

MCE
O2

土木工程专业研究生系列教材

混凝土 和土的本构方程

【美】陈惠发 A. F. 萨里普
余天庆 王勋文
刘西拉 韩大建

著
编译

Master of Civil Engineering

中国建筑工业出版社
CHINA ARCHITECTURE & BUILDING PRESS

土木工程专业研究生系列教材

混凝土和土的本构方程

CONSTITUTIVE EQUATIONS FOR MATERIALS
OF CONCRETE AND SOIL

[美] 陈惠发 A.F. 萨里普 著

余天庆 王勋文 编译

刘西拉 韩大建

中国建筑工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

混凝土和土的本构方程/[美]陈惠发等著,余天庆等
编译. —北京:中国建筑工业出版社,2004

(土木工程专业研究生系列教材)

ISBN 7-112-06331-0

I. 混... II. ①陈...②余... III. ①混凝土结构—
本构方程—研究生—教材②土结构—本构方程—研究生—
教材 IV. ①TU370.1②TU361.01

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 008270 号

土木工程专业研究生系列教材

混凝土和土的本构方程

**CONSTITUTIVE EQUATIONS FOR MATERIALS
OF CONCRETE AND SOIL**

[美] 陈惠发 A.F. 萨里普 著

余天庆 王勳文 编译
刘西拉 韩大建

*

中国建筑工业出版社出版 (北京西郊百万庄)

新华书店总店科技发行所发行

北京市彩桥印刷厂印刷

*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 27½ 字数: 663 千字

2004 年 6 月第一版 2004 年 6 月第一次印刷

印数: 1—2,500 册 定价: 48.00 元

ISBN 7-112-06331-0

TU·5586 (12345)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

本社网址: <http://www.china-abp.com.cn>

网上书店: <http://www.china-building.com.cn>

本书为土木工程专业研究生系列教材之一。全书共包括四大部分：混凝土的弹性和破坏准则，土的弹性和破坏准则；混凝土的塑性及应用和土的塑性及应用。其主要内容为：混凝土的线弹性和破坏准则，混凝土的非线性弹性和亚弹性模型，土的弹性应力—应变关系和破坏准则；混凝土的塑性理论，塑性断裂理论在混凝土中的应用，土的塑性理论和塑性理论在土体研究中的应用。书中内容翔实生动、深入浅出，可读性强。本书配有相应的英文版本，由中国建筑工业出版社出版。

本书可作为高等院校研究生或大学高年级教材，也可供工程技术人员参考使用。

* * *

责任编辑：郭 栋

责任设计：崔兰萍

责任校对：刘玉英

序 言

中国建筑工程出版社组织编写的《土木工程专业研究生系列教材》即将陆续出版，这套教材主要针对土木工程专业的硕士研究生，也可供同专业高年级本科生、博士生及有关领域科研人员、工程技术人员参考。首批推出 12 本：

- (1) 弹性与塑性力学
- (2) 混凝土和土的本构方程
- (3) 高等结构动力学
- (4) 高等基础工程学
- (5) 高等土力学
- (6) 岩土工程数值分析
- (7) 高等钢结构理论
- (8) 高等混凝土结构理论
- (9) 薄壁杆件结构力学
- (10) 现代预应力结构理论
- (11) 结构实验与检测技术
- (12) 建筑结构抗震理论与方法

这套教材集中我国土木工程专业的英才担纲，汇集各个名牌院校的整体优势，形成合力，共同打造出一套代表我国土木工程专业教学和科研水准的优秀教材。高品质，高水准，高质量是我们的主旨。反映土木工程专业国内外最新科技发展动态，代表国内研究生教学的客观水平，融指导性与实用性于一体；本着立足参编的 10 所院校，兼顾其他院校的受众原则，强强联手，各校优势互补，有分工，有合作；面向全国土木工程专业研究生；以二级学科划分，以各校研究生教学基础理论课程和专业课程为依据，首批率先推出平台课业的 12 本教材。为此我们专门成立了教材编委会，其成员不仅在学术界享有盛誉，而且在专业领域里有所建树。采取主编人统领下的联合编写制度，促进交流，促进合作；减少片面性和局限性。参加编写的主要院校有（以下院校排列以汉语拼音为序）：

重庆建筑大学
大连理工大学
东南大学
哈尔滨工业大学
华南理工大学
清华大学
上海交通大学
天津大学
同济大学

浙江大学

希望从事一线教学及科研工作的教师、学生、设计人员和科技同仁对我们的工作提出
意见和批评，以改进完善教材的出版。

《土木工程专业研究生系列教材》编委会

前 言

本书主要针对大学生、研究生、土木工程师；特别为结构、材料和岩土工程师在掌握了弹性和塑性理论的基本知识的基础上，通过阅读本书可以学习到金属、混凝土和土的本构模型发展中的最新成果、数值计算和计算机模拟以及在结构和岩土工程应用中一些典型问题的有限元求解方法。

这本书可用作土木工程学院结构、材料和岩土工程领域的大学生、研究生课程教材，也可作为自学的参考书土木工程师的工具书和研究工作者的参考书。虽然该书列出了许多现在已有的详细资料，但当新的理论发展和试验数据成为可能时，将来还可进一步进行修改和完善。

这本书可用作土木工程的结构、材料和岩土工程领域的大学生、研究生课程教材，也可作为自学者、土木工程师的工具书和研究工作者的参考书。

本书是为了适应大学进行“双语教学”的需要而编写的。《Constitutive Equations for Materials of Concrete and Soil》是本书的英文版。这两本书是另一套“双语教材”《弹性与塑性力学》和《Elasticity and Plasticity》的姐妹篇。

1996年，我在普渡大学（Purdue University）和美国工程院院士、著名教授W.F.Chen（陈惠发）博士相识，并成为很好的朋友。多年来，我们的合作为中国高等教育的发展、特别是促进土木工程高级技术人才培养方面起到了很好的作用。我和陈先生等编撰两套“双语教材”，目的是在提高学生的力学理论水平和专业水平的同时，进一步提高学生的英语水平，从而促进我国高等教育事业的发展。

衷心感谢陈先生的通力合作和支持，刘西拉教授、韩大建教授和刘再华教授给予了很多支持，王勋文博士校编了全书，在此表示诚挚的谢意，向为编撰和出版此书工作过的朋友以及我的研究生一并致谢。

余天法

目 录

符号表	1
-----------	---

第一篇 混凝土的弹性和破坏准则

第 1 章 混凝土的线弹性和破坏准则	6
1.1 引言	6
1.2 混凝土的力学性质	7
1.3 破坏准则	15
1.4 拉断的 Mohr-Coulomb 破坏准则	29
1.5 五参数破坏模型	33
1.6 混凝土的线弹性断裂模型	39
1.7 开裂混凝土模拟的进一步改进	52
1.8 混凝土和钢筋之间的相互作用	56
1.9 有限元应用举例	57
1.10 总结	63
1.11 参考文献	64
第 2 章 混凝土的非线性弹性和亚弹性模型	69
2.1 引言	69
2.2 非线性弹性应力 - 应变公式推导的一般方法	69
2.3 建立在非耦合割线模量 K_s 和 G_s 基础上的全应力 - 应变模型	73
2.4 用耦合割线模量 K_s 和 G_s 建立的全应力 - 应变模型	81
2.5 根据加入软化性质的非耦合割线模量 E_s 和 ν_s 建立的全应力 - 应变模型	83
2.6 根据常用 Cauchy 型公式建立的全应力 - 应变关系	88
2.7 根据改进的各向同性线弹性公式建立的增量应力 - 应变模型	91
2.8 单调加载下双轴正交各向异性增量模型	96
2.9 循环加载下的双轴正交各向异性增量模型	99
2.10 循环荷载下轴对称正交各向异性增量模型	104
2.11 一阶亚弹性模型	109
2.12 有限元的应用举例	115
2.13 总结	123
2.14 参考文献	124
第 3 章 土的弹性应力 - 应变关系和破坏准则	128
3.1 引言	128
3.2 土的力学性质	131
3.3 土的破坏准则	146
3.4 关于非线性弹性应力 - 应变公式的一般方法	160

3.5 基于割线模量 G_s 和 ν_s 的全应力 - 应变模型	163
3.6 三阶超弹性模型	165
3.7 基于对各向同性线弹性公式改进的增量形式的应力 - 应变模型	177
3.8 基于耦合的切线模量 K_t 和 G_t 的增量应力 - 应变模型	185
3.9 一阶亚弹性模型	187
3.10 变模量模型	193
3.11 有限元应用举例	194
3.12 总结	204
3.13 参考文献	205

第二篇 混凝土的塑性及应用

第 4 章 混凝土的塑性理论	212
4.1 前言	212
4.2 混凝土的力学性质	213
4.3 破坏准则	217
4.4 强化特性及其模型	223
4.5 非均匀强化塑性模型	226
4.6 多重强化塑性模型	233
4.7 应变软化特性和建模	241
4.8 应变空间的塑性公式	244
4.9 塑性断裂公式	248
4.10 软化模拟的说明	252
4.11 拉伸应变软化模拟	253
4.12 损伤理论	258
4.13 标量形式的损伤模型	262
4.14 单向弹性损伤模型	264
4.15 微观力学的研究	267
4.16 参考文献	273
第 5 章 塑性断裂理论在混凝土中的应用	279
5.1 引言	279
5.2 有限元分析的开裂模型	279
5.3 微观力学研究的分析模型	290
5.4 微裂缝扩展研究	296
5.5 组合塑性模型公式	301
5.6 组合塑性模型的实现	311
5.7 组合塑性模型在结构中的应用	317
5.8 参考文献	326

第三篇 土的塑性及应用

第 6 章 土的塑性理论	332
6.1 引言	332
6.2 土的特性	332

6.3	土的破坏准则	345
6.4	帽盖模型	356
6.5	迭套模型	368
6.6	界面模型	372
6.7	各向异性、周期性能及其他课题	377
6.8	总结	379
6.9	参考文献	380
第 7 章	塑性理论在土体研究中的应用	385
7.1	引言	385
7.2	塑性模型的推导	385
7.3	用于非线性分析的有限元程序	392
7.4	界面模型的应用	400
7.5	总结	424
7.6	参考文献	424

符 号 表

以下给出的是本书用到的主要符号。所有的符号在第一次出现时都给出了定义。具有多种意义的符号，在使用时我们将会给出明确的定义，并根据上下文通常能看出其正确的意义，以免混淆。

应力和应变

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3,$	主应力
σ_{ij}	应力张量
s_{ij}	应力偏张量
σ	正应力
τ	剪应力
$\sigma_{oct} = \frac{1}{3} I_1$	八面正应力
$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3}} J_2$	八面剪应力
$\sigma_m = \sigma_{oct}$	平均正应力（静水应力）
$\tau_m = \sqrt{\frac{2}{5}} J_2$	平均剪应力
s_1, s_2, s_3	主应力偏量
$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$	主应变
ϵ_{ij}	应变张量
e_{ij}	应变偏张量
ϵ	正应变
γ	工程剪应变
$\epsilon_v = I'_1$	体积应变
$\epsilon_{oct} = \frac{1}{3} I'_1$	八面正应变
$\gamma_{oct} = 2\sqrt{\frac{2}{3}} J'_2$	八面工程剪应变
e_1, e_2, e_3	主应变偏量

不变量

$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$	应力张量的第一不变量
$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}$	

$$= \frac{1}{6} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2$$

应力偏张量的第二不变量

$$J_3 = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{ki}$$

应力偏张量的第三不变量

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}}$$

式中的 θ 是图 1.13 中类似定义的角度

$$I'_1 = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = \epsilon_v$$

应变张量的第一不变量

$$\rho = \sqrt{2J_2}$$

图 1.12 中定义的偏长度

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} I_1$$

图 1.12 中定义的静水长度

$$J'_2 = \frac{1}{2} e_{ij} e_{ij}$$

$$= \frac{1}{6} [(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + (\epsilon_y - \epsilon_z)^2 + (\epsilon_z - \epsilon_x)^2] + \epsilon_{xy}^2 + \epsilon_{yz}^2 + \epsilon_{zx}^2$$

应变偏张量的第二不变量

材料参数

$$f'_c$$

单轴压缩圆柱体的强度 ($f'_c > 0$)

$$f'_t$$

单轴拉伸强度

$$f'_{bc}$$

等双轴压缩强度 ($f'_{bc} > 0$)

$$E$$

弹性模量 (杨氏模量)

$$\nu$$

泊松比

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

体积模量

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

剪变模量

$$c, \varphi$$

Mohr-Coulomb 准则中的内聚力和摩擦角

$$\alpha, k$$

Drucker-Prager 准则中的系数

$$k$$

纯剪切中的屈服 (破坏) 应力

其他

$$\{ \}$$

矢量

$$[\]$$

矩阵

$$C_{ijkl}$$

材料刚度张量

$$D_{ijkl}$$

材料柔度张量

$$f(\)$$

破坏准则或屈服函数

$$x, y, z \text{ 或 } x_1, x_2, x_3$$

笛卡尔坐标

$$\delta_{ij}$$

克朗内克 (Kronecker) 符号

$$W(\epsilon_{ij})$$

应变能量密度

$$\Omega(\sigma_{ij})$$

余能密度

$$l_{ij} = \cos (x'_i, x_j)$$

ϵ_{ijk}

x'_i 和 x_j 轴之间夹角的余弦^①

置换张量^①

① 余天庆等编译. 弹性与塑性力学. 北京: 中国建筑工业出版社, 2003

第一篇

混凝土的弹性和破坏准则

第 1 章 混凝土的线弹性和破坏准则

1.1 引言

近年来,钢筋混凝土结构的非线性分析变得日益重要。结构实验是使结构逐步破坏直至整体坍塌,只有对实验的全部结果进行了分析,才可能估计结构的安全状况并得知其变形特征。对于诸如混凝土容器、核反应堆结构以及海上平台部件的结构,此类分析尤其需要。因为这些结构系统的实验研究是非常昂贵的,且单靠经验方法不足以对极限状态做出恰当的安全评估。

就基于有限元法的计算机程序发展现状而言,对钢筋混凝土材料的不恰当模拟常常是限制结构分析潜能的主要因素之一。这是因为钢筋混凝土具有非常复杂的性质,包括诸如非弹性、开裂、时间效应以及混凝土与钢筋之间的相互作用效应。在加载各阶段,未开裂和已开裂混凝土材料模型的发展在钢筋混凝土结构非线性分析中是一个特别具有挑战性的领域。

钢筋混凝土的非线性反应主要由四种材料的效应引起:(1)混凝土开裂;(2)钢筋和受压混凝土的塑性;(3)钢筋与混凝土之间的粘结滑移、骨料的联锁、钢筋的榫合作用等;(4)与时间有关的特性,如徐变、收缩、温度和荷载历史等,本章仅考虑混凝土开裂和混凝土与钢筋之间的相互作用效应。下一章将讨论受压混凝土的非线性响应。本书不考虑与时间有关的特性。

尽管存在明显的缺点,但在钢筋混凝土分析中,作为混凝土材料最常用的物质定律还是线弹性理论以及由此理论定义的混凝土“破坏”准则,这是本章的主题。使用非线性理论可对线弹性模型作重要改进。非线性弹性公式可能是 Cauchy 型或是超弹性型,这对于经受比例加载的混凝土是十分精确的。然而,这些公式不能鉴别非弹性变形,当材料经历卸载时这种缺点就变得明显起来。这一点在某种程度上可通过引入亚弹性的微分或增量形式加以改进。所有这方面的应力-应变公式将于下一章讨论。本书将介绍基于塑性流动理论更先进的钢筋混凝土材料的数学模型。

本章分为五个主要部分:(1)混凝土的典型特性(1.2节);(2)破坏准则(1.3至1.5节);(3)线弹性断裂模型(1.6和1.7节);(4)混凝土与钢筋之间的相互作用(1.8节);(5)有限元应用举例(1.9节)。

为了使本章与下一章成为相对独立且有较为完整的内容,为适合那些只对钢筋混凝土结构非线性分析感兴趣者,一些重要的概念,包括应力和应变不变量(1.3节)、线弹性(1.6.3节)和非线性弹性(2.2节)会在各分节中简要叙述。这些资料内容都可在前面各章中找到,但是我们还是把它们用一种方式集中在这里,即直接插入到有关段落中叙述。

1.2 混凝土的力学性质

1.2.1 概述

尽管混凝土作为结构材料已广泛使用,关于混凝土在各种应力组合下确切的物理特性和性质,我们的认识还是相当贫乏的。对于认识到混凝土的多相结构的人来说,这并不奇怪。在加载期间混凝土不仅经受弹性变形,而且经受由微结构变化引起的非弹性和与时间有关的变形,这些非弹性变形主要是由于微裂纹和内部摩擦滑移而形成的。因此,为了对试件的实验所观察的现象做出物理解释,需要有混凝土微结构知识作为基础理论,这一知识对宏观尺寸下的混凝土本构模型也是重要的。有关混凝土的微结构和特性已由 Newman (1996)、Brooks 和 Newman (1968) 发表的论文作了评述。此外,论述混凝土性质的几本教科书早已出版了(例如 Neville, 1970, 1977)。Aoyama 和 Noguchi (1979) 发表的论文对目前流行的理论作了最新评述。Shah (1979) 发表的论文对高强混凝土作了广泛的评述,这里仅概括其要点。

混凝土是一种主要由嵌埋于水泥浆中不同粒径的骨料颗粒组成的复合材料。依据我们对混凝土微结构的认识,着重强调三种基本特性:(1) 较粗骨料和砂浆间界面上存在大量界面微裂纹;(2) 水泥浆具有高孔隙率(约 30%),且这些孔隙充满了水和(或)空气;(3) 分子尺寸以上级别的各种尺寸内混凝土都存在有气孔和(或)水泡。这些特性中的每一个都严重地影响混凝土的力学性质,例如在单轴压应力状态下,加载期间微裂纹的扩展促成混凝土在低应力水平下的非线性性质以及引起接近破坏时体积增大(膨胀);在高的静水压力下,气孔和水泥浆孔隙的存在对混凝土强度和力学性质的影响就变得愈加明显。

混凝土中多数微裂纹是由砂浆的离析、收缩或热膨胀引起的,因此在加载前就已存在。某些微裂纹可能是由于加载期间骨料和砂浆间刚度不同所致,所以,骨料-砂浆界面就成为这种复合系统中最薄弱的环节,这就是混凝土材料抗拉强度低的根本原因。

本节旨在概括素混凝土在单轴、双轴、三轴应力状态下实验现象的一些主要方面,这是在推广和拓展后续几节和下一章涉及的混凝土各种本构模型中必不可少的内容。特别是为下述两个主要目的提供试验数据:(1) 引导了解材料的特有性质以便建立数学模型;(2) 为确定在本章后面和下一章涉及的数学模型中出现的各种材料常数提供数据。

以下的论述主要局限于短期准静态加载情况下普通(正常重量)混凝土的力学性质。绝大多数关于混凝土的实验研究都与这些情况有关,尽管动力加载条件在混凝土中对应力和应变的反应方面具有重要影响,但在目前的文献中却很少能找到关于混凝土动力特性的资料。最近, Nisson (1979) 对混凝土结构的冲击加载进行了研究。

1.2.2 单轴受力性质

一、单轴压缩试验

在单轴压缩试验中,压应力与轴向应变、横向应变及体应变的典型关系曲线如图 1.1 所示。图 1.2 的曲线表示抗压强度 f'_c 各异的混凝土的不同单轴应力-应变曲线。主要的观察结果和这些曲线的特性可概括如下:

1. 轴向应力-应变曲线(图 1.1a),压应力大约在最大抗压强度 f'_c 的 30% 以下时具有接近线弹性的性质。应力在 $0.3f'_c$ 以上,混凝土开始软化,曲线显示出弯曲程度逐渐增