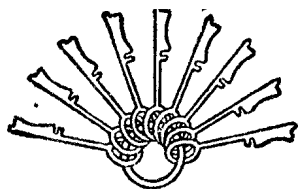


初中學生文庫
三角表解

編者 張鵬飛



中華書局編印

民國廿四年十月發行
民國三十年一月四版

初中學
生文庫
三角表解(全一册)



編

者

張

雁

飛

發

行

者

中華書局有限公司
代表人 路錫三

印

刷

者

上海
美商永寧有限公司

總發行處

昆

明

中

華

書局

分發行處

各

埠

中

華

書

(九三三六)



編例

本書表是主，解是輔；表求簡括，有系統，少缺漏，解求清楚，有根據，不累贅。分類標準極簡略，便初學三角者的檢查；記憶方法均奇巧，可助已學者的溫習；重要途徑多指示，能充自修者的引導。因求系統完整、根據齊備、排印便利、翻閱容易起見，形式和普通的表解，略有一點出入。

書中以初中學生為對象，範圍不得過廣，程度不能過深；所以選擇材料，偏重下列各項：

- (一) 基本或重要事件在本學科須反復學習的。
 - (二) 常見而容易忽略或錯誤須特別注意的。
 - (三) 教科書講而不詳須補充的。
 - (四) 教科書全未講到須補出的。
- 務使閱者精神時間沒有絲毫浪費。

書中材料，一一分別輕重，加以標識，如：

- (一) 附*號者，是必須要記的。
- (二) 附◎號者，是最好要記的。
- (三) 附△號者，是可以不記的。
- (四) 沒有號者，是不須記得的。

務使閱者精神時間用得恰得其當。

本書成於短促時間，恐有未能盡善之處，務希閱者不吝指正！

三角表解目次

	頁數
第一 名詞表.....	1
一 平面圖形.....	1
1.角 2.線 3.三角形 4.圓	
二 圓函數或三角函數.....	3
1.原名 2.記號 3.記憶法	
三 空間圖形.....	6
1.普通 2.特別	
第二 公式表.....	10
一 直角三角形.....	10
1.記號 2.公式 3.記憶法	
二 函數.....	11
1.公式 2.記憶法	
三 對數.....	12

1. 記號 2. 公式

第三 常數表

一 角度

1. 六十分制 2. 百分制 3. 半徑制 4. 方位

二 函數

1. 正切割弦 2. 餘切割弦 3. 記憶法

第四 應用表一

一 同角函數的互求

1. 從兩個函數推出它一函數 2. 從一個函數推出它一函數 3. 從一個函數求它五個函數 4. 記憶法

二 角度和函數的互求

1. 求特別角度的函數 2. 求一般角度 α 函數 3. 求約略的函數 4. 求特別函數的角度 5. 求一般函數的角度 6. 求約略的角度

三 直角三角形角邊的互求

1. 求角 2. 求邊

四 解直角三角形

1. 知一銳角大和一邊長 2. 知兩邊長

五. 解斜角三角形.....28

1. 知兩邊長和一角大 2. 知兩角大和一邊長 3. 知三邊長

第五. 應用表二.....35

一. 簡易測量.....35

1. 定線面角 2. 量線 3. 測角 4. 求高和距離

二. 綫面的計算.....48

1. 綫段長的計算 2. 面積的計算

三. 圖式的證明.....49

1. 三角恆等式的證明 2. 斜角三角形公式的證明 3. 幾何圖形的證明

三角表解

第一 名詞表

一 平面圖形

1. 角

甲. 平角——方向相反兩直線的夾角。

*注意：成角的兩直線，是他的邊；邊的交點，是

他的頂。

(1)獨立角

乙. 直角——平角的一半。

丙. 銳角——小於直角的。

丁. 鈍角——大於直角而小於平角的。

(2)關係角

甲. 補角——和等於二直角的兩角。

乙. 餘角——和等於一直角的兩角。

2. 綫

開採綫 { 甲. 垂綫——直角的兩邊。 說這兩綫互相垂直。

乙. 平行綫——在一直接同側和牠成公一邊的相等兩角，就是成相等兩同位角的两直綫。 說這兩綫互相平行。

3. 三 角 形

甲. 邊——做界的各直綫段。 可拿一邊做底，餘兩邊做腰。 三邊合叫做周。

(1)各部 { 乙. 角——兩邊的夾角。 底張的角是頂角，餘兩角是底角。

丙. 頂——頂角的頂。

甲. 直角三角形——一角是直角的。

*注意： 直角地的邊，也叫斜邊。

(2)各種 { 乙. 斜角三角形 { (甲)銳角三角形——三角都是銳角的。

(乙)鈍角三角形——一角是鈍角的。

(3)附屬綫——高綫——底的垂綫過三角形頂的。 這綫在頂和底或底的延長間部份的長叫高。

注： 直角三角形的直角兩邊，以前叫勾和股，餘一邊叫弦。 弦和圓的弦混，宜棄而不用。

4. 圖

甲. 心——居中的一點。

(1)各部 { 乙. 周——做界的曲綫。 周的一部叫弧，四分之一叫象限弧。

〔丙. 徑——穿心到界的相等各直綫段。從心到界的直綫段叫半徑，是直徑的一半。

(2) 特種——單位圓——半徑長 1 單位的。

(3) 附屬角——圓心角——兩半徑的夾角。等於半徑的弧所張的圓心角，叫半徑角或徑 Radian。

甲. 割綫——交周於兩點的直綫。

(4) 附屬綫——切綫——祇能交周於一點的。

乙. 弦——夾於周間的直綫段。

注：徑，以前叫弧度，和弧的度相混，宜棄而不用。

二 圓函數或三角函數

1. 原名

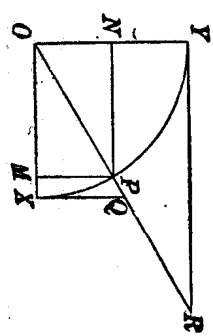
甲. XPY 弧是象限弧. OX, OP, OY 表 1. XOY, PMO, QXO, ONP, OYR 各角都是直角.

乙. 拿 $\angle XOY$ 做本角, $\angle POY$ 是餘角.

MP 或 OP 就表本角的正弦;

XQ 或 OQ 就表本角的正切;

OQ 或 $\frac{OQ}{OX}$ 就表本角的正割;



NP 或 $\frac{NP}{OP}$ 就表本角的餘弦，
 YR 或 $\frac{YR}{OY}$ 就表本角的餘切，
 OR 或 $\frac{OR}{OY}$ 就表本角的餘割，

丁. 本角度數是這些函數的逆函數。

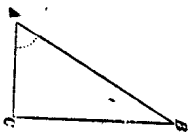
注：MX 或 $1 - \frac{NP}{OP}$ 表正矢，就是 $1 - \text{餘弦}$ ，NY 或 $1 - \frac{MP}{OP}$ 表餘矢，就是 $1 - \text{正弦}$ ，和上六者，以前合叫八綫。但常用的，祇有正弦，餘弦，正切。

甲. $\angle C$ 是直角。

乙. 拿 $\angle A$ 做本角， $\angle B$ 是餘角。

丙. $\frac{OB}{AB}$ 就表本角的正弦， $\frac{AO}{AB}$ 就表本角的餘弦，
 $\frac{OB}{AO}$ 就表本角的正切， $\frac{AO}{OB}$ 就表本角的餘切，
 $\frac{AB}{AO}$ 就表本角的正割， $\frac{AB}{OB}$ 就表本角的餘割。

丁. 本角度數是這些函數的逆函數。

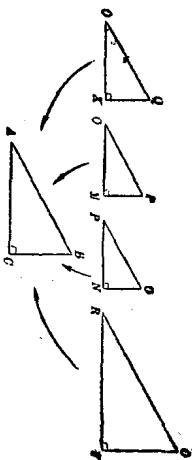


(2) 在直角三角形 ABC 裏：

甲. 關係——在 $\angle XOP = \angle A$ 時：

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{NP}{OP} = \frac{ON}{OP} = \frac{OB}{AB}, \quad \frac{XQ}{OX} = \frac{OB}{AO}, \quad \frac{OQ}{OX} = \frac{AB}{AO}, \\ \frac{NP}{OP} = \frac{OM}{OP} = \frac{AO}{AB}, \quad \frac{YR}{OY} = \frac{AO}{OB}, \quad \frac{OR}{OY} = \frac{AB}{OB}. \end{array} \right.$$

(3) 兩形函數的關係



乙. 理由

(甲) 三角形三角的和等於二直角，無限弧所張的圓心角是一直角。
(乙) 各角一一相等的兩個三角形相似，牠們對應邊的比率都相等。

2. 記號

正弦記做 $\sin A$. $\sin$ 是 Sine 的略寫.

*注意: A 可以是角度, 如 $\sin 30^\circ$, $\cos 45^\circ$.

餘弦記做 $\cos A$. $\cos$ 是 Cosine 的略寫.

$\tan 60^\circ$.

正切記做 $\tan A$. $\tan$ 是 Tangent 的略寫.

餘切記做 $\cot A$. $\cot$ 是 Cotangent 的略寫.

正割記做 $\sec A$. $\sec$ 是 Secant 的略寫.

餘割記做 $\csc A$. $\csc$ 是 Cosecant 的略寫.

(2) 函數的平方——正弦、餘弦、正切、餘切、正割、餘割的平方，順次記做：

$\sin^2 A$, $\cos^2 A$, $\tan^2 A$, $\cot^2 A$, $\sec^2 A$, $\csc^2 A$.

(3) 函數的逆函數——正弦、餘弦、正切、餘切、正割、餘割的逆函數，順次記做：

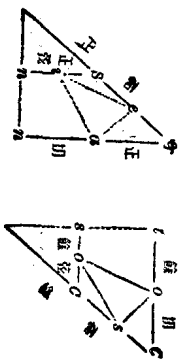
$$\sin^{-1} A, \cos^{-1} A, \tan^{-1} A, \cot^{-1} A, \sec^{-1} A, \csc^{-1} A.$$

注：現有人創新記號，也和上記號同，都有一二缺點。

3. 記憶法

甲．就單位圓講，正餘弦，正餘切，正餘割順次是單位圓弦切割綫的一部份。 正弦、正切都是本角所抱的直綫段，而正割是本角餘角公有邊從角頂到正切的一部份；餘弦、餘切都是餘角所抱的直綫段，而餘割是本角餘角公有邊從角頂到餘切的一部份。 照這樣想，絕對不會記錯。

乙．就直角三角形，記這六個函數，可看後面直角三角形公式記憶法。
(2) 記號記憶法——這六個函數的記號，用右方兩個圖來幫助，也很容易記得。



三 空間圖形

1. 普通

甲. 關係綫面

{(甲) 平行綫面——直綫和平面不能相交時，叫這平面的平行綫，而這平面也叫這直綫的平行面。不能相交的兩平面，互叫平行面。

{(乙) 垂直綫面——直綫和平面交於一點且平面內過交點的它直綫都和這直綫垂直時，叫這平面的垂綫，而這平面也叫這直綫的垂綫。對合它面垂綫的兩平面，互叫垂面。

乙. 點綫射影

{(甲) 點的射影——從點到直綫或平面所作垂綫的足。

{(乙) 綫段射影——從直綫段兩端到它直綫或平面所作兩垂綫足間的直綫段。

(U) 點綫面角

丙. 獨立綫面

{(甲) 水平綫面——靜水的表面，叫水平面，可做平面看；牠的平行面，也叫水平面。水平面內的直綫，叫水平綫；牠的平行綫，都是水平綫。

{(乙) 鉛垂綫面——像下端懸鉛錘的線，引長能通過地球中心的，叫鉛垂綫，可做水平面的垂綫看；牠的平行綫，也叫鉛垂綫。含鉛垂綫的平面，叫鉛垂面；牠的平行面，都是鉛垂面。

{(丙) 地平綫面——過地面一點並和這點鉛垂綫垂直的平面，叫地平平面，可做水平面看。地平面內的直綫，叫地平綫，可做水平綫看。

丁. 獨立角

{(甲) 水平角——水平面內的角。兩直綫在同水平面內射影的夾角，叫他們的水平角。

{(乙) 鉛垂角——鉛垂面內一邊是水平綫的角。

*注意：

水平綫、角，也叫方向綫、角，或方位綫、角；鉛垂綫、面、角，也叫直立綫、面、角。離開很遠的兩地，不能有相同的水平綫、面、角，和鉛垂綫、角。

離開很遠的兩地，不能有相同

(2) 距離和高

- 甲. 距離
 - (甲) 水平距離——兩點間直綫段在水平面內射影的長，叫這兩點的水平距離。
 - (乙) 鉛垂距離——兩點間直綫段在鉛垂綫內射影的長，叫這兩點的鉛垂距離。
- 乙. 高
 - (甲) 物體的高——物體最高部份叫頂，最低部份叫基，頂基的鉛垂距離叫做物體的高。
 - (乙) 物體高度——離地物體做一點看時，牠和地平面內一點的鉛垂距離，叫這物體的高度。

2. 特別

(1) 點

- 甲. 求點——要求高度或距離的點，可叫求點。
- 乙. 基點——從牠觀測求點的點，就是觀測者眼所在處。

(2) 綫

- 甲. 求綫——要求長的直綫段，可叫求綫。
- 乙. 基綫——至少一端是求點或基點的直綫段，長已知或可量的。
- 丙. 視綫
 - (甲) 求點視綫——求點和觀測者眼中間的直綫段，可叫求點視綫。
 - (乙) 視水平綫——含觀測者眼的水平綫。

((甲)仰角——鉛垂面內求點視綫和視水平綫的夾角，而求點視綫在上方的。

- (3)角——視角 (乙)俯角——鉛垂面內求點視綫和視水平綫的夾角，而求點視綫在下方的。
- (4)面——基面——含求點、基點、求綫、基綫的水平面或鉛垂面。

第二 公式表

一 直角三角形

1. 記號

本表設 $\triangle ABC$ 表直角三角形, $\angle A$ 和 $\angle B$ 都是銳角, $\angle C$ 是直角, 牠們的角度順次是 A, B, C , 所抱的邊順次是 a, b, c 單位長, 面積是 F 單位; 假如表斜角三角形, 除 $\angle C$ 不是直角外, $\angle A$ 和 $\angle B$ 或表兩銳角或表一銳角和一鈍角.

2. 公式

- (1) 角式—— $A+B=C=1$ 直角. 根據三角形的三角和定理.
- (2) 邊式—— $a^2+b^2=c^2$. 根據直角三角形的商高或畢氏定理.
- (3) 邊角式—— $\begin{cases} \sin A = \frac{a}{c} = \cos B, & \cos A = \frac{b}{c} = \sin B, & \tan A = \frac{a}{b} = \cot B, \\ \operatorname{csc} A = \frac{c}{a} = \sec B, & \sec A = \frac{c}{b} = \operatorname{csc} B, & \cot A = \frac{b}{a} = \tan B. \end{cases}$
- (4) 面積式—— $F = \frac{1}{2} ab$.

* 注意: $\sin A = \cos B$, $\cos A = \sin B$ 等, 也是角式.