

JINGJI SHUXUE
JICHIU
XITI JIEDA

经济数学基础

习题解答

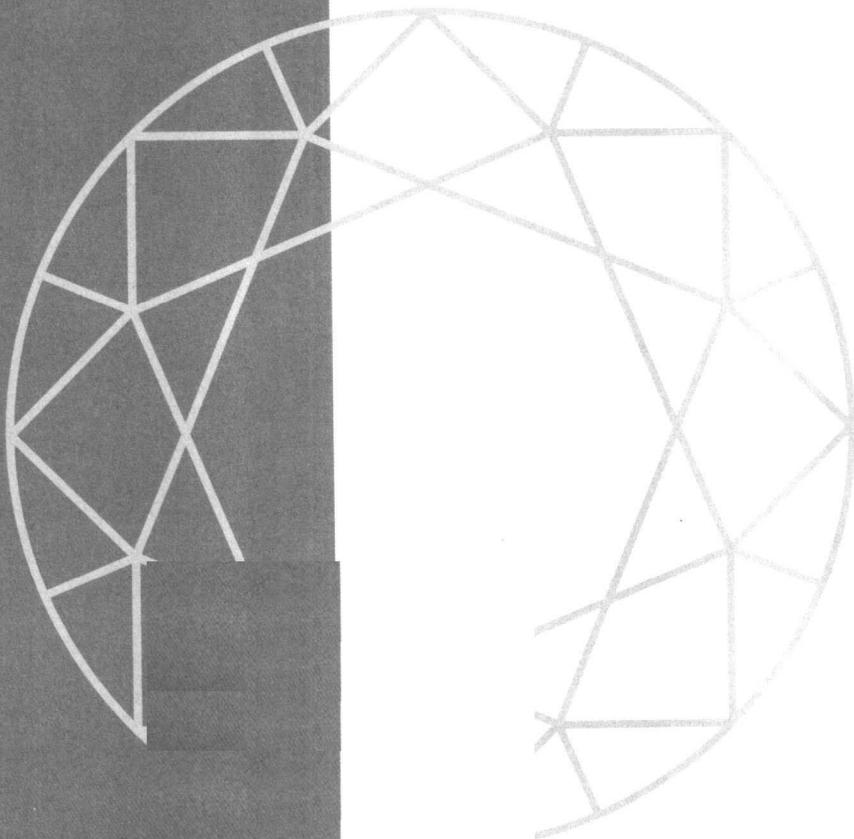
黄剑洪 编著



JINGJI SHUXUE
JICHIU
XITI JIEDA

经济数学基础 习题解答

黄剑洪 编著



暨南大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

经济数学基础习题解答/黄剑洪编著. —广州: 暨南大学出版社, 2004.5
ISBN 7-81079-346-2

I . 经… II . 黄… III . 经济数学—电视大学—解题 IV . F224.0-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 010950 号

出版发行: 暨南大学出版社

地 址: 中国广州暨南大学

电 话: 编辑部 (8620) 85226530 85226593 85221601
营销部 (8620) 85225284 85228291 85220602 (邮购)
传 真: (8620) 85221583 (办公室) 85223774 (营销部)
邮 编: 510630
网 址: <http://www.jnupress.com> <http://press.jnu.edu.cn>

排 版: 暨南大学出版社照排中心

印 刷: 南海市彩印制本厂

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 17.25

字 数: 442 千

版 次: 2004 年 5 月第 1 版

印 次: 2004 年 5 月第 1 次

印 数: 1—6000 册

定 价: 26.00 元

(暨大版图书如有印装质量问题, 请与出版社营销部联系调换)

编著者的话

历经 17 年的电大经济数学的教学，深感教与学的矛盾和困难：面授时间太短与自学时间太少，高等数学课程难度大与学生知识基础低。这两对矛盾的尖锐冲突，必然导致及格率的低下。作为教师，总希望学生能学好，学懂，更重要的是考试及格！因为这是大部分电大学生继续学习的动力之一，也是学校留住生源的条件之一。但由于上述的两对矛盾，往往产生这么一个现象：教师在课堂上讲得口干舌燥，写得筋疲力尽，却难以面面俱到；而学生却仅做一件效果并不好的工作——拼命抄笔记，抄得头昏脑涨，昏天黑地！殊不知，仅仅抄到老师的板书而已，不及老师所讲的 1/3。解题前的分析，解题中的根据，步骤里的技巧，都只是口述而无板书，当然没有记录下来。而一心难以二用，只顾作鸡啄米似的记录动作，老师的分析讲解却基本听不到，或没听明白，回家后，不少学生甚至仍然看不懂笔记，解不了习题，正所谓“一头雾水”。有的同学感叹，如果有人专门做笔记，上课时则专心听老师分析讲解，那该多好啊！

本书的编写目的之一，就是力图解决上述两大矛盾。有了这本习题详解，就可以免去笔记之劳而专心听老师分析讲解了。

本书力图将中央广播电视台大学的《经济数学基础》全书中的练习和习题作出详尽的解答，部分难度较大的还给出解题分析，着重分析解题的思路以及探索可能有的解题途径，让学生可以从中总结归纳出具有普遍意义的原则和规律，以求能为电大学生们提供更多无言的帮助。本书还对过去两年的考试题给出详尽的分析和解答，以使同学们能了解到考试题型、答题方法和解题技巧，尽量帮助大家掌握学习和考试的方法，以便通过高等数学的学习难关。本书还可以作为电大经济数学老师的教学参考书。

本书首次出版，难免有不妥之处，欢迎热心读者不吝指出我的错漏，提出好的建议。我的电子邮箱为：lxjhjh@sohu.com。

黄剑洪

2004 年 2 月 28 日

目 录

第0章 预备知识	(1)
0. 1 实数	(1)
0. 2 方程	(2)
0. 3 不等式	(6)
0. 4 集合与区间	(9)
0. 5 排列与组合	(11)
习题 0	(13)
第一编 一元函数微分学	(21)
第1章 函数	(22)
1. 1 函数概念	(22)
1. 2 几类基本初等函数	(24)
1. 3 函数的运算	(26)
1. 4 利息与贴现	(26)
1. 5 经济分析中常见的函数	(27)
习题 1	(28)
第2章 一元函数微分学	(34)
2. 1 极限概念	(34)
2. 2 极限的运算	(36)
2. 3 函数的连续性	(39)
2. 4 导数与微分的概念	(41)
2. 5 导数的计算	(44)
2. 6 高阶导数	(48)
习题 2	(49)
第3章 导数应用	(55)
3. 1 函数的单调性	(55)
3. 2 函数极值	(58)
3. 3 导数在经济分析中的应用	(60)
3. 4 二元函数偏导数	(63)
习题 3	(66)

第二编 一元函数积分学	(73)
第4章 一元函数积分学	(74)
4. 1 不定积分	(74)
4. 2 积分基本公式	(75)
4. 3 基本积分方法	(76)
4. 4 定积分	(83)
4. 5 广义积分	(86)
4. 6 再谈定积分的概念	(87)
习题 4	(88)
第5章 积分应用	(104)
5. 1 积分的几何应用	(104)
5. 2 积分在经济分析中的应用	(108)
5. 3 微分方程	(111)
习题 5	(113)
第三编 概率论	(123)
第6章 数据处理	(124)
6. 1 总体和样本	(124)
6. 2 重要的特征数 (1) ——平均数	(124)
6. 3 重要的特征数 (2) ——方差和标准差	(128)
6. 4 频数分布表和频数直方图	(131)
6. 5 频率直方图	(132)
习题 6	(133)
第7章 随机事件与概率	(139)
7. 1 随机事件与概率	(139)
7. 2 事件的关系与运算	(140)
7. 3 古典概率与概率的性质	(140)
7. 4 概率加法公式	(141)
7. 5 条件概率与概率乘法公式	(143)
7. 6 事件的独立性	(144)
习题 7	(145)
第8章 随机变量与数字特征	(150)
8. 1 随机变量概念	(150)
8. 2 离散型随机变量	(150)
8. 3 连续型随机变量	(152)
8. 4 数学期望	(153)
8. 5 方差	(154)
8. 6 正态分布	(156)
习题 8	(157)

第四编 矩阵代数	(163)
第9章 矩阵	(164)
9. 1 矩阵的概念	(164)
9. 2 矩阵的运算	(165)
9. 3 几类特殊矩阵	(168)
9. 4 分块矩阵	(169)
9. 5 矩阵的初等行变换与矩阵的秩	(171)
9. 6 逆矩阵	(173)
9. 7 逆矩阵的求法	(176)
习题 9	(181)
第10章 线性方程组	(189)
10. 1 n 元线性方程组	(189)
10. 2 消元法	(192)
10. 3 线性方程组解的情况判定	(199)
10. 4 矩阵代数应用实例	(207)
习题 10	(212)
附录	(217)

第0章 预备知识

0.1 实数

1. 已知 0.6 , $\frac{\pi}{4}$, $0.131\ 3\dots$, $0.130\ 130\ 013\ 000\dots$, $-0.130\ 130\ 013$, 0 , $\sqrt{16}$, $-\sqrt{0.064}$, $-\sqrt{27}$, 3 , $(3+\sqrt{2})^0$, $| -5 |$

将上面各数填入相应的括号中:

- (1) 有理数: $\{0.6, 0.131\ 3\dots, -0.130\ 130\ 013, 0, \sqrt{16}, -\sqrt{0.064}, 3, (3+\sqrt{2})^0, | -5 | \}$;

- (2) 无理数: $\left\{ \frac{\pi}{4}, 0.130\ 130\ 013\ 000\dots, -\sqrt{27} \right\}$;

- (3) 正数: $\{0.6, \frac{\pi}{4}, 0.131\ 3\dots, 0.130\ 130\ 013\ 000\dots, \sqrt{16}, 3, (3+\sqrt{2})^0, | -5 | \}$;

- (4) 负数: $\{-0.130\ 130\ 013, -\sqrt{0.064}, -\sqrt{27}\}$;

- (5) 自然数: $\{\sqrt{16}, 3, (3+\sqrt{2})^0, | -5 | \}$ 。

2. 假设银行一年期美元定期存款的年利率为 $5.184\ 3\%$, 如果存入 200 美元, 那么一年后能获得多少利息? 本利和为多少?

解: 设一年后的利息为 R , 本利和为 S 。

$$\text{则 } R = 200 \times 5.184\ 3\% \times 1 = 10.368\ 6 \approx 10.37 \text{ (美元)}$$

$$S = 200 + 10.37 = 210.37 \text{ (美元)}$$

3. 计算下列算式数值:

$$(1) 3.57 - 6.28 + \frac{9}{2} - 12.72 + 10.43 - \frac{1}{2}$$

$$\text{解: 原式} = (3.57 + 10.43) + \left(\frac{9}{2} - \frac{1}{2} \right) - (6.28 + 12.72) = 14 + 4 - 19 = -1$$

$$(2) -\frac{3}{4} \div \frac{5}{12} \times \frac{12}{5} \div \left(-\frac{24}{25} \right)$$

$$\text{解: 原式} = \frac{3}{4} \times \frac{12}{5} \times \frac{12}{5} \times \frac{25}{24} = \frac{9}{2}$$

$$(3) -2^3 \times 0.25 - \left[4 \div \left(-\frac{2}{3} \right)^2 \times 9 + 5 \times (-3)^3 \right]$$

$$\text{解: 原式} = -8 \times 0.25 - \left[4 \times \frac{9}{4} \times 9 - 5 \times 27 \right] = -2 - [81 - 135] = 52$$

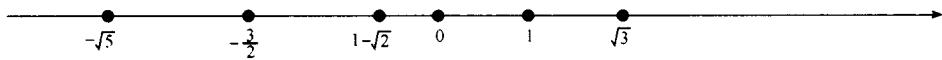
$$(4) (-2)^4 \times 25^2$$

$$\text{解: 原式} = (4 \times 25)^2 = 100^2 = 10\ 000$$

4. 在数轴上表示下列各点:

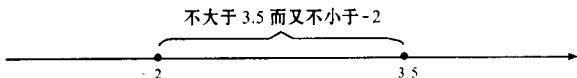
$$1, 0, -\frac{3}{2}, -\sqrt{5}, \sqrt{3}, 1-\sqrt{2}$$

解：表示如下



5. 在数轴上表示所有不大于 3.5 而又不小于 -2 的数的范围。

解：表示如下



6. 比较数 $2\frac{1}{5}$, $(-1.5)^2$, $| -2.24 |$, 221% 的大小，并按大小顺序用“>”号连接起来。

解：比较结果为 $(-1.5)^2 > |-2.24| > 221\% > 2\frac{1}{5}$

0.2 方程

1. 解下列方程：

$$(1) 2x + 7 = 3x - 1$$

解：移项得 $-x = -8$

整理得解 $x = 8$

$$(2) y - 2 = 2y + 6$$

解：移项得 $-y = 8$

整理得解 $y = -8$

$$(3) 8(9 + 2x) = 5(2 - 3x)$$

解：去括号 $72 + 16x = 10 - 15x$

移项得 $31x = -62$

整理得解 $x = -2$

$$(4) 5(y + 9) = 3(9 + y)$$

解：去括号 $5y + 45 = 27 + 3y$

移项得 $2y = -18$

整理得解 $y = -9$

$$(5) 2\frac{1}{4} - \frac{2}{9}x^2 = 2\frac{1}{8}$$

解：去分母 $9 \times 18 - 16x^2 = 17 \times 9$

移项得 $-16x^2 = 9 (17 - 18)$

整理得解 $x^2 = \frac{9}{16}$

得解 $x = \pm \frac{3}{4}$

$$(6) (2x - 5)^2 = 9$$

解：开方得 $2x - 5 = \pm 3$

整理得 $x = \frac{5 \pm 3}{2}$

得解 $x = 4$ 或 $x = 1$

(7) $x^2 + 8x = 33$

解: 移项并分解得 $(x+11)(x-3) = 0$

得解 $x = -11$ 或 $x = 3$

(8) $4x^2 - 3x - 1 = 0$

解: 分解得 $(4x+1)(x-1) = 0$

得解 $x = -\frac{1}{4}$ 或 $x = 1$

2. 不解方程, 判别根的情况:

(1) $16x^2 - 56x + 49 = 0$

解: $\Delta = (-56)^2 - 4 \times 16 \times 49 = 0$

得知方程有两等根。

(2) $32x^2 + 4x + 35 = 0$

解: $\Delta = (4)^2 - 4 \times 32 \times 35 = 16 - 4480 < 0$

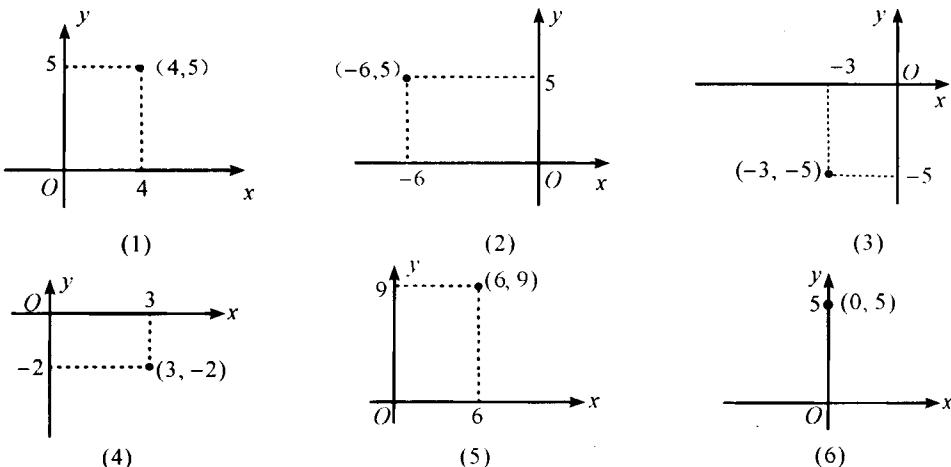
得知方程无实根。

3. 在平面坐标系中标出下列各点:

(1) $(4, 5)$; (2) $(-6, 5)$; (3) $(-3, -5)$;

(4) $(3, -2)$; (5) $(6, 9)$; (6) $(0, 5)$ 。

解: 图示如下



4. 求出下列每一组中两点间的距离:

(1) $P_1(3, -4)$, $P_2(3, 1)$

解: $|P_1 P_2| = \sqrt{(3-3)^2 + (-4-1)^2} = 5$

(2) $P_1(-6, 2)$, $P_2(-4, -2)$

解: $|P_1 P_2| = \sqrt{(-6+4)^2 + (2+2)^2} = 2\sqrt{5}$

(3) $P_1\left(\frac{1}{2}, 0\right)$, $P_2(2, 1)$

解: $|P_1P_2| = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - 2\right)^2 + (0 - 1)^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}$

(4) $P_1(-4.4, 1.5)$, $P_2(0.6, -0.5)$

解: $|P_1P_2| = \sqrt{(-4.4 - 0.6)^2 + (1.5 + 0.5)^2} = \sqrt{29}$

5. 在平面直角坐标系中画出联结下列各对点的直线，并求出它们的斜率 k 。

(1) $P_1(2, 3)$, $P_2(0, 1)$

解: 联结两点的直线斜率为

$$\begin{aligned} k &= \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} \\ &= \frac{0 - 2}{1 - 3} = 1 \end{aligned}$$

(2) $P_1(1, 1)$, $P_2(5, -6)$

解: 联结两点的直线斜率为

$$\begin{aligned} k &= \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} \\ &= \frac{5 - 1}{-6 - 1} = -\frac{4}{7} \end{aligned}$$

(3) $P_1(4, -3)$, $P_2(0, 0)$

解: 联结两点的直线斜率为

$$\begin{aligned} k &= \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} \\ &= \frac{0 - 4}{0 - (-3)} = -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

(4) $P_1(-3, -2)$, $P_2(6, -2)$

解: 联结两点的直线斜率为

$$\begin{aligned} k &= \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} \\ &= \frac{6 - (-3)}{-2 - (-2)} = \text{不存在} \end{aligned}$$

6. 求出具有下列性质的直线的方程:

(1) 通过 $(0, 3)$ 和 $(1, 1)$ 点;

解: 联结两点的直线斜率为 $k = \frac{0 - 1}{3 - 1} = -\frac{1}{3}$

由直线方程的点斜式得 $y - 0 = -\frac{1}{3}(x - 3)$

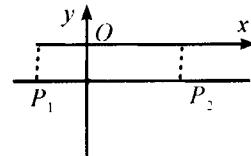
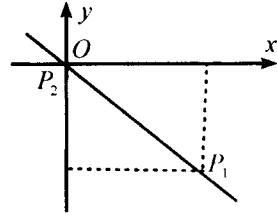
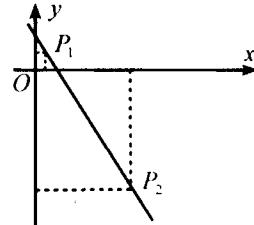
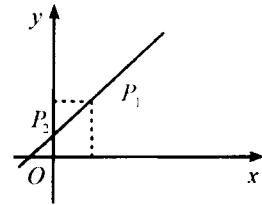
整理得 $x + 3y - 3 = 0$

(2) 斜率 $k = \frac{1}{2}$, 且通过 $(0, 0)$ 点;

解: 由直线方程的点斜式得 $y - 0 = \frac{1}{2}(x - 0)$

即 $x - 2y = 0$

(3) 斜率 $k = 0$, 且通过 $(0, -2)$ 点;



解：由直线方程的点斜式得 $y - (-2) = 0(x - 0)$

$$\text{即 } y + 2 = 0$$

(4) 斜率 $k = 3$, 且在 x 轴上的截距为 $\frac{1}{2}$ 。

解： x 轴上的截距为 $\frac{1}{2}$, 即直线过点 $(\frac{1}{2}, 0)$

即由直线方程的点斜式得 $y - 0 = 3(x - \frac{1}{2})$

$$\text{即 } 6x - 2y - 3 = 0$$

7. 某处出租车收费标准为起价费 4 元, 并且每行驶一公里收费 1.6 元, 写出出租车行驶 x 公里的收费 C 的表达式, 并画出其图形。

解：由已知即得

$$\begin{aligned} C &= 4 + 1.6 \times \text{INT}(x) \\ &= 4 + 1.6k \quad k \leq x < k+1, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

其图形如图所示：

8. 确定下列各对直线的位置关系, 若它们相交, 求出交点, 并画出各对直线的图形。

$$(1) l_1: 2x - 3y + 6 = 0, \quad l_2: 4x - 6x + 7 = 0;$$

$$(2) l_1: -2x + 3y + 6 = 0, \quad l_2: 4x - 6x - 12 = 0;$$

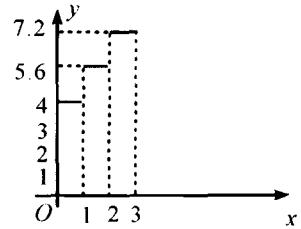
$$(3) l_1: 3x - 3y + 9 = 0, \quad l_2: x - y - 2 = 0;$$

$$(4) l_1: 2x - y + 2 = 0, \quad l_2: -3x + 2y = 0.$$

解：(1) 由于两方程的对应系数及常数有如下关系：

$$\frac{2}{4} = \frac{-3}{-6} \neq \frac{6}{7}$$

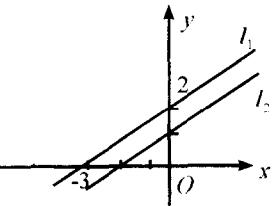
可知两直线相互平行。



(2) 由于两方程的对应系数及常数有如下关系：

$$\frac{-2}{4} = \frac{3}{-6} = \frac{6}{-12}$$

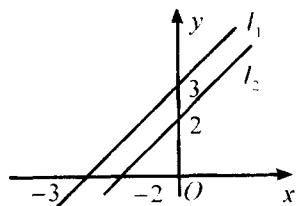
可知两直线相互重合。



(3) 由于两方程的对应系数及常数有如下关系：

$$\frac{3}{1} = \frac{-3}{-1} \neq \frac{9}{-2}$$

可知两直线相互平行。



(4) 由于两方程的对应系数有如下关系:

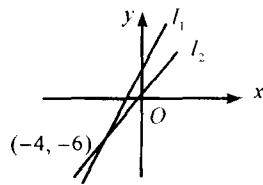
$$\frac{2}{-3} \neq \frac{-1}{2}$$

可知两直线相交

其交点由 $\begin{cases} 2x - y + 2 = 0 \\ -3x + 2y = 0 \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x = -4 \\ y = -6 \end{cases}$

知交点为 $(-4, -6)$ 。



0.3 不等式

1. 解下列不等式，并用数轴表示它们的解:

(1) $\frac{x-2}{3} > 2(x+3)$

解: 去分母得 $x-2 > 6(x+3)$

整理, 得解 $x < -1$

在数轴上表示为:

(2) $\frac{5(x-1)}{6} - 1 \geq \frac{2(x+1)}{3}$

解: 去分母得 $5(x-1) - 6 \geq 4(x+1)$

整理, 得解 $x \geq 15$

在数轴上表示为:

(3) $|x+2| \leq 2$

解: 去绝对值符号得 $-2 \leq x+2 \leq 2$

整理, 得解 $-4 \leq x \leq 0$

在数轴上表示为:

(4) $|x-2| < 3$

解: 去绝对值符号得 $-3 < x-2 < 3$

整理, 得解 $-1 < x < 5$

在数轴上表示为:

(5) $|2-3x| > \frac{1}{2}$

解: 去绝对值符号得 $2-3x < -\frac{1}{2}$ 或 $2-3x > \frac{1}{2}$

整理, 得解 $x > \frac{5}{6}$ 或 $x < \frac{1}{2}$

在数轴上表示为:

$$(6) |1 + \frac{x}{3}| \geq 1$$

解：去绝对值符号得 $1 + \frac{x}{3} \leq -1$ 或 $1 + \frac{x}{3} \geq 1$

整理，得解 $x \leq -6$ 或 $x \geq 0$

在数轴上表示为：

2. 解下列不等式组：

$$(1) \begin{cases} 2x + 4 > 0 \\ x - 3 < 0 \end{cases}$$

$$\text{解：解得 } \begin{cases} x > -2 \\ x < 3 \end{cases}$$

综合得不等式组的解为 $-2 < x < 3$ 。

$$(2) \begin{cases} 2x > 4x + 6 \\ 4x + 3 < 2x + 1 \end{cases}$$

$$\text{解：解得 } \begin{cases} x < -3 \\ x < -1 \end{cases}$$

综合得不等式组的解为 $x < -3$ 。

$$(3) \begin{cases} x + 2 > 0 \\ x - 4 < 0 \\ x - 6 < 0 \end{cases}$$

$$\text{解：解得 } \begin{cases} x > -2 \\ x < 4 \\ x < 6 \end{cases}$$

综合得不等式组的解为 $-2 < x < 4$ 。

3. 解下列不等式：

$$(1) x^2 - 5x + 6 \leq 0$$

$$\text{解：分解得 } (x - 2)(x - 3) \leq 0$$

不等式的解为 $2 \leq x \leq 3$ 。

$$(2) -3x^2 - 8x + 3 < 0$$

$$\text{解：分解得 } -3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 3) < 0$$

不等式的解为 $x < -3$ 或 $x > \frac{1}{3}$ 。

$$(3) x^2 + x + \frac{1}{4} \leq 0$$

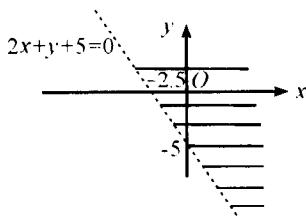
$$\text{解：配平方得 } \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \leq 0$$

可见此不等式当且仅当 $x = \frac{1}{2}$ 时成立。

4. 用图解法求下列各题：

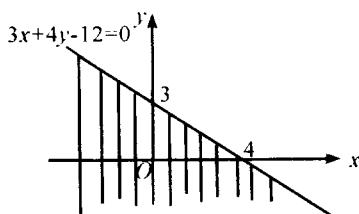
$$(1) 2x + y + 5 > 0$$

解：如图所示，直线 $2x + y + 5 > 0$ 的解集为位于直线 $2x + y + 5 = 0$ 上方的整个阴影区域。



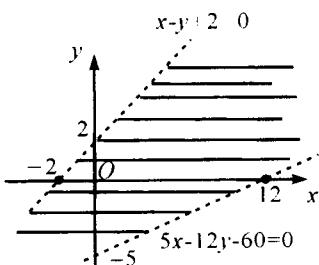
$$(2) 3x + 4y - 12 \leq 0$$

解：如图所示，直线 $3x + 4y - 12 \leq 0$ 的解集为位于直线 $3x + 4y - 12 = 0$ 上以及下方的整个阴影区域。



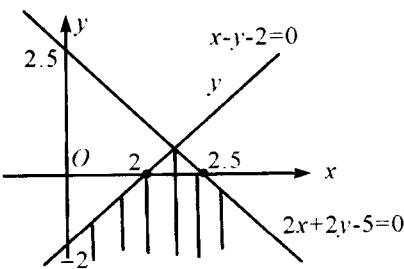
$$(3) \begin{cases} 5x - 12y - 60 > 0 \\ x - y + 2 < 0 \end{cases}$$

解：如图所示，不等式的解集为位于直线 $5x - 12y - 60 = 0$ 上方的部分以及直线 $x - y + 2 = 0$ 下方的部分，即两直线之间所夹阴影区域。



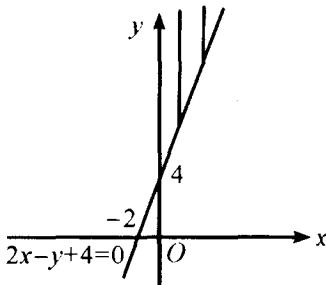
$$(4) \begin{cases} 2x + 2y - 5 \leq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$$

解：如图所示，不等式的解集位于直线 $2x + 2y - 5 = 0$ 上及下方的部分与直线 $x - y - 2 = 0$ 上及下方的部分的公共部分，即阴影区域。



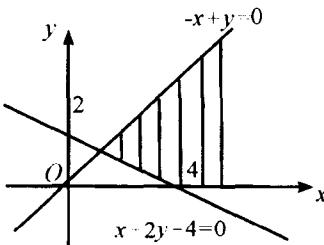
$$(5) \begin{cases} 2x - y + 4 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

解：如图所示，不等式组的解集为直线 $2x - y + 4 = 0$ 上及上方的部分落在 y 轴上及第一象限内的部分，即图中阴影区域。



$$(6) \begin{cases} x + 2y - 4 \geq 0 \\ -x + y \leq 0 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

解：如图所示，不等式组的解集为直线 $x + 2y - 4 = 0$ 上及上方的部分与直线 $-x + y = 0$ 上及下方的部分共同落在 x 轴上及第一象限内的部分，即图中阴影区域。



0.4 集合与区间

1. 按下列要求，给出一个集合

- (1) 一个有限集合； (2) 一个无限集合；
- (3) 一个空集； (4) 一个集合是另一个集合的子集。

解：(1) 一个有限集合：{一元 n 次方程的全部解}

- (2) 一个无限集合：{所有自然数}
- (3) 一个空集：{ $x | x^2 + 1 < 0, x \in R$ }
- (4) 一个集合是另一个集合的子集：

$$A = \{\text{所有自然数}\}$$

$$B = \{\text{所有整数}\}$$

则 A 是 B 的子集。

2. 下列集合中，哪个是空集 \emptyset ？

$$A = \{x | x + 1 = 1\}, B = \{x | x > 1 \text{ 且 } x < 1\}, C = \{0\}$$

解： A, C 两个集合均有元素 0，它们都不是空集 \emptyset 。

由于不存在既大于1又小于1的数，故 B 是空集 \emptyset 。

3. 设 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, $C = \{2, 4, 6\}$, 求:

(1) $A \cup B$; (2) $A \cap B$; (3) $A \cup B \cup C$; (4) $A \cap B \cap C$; (5) $A - B$ 。

解: (1) $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{1, 3, 5\} = \{1, 2, 3, 5\}$

$$(2) A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 5\} = \{1, 3\}$$

$$(3) A \cup B \cup C = \{1, 2, 3\} \cup \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\} \\ = \{1, 2, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\} \\ = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$(4) A \cap B \cap C = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 5\} \cap \{2, 4, 6\} \\ = \{1, 3\} \cap \{2, 4, 6\} = \emptyset$$

$$(5) A - B = \{1, 2, 3\} - \{1, 3, 5\} = \{2\}$$

4. 设 $A = \{x | 3 < x < 5, x \in R\}$, $B = \{x | x > 4, x \in R\}$, 求

(1) $A \cup B$; (2) $A \cap B$; (3) $A - B$ 。

解: (1) $A \cup B = \{x | 3 < x < 5 \text{ 或 } x > 4, x \in R\} = \{x | x > 3, x \in R\}$

$$(2) A \cap B = \{x | 3 < x < 5 \text{ 且 } x > 4, x \in R\} = \{x | 4 < x < 5, x \in R\}$$

$$(3) A - B = \{x | 3 < x < 5 \text{ 中排除 } x > 4 \text{ 的部分}, x \in R\} = \{x | 3 < x \leq 4, x \in R\}$$

5. 设 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, 求

(1) \overline{A} ; (2) \overline{B} ; (3) $\overline{A} \cup \overline{B}$; (4) $\overline{A} \cap \overline{B}$

解: (1) $\overline{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{1, 2, 3\} = \{4, 5, 6\}$

$$(2) \overline{B} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{2, 4, 6\} = \{1, 3, 5\}$$

$$(3) \overline{A} \cup \overline{B} = \{4, 5, 6\} \cup \{1, 3, 5\} = \{1, 3, 4, 5, 6\}$$

$$(4) \overline{A} \cap \overline{B} = \{4, 5, 6\} \cap \{1, 3, 5\} = \{5\}$$

6. 设 U , A , B 同第5题, 验证 $A - B = A \cap \overline{B}$

证明: 由第5题已知, 可得 $A - B = \{1, 2, 3\} - \{2, 4, 6\} = \{1, 3\}$

$$\text{而 } A \cap \overline{B} = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 5\} = \{1, 3\}$$

对比即知 $A - B = A \cap \overline{B}$, 验证完毕。

7. 设 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, d, e\}$, $C = \{d, e, f\}$, 验证

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

证明: $A \cap (B \cup C) = \{a, b, c, d\} \cap (\{c, d, e\} \cup \{d, e, f\})$

$$= \{a, b, c, d\} \cap \{c, d, e, f\} = \{c, d\}$$

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) = (\{a, b, c, d\} \cap \{c, d, e\}) \cup (\{a, b, c, d\} \cap \{d, e, f\}) \\ = \{c, d\} \cup \{d\} = \{c, d\}$$

对比即知 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$, 验证完毕。

8. 用区间表示下列点集, 并在数轴上表示出来

(1) $A = \{x | |x + 3| < 2\}$; (2) $B = \{x | |x| \geq 5\}$; (3) $C = \{x | 1 < |x - 2| < 3\}$ 。

解: (1) 由于 $|x + 3| < 2$ 即为 $-2 < x + 3 < 2$ 整理即 $-5 < x < -1$, 于是, 用区间表示集合 A , 即 $(-5, -1)$, 如下数轴所示:

