

注册结构工程师(房屋结构) 执业资格考试

基础考试复习题集

(2004年版)

北京市注册工程师管理委员会(结构) 编



人民交通出版社

China Communications Press

注册结构工程师(房屋结构)执业资格考试 基础考试复习题集

北京市注册工程师管理委员会(结构) 编

人民交通出版社

内 容 提 要

北京市注册工程师管理委员会(结构)自1997年起就委托组织了注册结构工程师考试的辅导工作,并在2003年将辅导教材正式出版,同时在2004年进行了全面修订。根据考生复习备考的需要,同时又组织专家编写了这本习题集。该习题集收录了习题2400余道,习题覆盖面广,切合考试特点,满足大纲要求;同时,本书还为每道习题提供了参考答案,为绝大部分习题提供了解答提示,以便为考生提供辅导和帮助。相信本书能帮助考生复习好各门课程,巩固复习效果,提高解题准确率和解题速度,以顺利通过考试。

本书还为考生准备了两套模拟试题,供考生模拟考试之用。

本书适合参加注册结构工程师(房屋结构)执业资格考试基础考试的工程师们复习备考使用。

图书在版编目(CIP)数据

一级注册结构工程师(房屋结构)执业资格考试基础
考试复习题集/北京市注册工程师管理委员会编. —北
京:人民交通出版社,2004.3

ISBN 7-114-05003-8

I. 一… II. 北… III. 建筑结构-工程师-资格
考试-习题 IV. TU3-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第020490号

Zhuce Jiegou Gongchengshi (Fangwu Jiegou) Zhiye Zige Kaoshi Jichu Kaoshi Fuxi Tiji 注册结构工程师(房屋结构)执业资格考试基础考试复习题集

北京市注册工程师管理委员会(结构) 编

责任校对:尹 静 责任印制:张 恺

人民交通出版社出版发行

(100013 北京和平里东街10号 010 64216602)

各地新华书店经销

北京牛山世兴印刷厂印刷

开本:787×1092 1/16 印张:34.75 字数:875千

2004年2月 第1版

2004年2月 第1版 第1次印刷

印数:0001-5000册 定价:55.00元

ISBN 7-114-05003-8

前 言

北京市注册工程师管理委员会(结构)自 1997 年起就委托组织了注册结构工程师考试的辅导培训工作,总结多年的教学实践经验和考生回馈意见,在 2003 年将辅导教材正式出版,2004 年又进行了全面修订。为帮助考生复习好各门功课,今年于再版《注册结构工程师(房屋结构)执业资格考试基础考试复习教程》的同时,组织教师们编制了这本《注册结构工程师(房屋结构)执业资格考试基础考试复习题集》,书中共编制了习题 2400 多道,平均相当于每年考试试题量 180 道题的 13 倍多;同时本书为每道习题提供了参考答案,为绝大多数习题提供了解题提示。建议考生先认真复习好各门课程,真正掌握考试大纲要求掌握的基本概念和标准、规范内容。在此基础上,再认真做这本复习题集。通过解答习题,参照书中提供的答案和提示,纠正错误概念,必将有利于巩固复习成果,进一步理解考试大纲的要求,更加熟悉各门课程中的基本概念及标准、规范。相信这本复习题集能帮助考生提高解题的准确率和解题速度,以帮助考生顺利通过考试。

本书主编:

曹纬浚

各科目习题编制的老师如下:

高等数学	吴昌泽、贾玲华
普通物理	程学平
普通化学	毛怀珍
理论力学	刘 燕
材料力学	钱民刚
流体力学	李兆年
计算机应用基础	许小重
电工与电子技术	许怡生
工程经济	陈向东
土木工程材料	朋改非
工程测量	杨松林
职业法规	李魁元
土木工程施工与管理	刘宝生
结构力学	刘世奎
结构设计	冯 东、张丽娟
土力学与地基基础	王 健、张怀静
结构试验	孙惠镐

北京市注册工程师管理委员会(结构)

2004 年 2 月

目 录

一、高等数学	1
二、普通物理	56
三、普通化学	76
四、理论力学	104
五、材料力学	147
六、流体力学	193
七、计算机应用基础	216
八、电工与电子技术	238
九、工程经济	270
十、土木工程材料	287
十一、工程测量	317
十二、职业法规	336
十三、土木工程施工与管理	343
十四、结构力学	370
十五、结构设计	419
十六、土力学与地基基础	453
十七、结构试验	473
十八、模拟试题	496

一、高等数学

(一)复习指导

根据考试大纲的要求,全国一级注册结构工程师和注册岩土工程师数学试题,内容覆盖了高等数学、线性代数、概率统计及矢量代数课的知识,内容全面、丰富。我们在复习时,首先要熟悉大纲,按大纲的要求分类进行;分清哪些是考试要求的,哪些不属于考试范围内的,做到有的放矢。对于要求的内容,必须把相关的知识掌握住,如定义、定理、性质以及相关的计算题等。对于概念的理解不能只停留在表面上,要理解深、理解透。对于计算题要达到熟练掌握的程度,对于相关的计算题,解题思路一定要记住。

另外,从试题的题型讲,题目均为单选题,给出四个答案,挑出其中一个正确答案。这些选择题,包括基本概念、基本定理、基本性质、分析题、计算题及记忆判别类项目,有的试题还具有一定的深度。试卷中总共有 120 道题,答卷时间为 4 个小时,平均每道题 2 分钟。这一点也是我们在复习中应该注意到的。高等数学占 20 道题,工程数学占 4 道题,共有 24 道题,占总题数的 $\frac{1}{6}$ 。冗长的定理证明、复杂的计算题不可能在试卷中出现,强调的是应用这些定义、定理,利用由它们推出的性质去解题。最好能记住过去曾做过的题目的结论,并把这些结论灵活地应用于各种类型计算题目中。对各类计算题的解题思路必须要记清。另外,在做选择题时,应注意解题时的灵活性和技巧性。还要注意,由于题目都是单选题,在四个答案中,如能准确地选出某一答案,其余答案可不再考虑,这样就能节省时间。有时,如果正确答案一时确定不下来,可用逐一排查的方法,去掉其中三个错误答案,得到所要求的答案。以上这些,仅供参考。

以下举例说明。

【例 1-1】 设 $f(x)$ 是奇函数,且 $F(x) = f(x) \cdot \left(\frac{1}{a^x + 1} - \frac{1}{2} \right)$ 。其中 a 为不等于 1 的正常数,则函数 $F(x)$ 是:

A. 奇函数 B. 偶函数 C. 非奇非偶函数 D. 奇偶性与 a 有关的函数

解 这是一道概念题,应用奇函数、偶函数的定义,通过代数变形导出最后的结果。

$$\begin{aligned} F(-x) &= f(-x) \left(\frac{1}{a^{-x} + 1} - \frac{1}{2} \right) = -f(x) \left(\frac{1}{\frac{1}{a^x} + 1} - \frac{1}{2} \right) = -f(x) \left(\frac{a^x}{1 + a^x} - \frac{1}{2} \right) \\ &= -f(x) \frac{2a^x - (1 + a^x)}{2(1 + a^x)} = -f(x) \frac{a^x - 1}{2(1 + a^x)} \\ &= -f(x) \frac{a^x + 1 - 2}{2(1 + a^x)} = -f(x) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1 + a^x} \right) \\ &= f(x) \left(\frac{1}{1 + a^x} - \frac{1}{2} \right) = F(x) \end{aligned}$$

∴ $F(x)$ 是偶函数。

∴ 选 B。

【例 1-2】 已知函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(4-3x) - f(1)}{x-1} = 2$, 则 $f'(1)$ 等于:

- A. 2 B. 1 C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

解 这道题利用函数在一点 x_0 的导数的定义, 通过计算得到最后结果。

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(4-3x) - f(1)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f[1+(3-3x)] - f(1)}{3(x-1)} \cdot 3 \\ &\stackrel{\substack{\text{设 } 3(x-1)=t \\ x \rightarrow 1 \quad t \rightarrow 0}}{=} 3 \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(1+t) - f(1)}{t} = 3f'(1) = 2\end{aligned}$$

$$\therefore f'(1) = \frac{2}{3},$$

∴ 选 C。

【例 1-3】 下列函数在所给区间中, 满足罗尔定理条件的是:

- A. $f(x) = x^2$ $[0, 3]$ B. $f(x) = \frac{1}{x}$ $[-1, 1]$
C. $f(x) = |x|$ $[-1, 1]$ D. $f(x) = x\sqrt{3-x}$ $[0, 3]$

解 这道题属于概念题, 根据满足罗尔定理的三个条件(在闭区间连续, 在开区间可导, 两端函数值相等)来判定。

A. $f(x) = x^2$ 在 $[0, 3]$ 两端函数值不相等。

B. $f(x) = \frac{1}{x}$ $f(x)' = -\frac{1}{x^2}$ 在 $(-1, 1)$ 可导的条件不成立, 在 $x=0$ 不可导。

C. $f(x) = |x|$ 在 $x=0$ 处求导时, $f'_+(0) = 1, f'_-(0) = -1$, 因而在 $x=0$ 不可导, 从而 $(-1, 1)$ 内可导不成立。这道题的结论应记住。

D. $f(x) = x\sqrt{3-x}$ 在 $[0, 3]$ 上连续, $f(x)' = \sqrt{3-x} - \frac{x}{2\sqrt{3-x}}$ 在 $(0, 3)$ 上可导, $f(0) = f(3)$, 满足罗尔定理。

∴ 选 D。

【例 1-4】 求 $\int xf(x^2) \cdot f'(x^2) dx$ 等于:

- A. $\frac{1}{2}f(x^2)$ B. $\frac{1}{4}f(x^2)$ C. $\frac{1}{8}f(x^2)$ D. $\frac{1}{4}[f(x^2)]^2$

解 这道题为抽象函数的不定积分题目。检验不定积分凑微分方法掌握得如何, 检验不定积分的性质, 以及 $\int f'(x) dx = f(x) + c$ 会不会用。

$$\begin{aligned}\therefore \int xf(x^2)f'(x^2)dx &= \int f'(x^2)f(x^2)d\frac{1}{2}x^2 \\ &= \frac{1}{2} \int f'(x^2) \cdot f(x^2)dx^2 = \frac{1}{2} \int f(x^2)df(x^2) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} [f(x^2)]^2 = \frac{1}{4} [f(x^2)]^2 + c\end{aligned}$$

∴ 选 D。

【例 1-5】 下面等式中正确的是:

A. $i + j = k$

B. $i \cdot j = k$

C. $i \cdot i = j \cdot j$

D. $i \times j = j \cdot k$

解 这道题检验向量代数的知识,用到两向量的加法、两向量的数量积、向量积的定义。

分析: A. $i + j = k$ 错误在于两向量相加,利用平行四边形法则得到平行四边形的对角线向量,而不等于 k 。

B. $i \cdot j = k$ 错误在于两向量的数量积得一数量, $i \cdot j = |i||j| \cdot \cos \frac{\pi}{2} = 0$ 。

D. $i \times j = j \cdot k$ 错误在于等号左边由向量积定义为一向量;右边由数量积的定义求出,为一数量。因而两边不等。

答案 C 正确。 $i \cdot i = |i||i| \cos 0 = 1$, $j \cdot j = |j||j| \cos 0 = 1$, 左边等于右边。

∴ 选 C。

【例 1-6】 设二重积分 $I = \int_0^2 dx \int_{-\sqrt{2x-x^2}}^0 f(x, y) dy$, 交换积分次序后, 则 I 等于:

A. $\int_{-1}^0 dy \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$

B. $\int_{-1}^1 dy \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$

C. $\int_{-1}^0 dy \int_0^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$

D. $\int_0^1 dy \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$

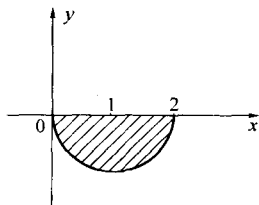
解 这道题检验二重积分交换积分顺序方面的知识。解这类题的基本步骤: 首先根据原积分次序画出积分区域的图形, 得到阴影部分的图形; 然后写出先 x 后 y 的积分表达式。

由 $y = -\sqrt{2x-x^2}$, $y^2 = 2x-x^2$, $x^2-2x+y^2=0$, $(x-1)^2+y^2=1$ 。

$$D_{xy} \begin{cases} -1 \leq y \leq 0 \\ 1-\sqrt{1-y^2} \leq x \leq 1+\sqrt{1-y^2} \end{cases}$$

$$\therefore I = \int_{-1}^0 dy \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$$

∴ 选 A。



例 1-6 图

【例 1-7】 已知幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n - b^n}{a^n + b^n} x^n$ ($0 < a < b$), 则所得级数的收敛半径 R 等于:

A. b

B. $\frac{1}{a}$

C. $\frac{1}{b}$

D. R 的值与 a, b 无关

解 这道题检验幂级数收敛半径求法的知识。

通过连续两项系数比的极限得到 ρ 值, $R = \frac{1}{\rho}$, 得到收敛半径。

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a^{n+1}}{a^n} \right| &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{a^{n+1} - b^{n+1}}{a^{n+1} + b^{n+1}}}{\frac{a^n - b^n}{a^n + b^n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{n+1} - b^{n+1}}{a^{n+1} + b^{n+1}} \cdot \frac{a^n + b^n}{a^n - b^n} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b^{n+1} \left(\frac{a^{n+1}}{b^{n+1}} - 1 \right)}{b^{n+1} \left(\frac{a^{n+1}}{b^{n+1}} + 1 \right)} \cdot \frac{b^n \left(\frac{a^n}{b^n} + 1 \right)}{b^n \left(\frac{a^n}{b^n} - 1 \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{a}{b} \right)^{n+1} - 1}{\left(\frac{a}{b} \right)^{n+1} + 1} \cdot \frac{\left(\frac{a}{b} \right)^n + 1}{\left(\frac{a}{b} \right)^n - 1} \\ &= (-1)(-1) = 1 = \rho \end{aligned}$$

$$\therefore R = \frac{1}{\rho} = 1$$

$\therefore$ 选 D。

【例 1-8】微分方程 $y'' - 4y' + 4y = 6x^2 + 8e^{2x}$ 的一个特解应具有下列哪种形式? (A、B、C、E 为常数)。

A. $Ax^2 + Bx + Ce^{2x}$

B. $Ax^2 + Bx + C + Ex^2 e^{2x}$

C. $Ax^2 + Be^{2x} + Cxe^{2x}$

D. $Ax^2 + (Bx^2 + Cx)e^{2x}$

解 这是一道检验二阶常系数线性非齐次方程求特解表达式的题目。

由 $y'' - 4y' + 4y = 0$, $r^2 - 4r + 4 = 0$ $x_{1,2} = 2$, $f(x) = 6x^2 + 8e^{2x}$ 均属于 $f(x) = Q_m(x)e^{\lambda x}$ 类型。此题 $f(x)$ 应分成两部分: $f_1(x) = 6x^2$, $f_2(x) = 8e^{2x}$ 。分别按照 y^* 的具体算法写出 $y_1^* = Ax^2 + Bx + C$, $y_2^* = Ex^2 e^{2x}$ (A、B、C、E 为待定常数)。

特解 $y^* = y_1^* + y_2^*$

$\therefore y^* = y_1^* + y_2^* = Ax^2 + Bx + C + Ex^2 e^{2x}$

$\therefore$ 选 B。

(二)复习题、提示及参考答案

1-1 $f(x) = (\sin 3x)^2$ 在定义域 $(-\infty, +\infty)$ 上为:

A. 周期是 3π 的周期函数

B. 周期是 $\frac{\pi}{3}$ 的周期函数

C. 周期是 $\frac{2}{3}\pi$ 的周期函数

D. 不是周期函数

提示:利用公式 $(\sin 3x)^2 = \frac{1 - \sin 6x}{2}$ 变形。

答案:B

1-2 设 $f(x) = \begin{cases} x^3 & -3 \leq x \leq 0 \\ -x^3 & 0 < x \leq 2 \end{cases}$, 则此函数是:

A. 有界函数

B. 奇函数

C. 偶函数

D. 周期函数

提示:分析函数的定义域。B、C、D 均不满足。

答案:A

1-3 $f(x) = (e^x + e^{-x})\sin x$ 在其定义域 $(-\infty, +\infty)$ 上是:

A. 有界函数

B. 周期函数

C. 偶函数

D. 奇函数

提示:用奇偶函数的定义判定。

答案:D

1-4 设 $f(x) = \begin{cases} -\sin^3 x & -\pi \leq x \leq 0 \\ \sin^3 x & 0 < x \leq \pi \end{cases}$, 则此函数是:

A. 周期函数

B. 单调增函数

C. 奇函数

D. 偶函数

提示:画出函数在定义域中的图形,或用定义判定。

答案:D

1-5 “数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 存在”是“数列 $\{x_n\}$ 有界”的:

A. 充分必要条件

B. 充分但非必要条件

C. 必要但非充分条件

D. 既非充分条件, 也非必要条件

提示: 利用教材中结论, 数列收敛必有界, 有界不一定收敛。可举反例说明。

答案: B

1-6 当 $x \rightarrow 0$ 时, $x^2 - \sin x$ 是 x 的:

A. 高阶无穷小

B. 同阶无穷小, 但不是等价无穷小

C. 低阶无穷小

D. 等价无穷小

提示: 通过求极限的结果等于 1 来确定。

答案: B

1-7 设 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 则 $f(x+a) + f(x-a)$ ($0 < a \leq \frac{1}{2}$) 的定义域是:

A. $[-a, 1-a]$

B. $[-a, 1+a]$

C. $[a, 1-a]$

D. $[a, 1+a]$

提示: 分别写出每一部分的定义域, 求它们的交集。

答案: C

1-8 设 $f(x-1) = x^2$, 则 $f(x+1)$ 等于:

A. $(x-2)^2$

B. $(x+2)^2$

C. $x^2 - 2^2$

D. $x^2 + 2^2$

提示: 设 $x-1=t$, 代入, 求出 $f(x)$ 。

答案: B

1-9 设 $f(x)$ 是定义在 $[-a, a]$ 上的任意函数, 则下列答案中哪个函数不是偶函数?

A. $f(x) + f(-x)$

B. $f(x) \cdot f(-x)$

C. $[f(x)]^2$

D. $f(x^2)$

提示: 利用函数奇偶性定义判定。

答案: C

1-10 函数 $y = \sin \frac{1}{x}$ 在定义域内是:

A. 单调函数

B. 周期函数

C. 无界函数

D. 有界函数

提示: 利用 $\sin \frac{1}{x}$ 的图形或取绝对值 $|\sin \frac{1}{x}| \leq 1$ 确定。

答案: D

1-11 设 $f(x) = \begin{cases} \cos(x-1) & x > 1 \\ g(x) & x < 1 \end{cases}$, 若 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$, 则 $g(x)$ 等于:

A. $\arctan \frac{1}{x-1}$

B. $\arcsin \frac{1}{x-1}$

C. $\tan(x-1)$

D. $1 + e^{\frac{1}{x-1}}$

提示: 选择 $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = 1$ 的函数为 $g(x)$ 。

答案: D

1-12 当 x 趋向下列中何值时, $\arctan \frac{1}{1-x}$ 趋向 $\frac{\pi}{2}$?

A. 1^+

B. 1^-

C. $+\infty$

D. $-\infty$

提示: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1-x} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} \arctan \frac{1}{1-x} = \frac{\pi}{2}$ 。

答案: A

1-13 若 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2+ax+b} = \frac{1}{8}$, 则 a, b 的值分别是:

A. $a = -a, b = 4$ B. $a = 4, b = -12$ C. $a = 2, b = -8$ D. $a = 1, b = -6$

提示:因为分子的极限 $\lim_{x \rightarrow 2}(x-2)=0$,分母的极限 $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2+ax+b)$ 只有在为0时才会有极限。从 $\lim_{x \rightarrow 2}(x^2+ax+b)=0$ 得,极限 $4+2a+b=0, b=-4-2a$,代入分母求出 a 值。

答案:B

1-14 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+a)x^4 + bx^3 + 2}{x^3 + x^2 - 1} = -2$,则 a, b 的值分别为:

A. $a = -3, b = 0$ B. $a = 0, b = -2$ C. $a = -1, b = 0$ D. 以上都不对

提示:利用公式,当 $x \rightarrow \infty$ 时,有理分函数有极限为 -2 ,所以 x^4 的系数为零, x^3 的系数为 -2 ,求出 a, b 值。

答案:D

1-15 设 $f(x) = \begin{cases} (1+kx)^{\frac{m}{k}} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$,则 a 为何值时, $f(x)$ 在 $x=0$ 点连续?

A. e^m B. e^k C. e^{-mk} D. e^{mk}

提示:利用连续性的定义,计算 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = e^{mk}$,所以 $a = e^{mk}$ 。

答案:D

1-16 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 2x}{x}$ 的值是:

A. 2 B. 1 C. 0 D. 不存在

提示:利用有界函数与无穷小乘积得出答案,即 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \cdot \sin 2x = 0$ 。

答案:C

1-17 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (x \sin \frac{1}{x} - \frac{1}{x} \sin x)$ 的结果是:

A. -1 B. 1 C. 0 D. 不存在

提示:利用有界函数和无穷小乘积及第一重要极限计算。

答案:A

1-18 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2-2\cos x}}{x}$ 的结果为:

A. 不存在 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2

提示:开平方运算要取算术根,把 $x \rightarrow 0$ 分成 $x \rightarrow 0^+, x \rightarrow 0^-$ 两种情况求极限。

答案:A

1-19 设函数 $f(x) = (1-2x)^{\frac{1}{2}}$,当定义 $f(0)$ 为何值时,则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续?

A. e^2 B. e C. e^{-2} D. $e^{-\frac{1}{2}}$

提示:利用函数在一点连续的定义计算 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 极限值,确定 $f(0)$ 的值。

答案:C

1-20 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1+e^x}$ 的结果是:

A. 0 B. 1 C. 不存在但不是 ∞ D. ∞

提示:分别求出 $x \rightarrow +\infty$ 及 $x \rightarrow -\infty$ 两种情况的极限,确定 $x \rightarrow \infty$ 时的极限。

答案:C

1-21 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5}{5x + 2} \sin \frac{2}{x}$ 的值是:

- A. 1 B. $\frac{6}{5}$ C. 2 D. 1

提示:将原式变形,原式 = $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + \frac{5}{x}}{5x + 3} \cdot \frac{\sin \frac{2}{x}}{\frac{1}{x}} \cdot 2 = \frac{3}{5} \times 1 \times 2 = \frac{6}{5}$ 。

答案:B

1-22 如果函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \sin x & x < 0 \\ p & x = 0 \\ x \sin \frac{1}{x} + q & x > 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续,则 p, q 的值为:

- A. $p=0, q=0$ B. $p=0, q=1$ C. $p=1, q=0$ D. $p=1, q=1$

提示:利用 $f(x+0) = f(x-0) = f(0)$, 求 p, q 值。

答案:D

1-23 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - tx^2)}{x \sin x}$ 的值等于:

- A. t B. $-t$ C. 1 D. -1

提示:利用等价无穷小量替换。 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(1 - tx^2) \sim -tx^2$, $x \sin x \sim x \cdot x$, 再求极限。

答案:B

1-24 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x+1} + a & 0 < x \leq 1 \\ k(x-1) + 3 & x > 1 \end{cases}$, 要使 $f(x)$ 在点 $x=1$ 处连续, 则 a 的值

应是:

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1

提示:利用函数在一点连续的定义, 计算 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 、 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 的极限, 确定 a 值。

答案:D

1-25 极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$ 的结果是:

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. ∞ D. 不存在

提示:利用分子有理化计算。

答案:B

1-26 设曲线的方程为 $y = \frac{\sin x}{x} + \arctan(1 - \sqrt{x})$, 则有下列哪项结果?

- A. 曲线没有渐近线 B. $y = -\frac{\pi}{2}$ 是曲线的渐近线
C. $x=0$ 是曲线的渐近线 D. $y = \frac{\pi}{2}$ 是曲线的渐近线

提示:通过求极限来确定, 如 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$, $y = A$ 为一条水平渐近线; 如 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$, $x =$

x_0 为一条垂直渐近线。

答案:B

1-27 设 $f(x) = \begin{cases} \cos x + x \sin \frac{1}{x} & x < 0 \\ x^2 + 1 & x \geq 0 \end{cases}$, 则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的:

A. 可去间断点 B. 跳跃间断点 C. 振荡间断点 D. 连续点

提示:求 $x \rightarrow 0^+$ 、 $x \rightarrow 0^-$ 时函数的极限,利用可去间断点、跳跃间断点、振荡间断点、连续点定义判定。

答案:D

1-28 设 $f(x) = x^2 + \operatorname{arccot} \frac{1}{x-1}$, 则 $x=1$ 是 $f(x)$ 的:

A. 可去间断点 B. 跳跃间断点 C. 无穷间断点 D. 振荡间断点

提示:计算当 $x \rightarrow 1^+$ 及 $x \rightarrow 1^-$ 时的极限值,再利用相关的定义确定。

答案:B

1-29 设 $f(x) = \frac{1 + e^{\frac{1}{x}}}{2 + 3^{\frac{1}{x}}}$, 则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的:

A. 可去间断点 B. 跳跃间断点 C. 无穷间断点 D. 振荡间断点

提示:求出当 $x \rightarrow 0^+$ 及 $x \rightarrow 0^-$ 时的极限值。

答案:B

1-30 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{|\sin x|}$ 的值是:

A. 1 B. 0 C. 2 D. 不存在

提示:求出当 $x \rightarrow 0^+$ 及 $x \rightarrow 0^-$ 时的极限值。

答案:B

1-31 设 $x_n = \frac{a^n n!}{n^n}$ (其中 a 是正的常数, n 是正整数), 则数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$ 的值是:

A. a/e B. a C. e D. 0

提示:利用公式 $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = e$ 。

答案:A

1-32 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ 的值是:

A. 0 B. 1 C. 2 D. 不存在

提示:利用分母有理化和等价无穷小计算。

答案:B

1-33 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+\tan x} - \sqrt{2+\sin x}}{x^3}$ 的值是:

A. 2 B. 0 C. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ D. $\frac{1}{4\sqrt{2}}$

提示:分子有理化后,用等价无穷小求极限。如下:

$$\begin{aligned}
\text{原式} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3 (\sqrt{2 + \tan x} + \sqrt{2 + \sin x})} \\
&= \frac{1}{2\sqrt{2}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} \\
&= \frac{1}{2\sqrt{2}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x (1 - \cos x)}{x^3 \cdot \cos x} \\
&= \frac{1}{2\sqrt{2}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \frac{1}{2} x^2}{x^3} \\
&= \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4\sqrt{2}}
\end{aligned}$$

答案:D

1-34 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + k\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \frac{1}{3} f'(x_0)$, 则 k 的值是:

- A. $\frac{1}{6}$ B. 1 C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

提示:利用函数在一点导数的定义,求出 k 值。

答案:D

1-35 设 $y = \cos \frac{\arcsin x}{2}$, 则 $y' \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ 的值等于:

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

提示:求复合函数的导数后,代入 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 得导数值。

答案:A

1-36 设 $\frac{d}{dx} f(x) = g(x)$, $h(x) = x^2$, 则 $\frac{d}{dx} f[h(x)]$ 等于:

- A. $g(x^2)$ B. $2xg(x)$ C. $x^2 g(x^2)$ D. $2xg(x^2)$

提示:利用复合函数导数公式计算。

答案:D

1-37 函数 $y = |x - 1|$, 在 $x = 1$ 处应:

- A. 不连续 B. 连续但不可导 C. $f'(1) = -1$ D. $f'(1) = 2$

提示: $|x - 1| = \begin{cases} x - 1 & x \geq 1 \\ -x + 1 & x < 1 \end{cases}$, 利用连续及可导的定义计算。

答案:B

1-38 函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$, 在 $x = 0$ 处下列结论中哪个结论正确?

- A. 左导数存在, 右导数不存在 B. 右导数存在, 左导数不存在
C. 左右导数都存在, 但导数不存在 D. 导数存在

提示:利用导数定义,求在 $x = 0$ 处的左右导数。

答案:B

1-39 若 $f'(x) = g'(x)$, 则下列哪个式子成立?

A. $f(x) = g(x)$

B. $f(x) > g(x)$

C. $f(x) < g(x)$

D. $f(x) = g(x) + c$ c 为任意常数

提示: 函数的原函数只相差一常数。

答案: D

1-40 设 $f(x)$ 的二阶导数存在, 且 $f(x) = f(1-x)$, 则下列式中何式可成立?

A. $f''(x) + f'(x) = 0$

B. $f''(x) - f'(x) = 0$

C. $f''(x) + f(x) = 0$

D. $f''(x) - f(x) = 0$

提示: 对已知式子两边求导; 再利用给出的条件 $f'(x) = f'(1-x)$ 变形后确定。

答案: C

1-41 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x > 0 \\ ax + b & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导, 则 a, b 的值为:

A. $a=1, b=0$

B. $a=0, b$ 为任意常数

C. $a=0, b=0$

D. $a=1, b$ 为任意常数

提示: 函数在一点可导必连续。利用在一点连续、可导定义计算。

答案: C

1-42 函数 $y = x + x|x|$, 在 $x=0$ 处应:

A. 连续且可导

B. 连续但不可导

C. 不连续

D. 以上均不对

提示: $y = x + x|x| = \begin{cases} x + x^2 & x \geq 0 \\ x - x^2 & x < 0 \end{cases}$, 利用连续、可导的定义判定。

答案: A

1-43 设 $y = e^{\sin^2 x}$, 则 dy 的值是:

A. $e^x \sin^2 x$

B. $e^{\sin^2 x} \sin 2x d\sin x$

C. $e^{\sin^2 x} d\sin^2 x$

D. $e^{\sin^2 x} d\sin x$

提示: 计算函数的微分, $dy = f'(x)dx$; 再通过凑微分得到结果, 或利用微分形式不变性计算。

答案: C

1-44 已知 $\begin{cases} x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \frac{2t}{1+t^2} \end{cases}$, 则 $\frac{dy}{dx}$ 为:

A. $\frac{t^2-1}{2t}$

B. $\frac{1-t^2}{2t}$

C. $\frac{x^2-1}{2x}$

D. $\frac{2t}{t^2-1}$

提示: 利用参数方程的导数计算公式: $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$ 计算。

答案: A

1-45 设 $y = (1+x)^{\frac{1}{x}}$, 则 $y'(1)$ 等于:

A. 2

B. e

C. $\frac{1}{2} - \ln 2$

D. $1 - \ln 4$

提示:幂指数函数利用对数求导法计算。

答案:D

1-46 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x+1} + a & 0 < x \leq 1 \\ k(x-1) + 3 & x > 1 \end{cases}$, 若 $f(x)$ 在点 $x=1$ 处连续而且可导, 则 k 的

值是:

- A. 2 B. -2 C. -1 D. 1

提示:利用函数在一点连续与可导的条件确定 k 值。

答案:D

1-47 设参数方程 $\begin{cases} x = f(t) - \ln f(t) \\ y = t \cdot f(t) \end{cases}$, 确定了 y 是 x 的函数, 且 $f'(t)$ 存在, $f(0) = 2, f'(0) = 2$, 则当 $t=0$ 时, $\frac{dy}{dx}$ 的值等于:

- A. $\frac{4}{3}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. -2 D. 2

提示:利用参数方程导数公式计算出 $\frac{dy}{dx}$, 再代入 $t=0$, 得到 $t=0$ 时的 $\frac{dy}{dx}$ 值。

答案:D

1-48 若 $f''(x)$ 存在, 则函数 $y = \ln[f(x)]$ 的二阶导数为:

- A. $\frac{f''(x)f(x) - [f'(x)]^2}{[f(x)]^2}$ B. $\frac{f''(x)}{f'(x)}$
C. $\frac{f''(x)f(x) - [f'(x)]^2}{[f(x)]^2}$ D. $\ln''[f(x)] \cdot f''(x)$

提示:用复合函数求导法及商的导数计算。

答案:A

1-49 已知函数在 x_0 处可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x_0 - 2x) - f(x_0)} = \frac{1}{4}$, 则 $f'(x_0)$ 的值是:

- A. 4 B. -4 C. -2 D. 2

提示:用导数定义计算, 原式 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{f(x_0 - 2x) - f(x_0)}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{f(x_0 - 2x) - f(x_0)}{-2x} \cdot (-2)} =$

$$\frac{1}{-2f'(x_0)} = \frac{1}{4}, f'(x_0) = -2.$$

答案:C

1-50 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + e^x)^{\frac{1}{x}}$ 的值是:

- A. e^2 B. e C. 1 D. 2

提示:本题属于“ ∞° ”, 利用罗必达法则计算。

原式 $= \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{\ln(x + e^x)}{x}} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x + e^x)}{x}}$, 而 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x + e^x)}{x} = 1$, 所以原式 $= e^1 = e$ 。

答案:B

1-51 设参数方程 $\begin{cases} x = f'(t) \\ y = tf'(t) - f(t) \end{cases}$, 确定了 y 是 x 的函数, $f''(t)$ 存在且不为零, 则 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 的

值是:

A. $-\frac{1}{f''(t)}$ B. $\frac{1}{[f''(t)]^2}$ C. $-\frac{1}{[f''(t)]^2}$ D. $\frac{1}{f''(t)}$

提示:利用参数方程求导公式求出 $\frac{dy}{dx}$; 在求二阶导数时, 先对 t 求导后, 还要求 t 对 x 求导。

答案:D

1-52 已知由方程 $\sin y + xe^y = 0$, 确定 y 是 x 的函数, 则 $\frac{dy}{dx}$ 的值是:

A. $-\frac{e^y + \cos y}{xe^y}$ B. $-\frac{xe^y}{\cos y}$ C. $-\frac{e^y}{\cos y + xe^y}$ D. $-\frac{\cos y}{xe^y}$

提示:式子两边对 x 求导, 把式子中 y 看作是 x 的函数。

答案:C

1-53 设曲线 $y = e^{1-x^2}$ 与直线 $x = -1$ 的交点为 p , 则曲线在点 p 处的切线方程是:

A. $2x - y + 2 = 0$ B. $2x + y + 1 = 0$
C. $2x + y - 3 = 0$ D. $2x - y + 3 = 0$

提示:对 y 求导, 代入 $x = -1$ 得到切线斜率, 利用点斜式, 得到切线方程。

答案:D

1-54 已知曲线 L 的参数方程是 $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$, 则曲线 L 上 $t = \frac{\pi}{2}$ 处的切线方程是:

A. $x + y = \pi$ B. $x - y = \pi - 4$ C. $x - y = \pi$ D. $x + y = \pi - 4$

提示: $t = \frac{\pi}{2}$ 对应点 $M_0(\pi - 2, 2)$, 对参数方程求导, 得出斜率。

答案:B

1-55 过点 $M_0(-1, 1)$ 且与曲线 $2e^x - 2\cos y - 1 = 0$ 上点 $(0, \frac{\pi}{3})$ 的切线相垂直的直线方程是:

A. $y - \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ B. $y - \frac{\pi}{3} = -\frac{2}{\sqrt{3}}x$
C. $y - 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}(x + 1)$ D. $y - 1 = -\frac{2}{\sqrt{3}}(x + 1)$

提示:利用隐函数导数, 求出切线斜率 $-\frac{2}{\sqrt{3}}$, 法线斜率 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 再利用点斜式求出直线方程。

答案:C

1-56 设曲线 $y = \ln(1 + x^2)$, M 是曲线上的点, 若曲线在 M 点的切线平行于已知直线 $y - x + 1 = 0$, 则 M 点的坐标是:

A. $(-2, \ln 5)$ B. $(-1, \ln 2)$ C. $(1, \ln 2)$ D. $(2, \ln 5)$

提示:利用函数在一点的导数的几何意义及平行的已知条件确定点的坐标。

答案:C

1-57 曲线 $x^3 + y^3 + (x + 1)\cos \pi y + 9 = 0$, 在 $x = -1$ 点处的法线方程是:

A. $y + 3x + 6 = 0$ B. $y - 3x - 1 = 0$