[7]

$$(Z_{11} - Z_1) = \frac{\left(\iint E_{10} \cdot J_{12} ds \right)^2}{I_1^2 \iint E_{12} \cdot J_{12} ds} \quad (20)$$

其中 J_{12} 是開路散射體上受入射平面波激勵時的電流, E_{12} 是相應的場。

在(19)式的第一式中應用式(13)、(14)和(20)

就能求得 A :

$$A = \frac{\eta}{4\pi} \frac{\left(k \iint e^{-jky} \mathbf{u}_z \cdot \mathbf{J}_{12} ds \right)^2}{\iint \mathbf{E}_{12} \cdot \mathbf{J}_{12} ds} \quad (21)$$

此式仍是平稳的。为了求出 B 的一级近似，可以假设 $\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_{10}$, \mathbf{E}_{10} 由式(13)和(14)确定，于是，根据式(9)和(19)的第一式可得：

$$B = \frac{\eta}{4\pi} \left(\frac{k}{I_2} \iint e^{-jky} \mathbf{u}_z \cdot \mathbf{J}_2 ds \right)^2 \quad (22)$$

其中 J_2 是当其终端受 I_2 激励时散射体的电流。在附录中有求 B 的较高次近似的方法。最后，

$$Z_{22} = \frac{-1}{I_2^2} \iint \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{J}_2 ds \quad (23)$$

是众所周知的将散射体看作为发射天线时的输入阻抗的平稳公式。本节仅考虑了线性极化入射平面波。任意极化的情况可以用两线性极化波的迭加方法处理。具体处理方法请参阅参考文献[8]。

IV. 有载偶极子

无载和有载偶极子已分别由 Tai 教授及 Hu 教授分析过。由于 Hu 教授的结果很难用于短偶极子，并且由于想说明一下普遍公式的应用，这里将导出短偶极子的公式。

图 3 是在平面波场中的短偶极子，负载在偶极子的正中央。当这偶极子受跨其终端的电流 I_2 激励时，其上的电流可近似为

$$\mathbf{J}_2 = \mathbf{u}_z \frac{I_2}{2\pi a} \left(1 - \frac{2}{b} |z| \right) \quad (24)$$

其中 a 是导线半径， b 是偶极子长度，在计算 B ，可将此电流作为线电流考虑，因而，从式(19)得：

$$B = \frac{\eta}{4\pi} \left[\frac{k}{I_2} \int_{-b/2}^{b/2} I_2 \left(1 - \frac{2}{b} |z| \right) dz \right]^2 = \frac{\eta}{16\pi} (kb)^2 \quad (25)$$

偶极子天线输入阻抗的推导可以在许多地方找到，对于式(24)的电流，可近似地算出式(23)为

$$Z_{22} \approx \frac{\eta}{2\pi} \left[\frac{(kb)^2}{12} - j \frac{3 \ln(2b/a) - 7}{kb} \right] \quad (26)$$

当偶极子开路，受入射平面波激励时，这电流可近似为：

$$\mathbf{J}_{12} = \mathbf{u}_z \left[\cos k \left(|z| - \frac{b}{4} \right) - \cos k \frac{b}{4} \right] \quad (27)$$

于是式(21)的计算与式(25)和(26)的计算相似，结果是

$$A \approx \frac{-j(kb)^3}{96[\ln(b/a) - 2]} \quad (28)$$

$kb < 1$ 时，上面的计算有很好准确度，对于较长的偶极子，可以应用 Hu 教授的结果^[8]。

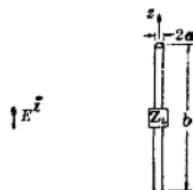


图 3 在平面波场中的偶极子，
负载在偶极子的正中央

三种有意义的特殊情况是：1) 无载偶极子， $Z_L = 0$ ；2) 满足式(12)的谐振偶极子；和 3) 开路偶极子，即 $Z_L = \infty$ 。对于短的无载偶极子， A 比式(18)的第二项小，式(26)的第一项比第二项小，因此，得

$$\frac{\sigma}{\lambda^2} \approx \frac{(kb)^4}{64\pi[3 \ln(2b/a) - 7]^2} \quad (29)$$

在谐振时， Z_L 应该是按照式(12)调节的电感器；因而

$$Z_L = j a L = j \frac{3 \ln(2b/a) - 7}{kb} \quad (30)$$

现在， Z_L 正好抵消式(26)的第二项，对短谐振偶极子，有

$$\frac{\sigma}{\lambda^2} \approx \frac{9}{4\pi} = 0.716 \quad (31)$$

因此，无损失的小谐振偶极子的反射面积与尺寸无关，这和小的接收偶极子的情况相似，小接收偶极子的有效孔径也是和尺寸大小无关的^[10]。对于实际的偶极子，导体电阻率的损失将使小偶极子的反射面积大大缩小。这将在第 VII 节中讨论。当 $Z_L = \infty$ (开路情况)，仅式(18)的第一项仍保留，因此，

$$\frac{\sigma}{\lambda^2} \approx \frac{(kb)^6}{9216\pi[\ln(b/a) - 2]^2} \quad (32)$$

这是短偶极子在给定方向的最小可能反射面积。方向任意时，所有以上的反射面积都应乘以 $\sin^2 \theta$ ，其中 θ 是偶极子轴和入射波 E 矢量之间的角度。

图 4 说明有一定尺寸的偶极子的反射面积随频率而改变的情况。图中所示为 $b/a = 150$ 的情况。曲线(a)是无载偶极子，曲线(b)是连续调到谐振的偶极子 (Z_L 随 λ 变动而变动)，曲线(c)是当 $b = \lambda/10$ 以固定电感 L 调到谐振的偶极子，曲线(d)是开路的偶极子。当 $kb < 1$ 时，数值是从上述小偶极子公式取得，当 $kb > 1$ 时，数值是 Hu 教授的计算取得的。

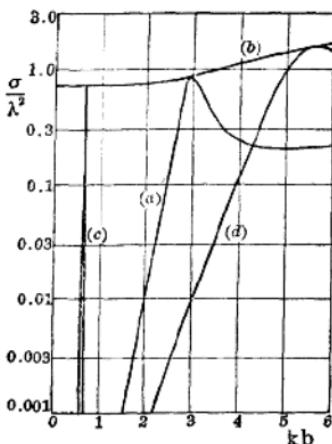


图4 (a) 无载偶极子, (b) 谐振偶极子, (c) 倍回定L谐振的偶极子和(d) 开路偶极子的反射面积。 $b/a=150$

注意短偶极子输入阻抗公式(26)的形式与串联R-C电路阻抗的形式相同, 当以电感调谐时, 短偶极子就与R-L-C电路相似。因而短偶极子散射体的谐振曲线大约与串联R-L-C谐振曲线相同。品质因数

$$Q = \frac{|\operatorname{Im} Z_{22}|}{\operatorname{Re} Z_{22}} \quad (33)$$

与反射面积谐振曲线宽度的关系大致与R-L-C电路的Q和其功率谐振曲线的宽度的关系相似。对短偶极子散射体的品质因数可以近似地表示为:

$$Q \approx 12 \frac{3 \ln(2b/a) - 7}{(kb)^3} \quad (34)$$

上式表明偶极子的长短和Q值的关系。图4曲线(c)的无损失 $\lambda/10$ 偶极子的Q是485。导体损失当然会减小极短偶极子的Q。如果短的无损失偶极子通过固定电感调到谐振频率 ω_r , 那么, 在谐振附近的频率有:

$$\frac{\sigma}{\lambda^2} = \frac{9}{4\pi} \left[1 + Q^2 \left(\frac{\omega_r}{\omega} \right)^4 \left(\frac{\omega_r}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 \right]^{-1} \quad (35)$$

这结果是从式(18)同时应用式(25), (26), (30)和忽略A而获得的。

V. 有载小环

Kouyoumjian⁽¹⁸⁾教授已经分析了无载导线环在平面波场中的情形, 文献中尚未有任意尺寸的有载环的一般分析。本节对有载小环在平面波场中的

情况进行分析。

图5是负载阻抗为 Z_L 的小导线圆环, 当这个环受跨其终端的 I_2 源所激励时, 电流是近于均匀的, 即

$$I_2 = I_2 u_\phi \quad (36)$$

其中 u_ϕ 是单位 ϕ 向量, 从式(22), 可算出:

$$B = \frac{\eta}{4\pi} \left[\frac{k}{I_2} \int_0^{2\pi} e^{j(kd/2)} \sin \phi u_z \cdot u_\phi I_2 \frac{d}{2} d\phi \right]^2 \\ \approx -\frac{\pi\alpha}{64} (kd)^4 \quad (37)$$

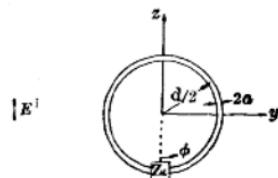


图5 在平面波场中的有载环

电流恒定的小环, 其输入电阻是众所周知的:

$$\operatorname{Re}(Z_{22}) = \frac{\eta\pi}{96} (kd)^4 \quad (38)$$

小环的输入电抗就简单的是 ωL , 其中L是低频电感; 因而

$$\operatorname{Im}(Z_{22}) = \eta k \frac{d}{2} \left[\ln \left(\frac{4d}{a} \right) - 2 \right] \quad (39)$$

当环是开路并受平面波激励时, 电流分布显著地与小环终端的位置有关。当它们是沿z轴如图5所示时, 电流近似为:

$$I_{12} = u_\phi \sin \phi \quad (40)$$

因此能按照式(21)算出A:

$$A = \frac{j\pi (kd)^3}{16 [\ln(4d/a) - 2]} \quad (41)$$

(36)和(40)式的假设电流正好就是Kouyoumjian教授所用的展开式中的最初两项, 从他的小环公式中也可以提出(37)和(41)式, 当 $kd < 1$ 时, 上面的公式给出相当准确的结果。

现在考虑三种特殊情况: 1) 无载小环, 2) 谐振环, 3) 开路环。对于无载环, $Z_L = 0$, 式(38)比式(39)小, 式(26)化为

$$\frac{\sigma}{\lambda^2} \approx \frac{9\pi (kd)^6}{1024 [\ln(4d/a) - 2]^2} \quad (42)$$

这与Kouyoumjian教授的结果相同。为了谐振, Z_L 应该是按照式(12)调整的电容器; 因而

$$Z_L = \frac{1}{j\omega C} = \frac{\eta kd}{2j} \left[\ln \left(\frac{4d}{a} \right) - 2 \right] \quad (43)$$

现在 Z_L 抵消了式(39), Z_{22} 由式(38)给定, 因此式