

科學譯叢

——數學：第3冊——

三十年來的蘇聯數學

(1917—1947)

數學基礎與數理邏輯

雅諾夫斯卡婭 著

中國科學院出版

科學譯叢
——數學：第3冊——

三十年來的蘇聯數學
(1917—1947)

數學基礎與數理邏輯

雅諾夫斯卡婭 著
繆朗山 譯

中國科學院出版
1953年9月

科學譯叢

——數學：第3冊——

數學基礎與數理邏輯

ОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

原文係 МАТЕМАТИКА В СССР ЗА ТРИДЦАТЬ ЛЕТ

(Государственное

Издательство Техничко-Теоретической Литературы,

1948) 之一部分

原 作 者	С. А. Яновская	
翻 譯 者	繆 朗	山
出 版 者	中 國 科 學 院	
印 刷 者	新 華 印 刷 廠	
發 行 者	中 國 圖 書 發 行 公 司	

書號：53045(數)05

(京)0001—6,800

字數：49,000

1953年9月初版

定價：3,500元

內 容 提 要

本文分三章。第一章“數學的哲學問題”簡短地敘述了蘇聯數學家關於數學的哲學問題——數學的對象、數學與對客觀世界的認識問題等——的研究，特別提到了馬克思“數學手稿”的出版以及列寧的經典著作“唯物論與經驗批判論”在這方面的巨大意義。第二章“論數理邏輯的問題”講述蘇聯學者在數理邏輯方面的研究的思想性意義。第三章“蘇聯學者的著作中的數理邏輯與證明論”，則依時間先後扼要地敘述了蘇聯學者關於數理邏輯的研究及其特點，以及這些研究在數學的其他部門以及在繼電器系統方面的應用。

目 錄

引 言	1
第一章 數學的哲學問題	3
第二章 關於數理邏輯的問題	13
第三章 蘇聯學者的著作中的數理邏輯與證明論	28
附 錄	
參 考 文 獻	60
人名譯名對照表（俄文）	70
人名譯名對照表（其他文字）	71
文獻目錄中雜誌譯名對照表	73

引 言

自古以來，數學基礎問題，始終吸引着哲學家的注意，哲學上派別的鬥爭，即唯物論與唯心論的鬥爭，也特別圍繞着數學本質、它的基本概念及方法等問題而進行。數學專家也自覺地或不自覺地參與這鬥爭。各派的或各種傾向的領袖，即使欲避免這鬥爭也不可能。所以，克洛涅克爾曾有一次對涅托自白，說他花費時間在哲學的默想上遠過於在數學上。（須知：自然科學者唯有站在徹底的辯證唯物論的立場，纔能把他們的科學從加於其身上的、發號施令的哲學的藩籬下解放出來。）

偉大的俄國數學家，不但沒有置身於唯物論與唯心論的鬥爭之外，而且站在進步的唯物論戰士這方面參與這鬥爭。羅巴切夫斯基之努力推翻康德關於空間及幾何公理問題的唯心論的概念，在非歐派幾何學的建樹上曾起過怎樣的作用，這是人所共知的。

切比謝夫在“論地理圖製圖法”這講演中的名言是無須加以詮釋的了；切氏說：“理論與實踐接近，便產生最良好的結果，而且如此不僅實踐方面受到益處，即科學本身也將在它的影響之下發展起來；它替科學揭示了新的研究對象或者已知的對象的新側面。儘管科學因輓近三百年來數學工作者在數學上的勞績而達到這樣高的發展階段，實踐却清楚地暴露了科學在許多方面的不逮；它提出了許多對於科學在本質上是新的問題，從而引起了完全新的方法的探討。假如理論因舊方法的新

應用或新發展而受益很多，那麼它將因新方法的發現而更加獲益；在這場合，科學將發現實踐是它的可靠的指導者”。

然而，在沙皇俄國的條件下，大膽的唯物主義思想是不能够得到應得的推廣的。況且，在十九世紀末葉，要想在自然科學上及數學上對唯心論鬥爭取得勝利，馬克思前的舊唯物主義的工具便顯得不勝任了。十九世紀末葉至二十世紀初，自然科學及數學蓬勃地發展，伴着科學的最基本概念及久已生根於其中的傳統底突然的崩潰，便在帝國主義社會的環境中引起唯心論之深入到若干自然科學者及數學家的圈子裏面，從而產生了自然科學底危機。這危機特別尖銳地表現在物理學方面，後來甚至伸展到數學基礎方面了。恩格斯說過：“隨着在自然科學上每個劃時代的新發現，唯物主義必定取得一個新形式”。那麼，爲了對付自然科學的及數學的危機，就必須首先分析這危機中的思想本質；而且必須把辯證唯物主義哲學推進一步，以符合恩格斯所定立的馬克思主義的基本要求。這個問題已經給列寧在“唯物論與經驗批判論”一書中天才地解決了。

偉大的十月社會主義革命，在我們祖國的科學面前揭開了從所未見的視野。蘇聯學者，包括數學家在內，以馬克思列寧主義思想武裝起來，自覺地參與社會主義建設的實際工作，他們證明了列寧的預言是多麼正確：“物理學的唯物主義基本精神，正如一切現代自然科學的一樣，必將克服種種危機，但這只有以辯證唯物主義必然地代替了形而上學唯物主義而後可”。現在，任何根本的危機再不能橫梗在蘇聯數學底發展的路上了。

第一章 數學的哲學問題

第一節

自然，在蘇聯，數學的哲學問題的研究，是從熟習了馬克思列寧主義的經典著作和批判了資產階級唯心論的數理哲學而開始的。數學對象及數學在科學系統中的地位問題，乃至與這問題有機地連繫着的數學上的形式邏輯及辯證法邏輯問題——這些問題的研究便立刻被提到第一位了。

關於數學對象的定義，異說紛紜，這是人所共知的。有些定義一般地否認了這門科學有任何特殊的對象。在現代資產階級關於哲學及數學的諸定義當中，有許多就帶着絕不掩飾的唯心論的性質，而且在某種程度上與下面那個譏諷的定義不謀而合：即，把數學看作既不知它所說的是甚麼又不知它所說的是否真實的一種科學。無怪海丁，在其所著“數學基礎研究概論”一文中論及“現代諸領導傾向的代表者如何考慮把數學應用到現實的認識上”這個問題的時候，曾這樣寫道：“他們（數學家——譯者）有一點是彼此同意的——而這點現在可以看作所有數學家差不多一致的意見——就是，純粹數學的命題是一點也沒有說及現實的”。但是，海丁說這是“所有數學家差不多一致的意見”，是錯誤的。凡是以唯物主義思索的數學家，首先蘇聯為數衆多的數學學派的代表者，就絕不贊同這種見解。

反之，他們却同意於恩格斯所說數學乃是關於物質世界底空間形式及數量關係的科學這一定義。和這定義有關的，並且根據數學中頗有些分科既不觸及數也不觸及形這理由而提出的那些聲名狼藉的所謂“疑難”，實在只有從唯心論的觀點來看纔能够存在。雅諾夫斯卡婭最初的嘗試^[1]，冀圖從唯物主義的觀點來解釋黑格爾的“量”範疇的定義（說量乃是與物的質的特性無關的限定——認為所謂物質現實的“量關係”乃是指雖在性質絕不相同的物與物之間也能有其地位的彼此關係，所以，在電子與原子之間的彼此關係，正如在紙的桿狀細菌與桿狀細菌之間或者在星的星座與星座之間的彼此關係一樣，它們各個是作為個別的對象來被考察的——無疑的，她這一嘗試還未能夠給這問題一個令人滿意的解答。無疑的，她曾一方面說明：即使同一門數學學科也可能有本質上絕不相同的多種解釋，從而可以把它應用到絕不相同的科學的領域裏去；另一方面，她却說明了數學方法在研究自然現象的或者社會生活的最本質方面是不夠的。然而，她並沒有注意到下述的情況：任何一門數學分科之形式上純公理的構成——它可能容納許多在性質上絕不相同的解釋——如果不利用有內容構成的算術，便絕不可能成立，而在算術中，數及其間的關係好像譬如政治經濟學中的價值概念一樣，有完全一意的和確定的意義的。所以，數學所特有的對象，無論從歷史上說或者從邏輯上說，首先就是最簡單狀態的空間形式和數量關係，換句話說，就是作為形和數的狀態。所有其餘在數學上研究的空間形式和數量關係，都是在其辯證的發展過程中由此引伸出來的。科爾摩戈洛夫在他為蘇

聯大百科全書而寫的一篇論文中^[5]最清楚地闡明了這種觀點。

科爾摩戈洛夫把恩格斯的定義全文徵引之後，就用自己的話作結論：“要從其發生的程序來看數學的基本概念和分野，纔能最簡單地理解這個普遍性的定義底有效範圍。我們看出，這個定義本身就孕育着發展底可能性，隨着科學底成長而取得新的更廣的意義”。從而，科爾摩戈洛夫就區分出數學對象底發展的幾個階段如下：（1）數學作為關於數、量、幾何圖形的科學；（2）數學作為關於量的變化及幾何的映像的科學；（3）數學作為關於現實世界一切普遍性的數量形式及空間形式的科學。

第二節

唯心論的哲學企圖把數學“從外在世界的專制”之下“解放”出來（普安卡黎），並且把數學或者建築在康德式的“純粹顯明的直覺”底素材之上（直覺主義），或者把它看成依照一定法則寫成的公式底簡單的總和（形式主義）——與這些企圖有關的數學基礎之危機，只在第一次世界大戰之後纔充分尖銳地展開來。所以，在列寧的“唯物論與經驗批判論”中直接論及數學的哲學問題的，僅有些散見各處的意見而已，這是無足怪的。那麼，把列寧所指出的物理學危機的原因與本質之特徵應用到數學基礎的危機上面，這對於蘇聯學者是個更有興趣的嘗試。許多著述曾論及數學基礎的危機，和批判那引起這危機的現代資產階級數理哲學的唯心論傾向，其中有格利文科^[6]，戈克葉理^[7,8,9,10]摩羅德稀^[5]、雅諾夫斯卡婭^[3,13,14]等人的著作。

國立莫斯科大學數學研究所的許多教授和科學界同仁爲列寧的著作“唯物論與經驗批判論”二十五週年紀念編了一部數理哲學論文集¹⁾。該集的作者們把一個使命擺到自己的面前：“指出現代數學的特徵，揭發數學基礎的危機的原因和本質，闡明現代數理哲學中的黨派鬥爭”。如所預料的，列寧關於物理學危機底本質的特徵及主要的特點之天才的說明，可以完全適用於數學基礎危機上面。因此，格利文科強調着：“世界大戰後極度加深的整個資本主義社會的危機引起了下述這點：對科學的客觀價值之懷疑轉而變成了對科學的無價值之信仰。唯心論成爲侵略的了，開始企圖把科學連同其所有的問題和方法屈服於它自己”。

第三節

我們的祖國，我們的黨對馬克思及恩格斯的遺產之態度，從下面的情況可以看出來：恩格斯的“自然辯證法”和馬克思的“數學手稿”最先在我們國內出版²⁾。數學家³⁾集體完成了（於1932年）馬克思的數學手稿的註釋和翻譯工作，許多論文和演講（格利文科^[3]、戈克葉理^[13]、科理曼、雅諾夫斯卡姪^[6,7,8]等等）專爲此書而作。

1) 參考：П. С. 亞力山大洛夫^[1]、В. И. 格利文科^[5]、А. Н. 科爾摩戈洛夫^[4]、А. Г. 庫洛什^[1]、В. Н. 摩羅德爾^[2]、А. М. 斐些爾^[2]（列寧格勒大學）、С. А. 雅諾夫斯卡姪^[13,14,15]。

2) “自然辯證法”第一版是德文原文與俄譯對照本。“數學手稿”刊行還是最先用俄語。

3) 參加工作者有 Р. С. 波格旦 (Богдань), А. Н. 那希摩夫斯基 (Нахимовский), Д. А. 萊科夫 (Райков), С. А. 雅諾夫斯卡姪。

雅諾夫斯卡婭的論文^[7]包含這著作的簡單說明，馬克思關於微分學的邏輯根據問題的意見底一貫發展的諸階段及微分學發展史略之闡明^[1]，乃至許多出自馬克思前期著作原稿的引證，這些原稿乃是經馬克思自己最後擬定然後送給恩格斯審核的著作之補充材料。

格利文科的論文^[8]則專門討論馬克思把微分看成運算符號這概念。

馬克思數學手稿之刊行於世，特別鮮明地證明：應用到數學上面，對馬克思主義理想的真實的理解及其進一步的發展，也只有從列寧和斯大林所發展的立場纔有可能。馬克思數學手稿含有一種帶有驚人的創造性的企圖，那是應用辯證的方法來解決微分學的根據問題。然而，即在這範圍內，馬克思的唯物主義辯證法跟黑格爾的唯心主義辯證法有多麼的不同呵！正當從黑格爾的觀點看，辯證的方法大致上不能應用到數學本身的範圍之內，而量、數、運算、無窮大、無窮小、導函數、微分等概念僅能够在黑格爾的唯心論哲學系統中辯證地發展和建立起來之時，馬克思却指出：從初級數學過渡到高級數學而引起的困難，從而陷入與萊布尼茲及牛頓的微分學中的無窮小有關的神秘論，這些困難就可以用這過渡之辯證的性質來說明。馬克思提到自己面前的課題，就在於憑藉唯物主義辯證法來克服這些困難，馬克思把唯物主義辯證法應用到數學上去，宛如他在“資本論”中所做到的一樣。科理曼及雅諾夫斯卡婭的論文

1) 這發展從萊布尼茲及牛頓的“神秘的微分學”經過達朗貝爾及歐拉的“唯理的微分學”而至拉格朗日的“代數的微分學”。

內容¹¹，便是企圖去說明應用到數學上馬克思的唯物主義辯證法與黑格爾的唯心主義辯證法有何根本的分別。

日丹諾夫在Г. Ф. 亞歷山大洛夫“西歐哲學史”的哲學討論會上的發言中強調指出：哲學史的（以及別的科學史的）敘述而至於漠視了黨派的鬥爭，即在階級社會中與反對科學上根深蒂固老朽傳統的每次偉大的新發現有關之鬥爭，這樣的敘述就有着不正確的非馬克思主義的性質。反之，現代的反動的資產階級哲學家與科學史家，却努力用種種方法去磨滑自然科學史上及數學史上所有銳利的畸角，把歷史表現得彷彿一帆風順的進化過程，一切偉大的發現或學說在歷史上盛衰交替而已。譬如，英美派數學家兼哲學家懷特赫德就力言：從中世紀煩瑣哲學到新時代科學的過渡是完全“和平地”完成的，因為伽利略“安寢而死”，而卓丹諾·布魯諾之死甚且帶有“進步的”“象徵的”意味，彷彿這一死所埋沒了的不是勇敢的新思想，而“僅僅是”（1）“神秘主義的沉思”而已。然而，馬克思在其數學手稿中却特別強調當無窮小分析這觀念發生之際圍繞着這觀念而起的鬥爭底意義，他並且指出：爲着鋪好一條向新的道路，這鬥爭是必要的——這在我們看來是更加耐人尋味的。馬克思寫道：“所以，他們自己（指上述觀念的發明者——本文作者註）也就相信了那新發現的演算底神秘性，這演算從在數學上絕對不正確的道路而獲得正確的（因而在幾何學的應用上着實驚人的）結果。從而，他們把自己神秘化了，而且把這新發現估價越高，便越會使正統派數學家之羣憤怒，從而喚起了敵對的叫囂，那甚至在對數學外行的人們中也引起反響，但爲着鋪好一條向

新的道路，那是必要的。”¹⁾

攸什刻維支的論文^[2]第四章及雅諾夫斯卡婭的論文^[3]，就批判了無窮小分析的基本觀念及其所引起的鬥爭在數學分析奠基史上的作用。

第 四 節

參加社會主義建設的實際工作、蘇聯人民的偉大衛國戰爭、斯大林五年計劃——這一切使得蘇聯學者，連數學家在內，日形密切地團結在列寧斯大林黨的週圍。那些關心從辯證唯物主義觀點來看數學基礎問題的人們，最初是個十分狹小的圈子，現在這圈子相當地擴大了。甚至所研究的問題之主題也擴大了。在這方面，可以舉科爾摩戈洛夫論數學理論與實踐的論文為例^[4]。在羅巴切夫斯基誕生一百五十週年紀念為獻給羅氏而作的論文，演講及著作中，曾論及許多數學上根本的思想問題：例如，對康德的關於空間及幾何公理問題的觀點的批判（卡干^[1]、科理曼^[4]）、現代公理方法之本質（П. С. 亞力山大洛夫^[2]、科爾摩戈洛夫^[7]）、感性直覺在現代非歐派幾何學抽象的建立上的作用問題（科爾摩戈洛夫於 1943 年 11 月 3 日在莫斯科數學學會大會上的演講）。

1944 年 6 月國立莫斯科大學力學數學系舉辦了一個盛大的理論會議，討論“世界的可知性問題及數學”。這大會聽取並且討論了下列的報告：馬爾庫雪維支的“數學與物質現實”、戈露伯夫的“儒科夫斯基的哲學思想”、雅諾夫斯卡婭的“數學上

1) 見“馬克思主義與自然科學”論文集（馬克思的數學手稿），51頁。

的可證性及真實性”、科爾摩戈洛夫的“數學中及物理中的空間”。

數學之歷史哲學的及一般方法論的問題，在許多研究數學史的專門論文、著作及報告中也有觸及。例如，魏戈德斯基^[1]批判了那流行於資產階級數學史家中間的、關於柏拉圖作為一個數學家的傑出作用這說法。盧里葉^[2]曾詳細地研究過德謨克里圖論及其數學原子論觀點的許多殘稿。盧里葉另些著作^[3,4]論及所謂“不可分”這問題及與此有關的數學分析之起源及奠基史的問題。在魏戈德斯基的著作中^[3,4]我們也發現類似的觀念。攸什刻維支的論文^[5]則討論十八世紀數學分析之奠基的觀念。與數學分析奠基史有關的原則性的許多問題，則在盧金^[6]、盧里葉^[2]、科爾摩戈洛夫^[8]數人為牛頓誕生三百週年紀念而作的論文中都會論及。至於觸及數學底思想問題的，則有（1）莫斯科大學舉辦的“俄羅斯科學在世界科學及文化發展上的作用”這討論會上的許多報告，（2）偉大的俄國數學家切比謝夫逝世五十週年紀念的講演，（3）偉大的十月社會主義革命三十週年紀念在莫斯科大學、莫斯科數學會、科學院數學研究所等地的報告及演講。

正當反動的資產階級數理哲學家，連帶那些自命為在唯物論與唯心論之論戰中“無黨無派”的人士在內，實際上都站在日益帶侵略性的唯心論的立場之際，那時候，蘇聯學者却相反地從辯證唯物主義的立場出發。為了證明這點，只須比較一下下述兩人的說法——（1）馬赫的後繼者“邏輯實證論者”卡爾那普與（2）蘇聯數學家科爾摩戈洛夫。照卡爾那普看來，科學

理論之“證實”問題是不存在的。科學不過是“語言”而已，而每個人皆有爲自己選擇或者構想自己所喜愛的“語言”的自由。那麼，照卡爾那普看來，一種用公理構造的科學的學科歸根結蒂就是“語言”，但只是（！）在構成該科時他提出把科學的實在內容與其形式地表現它爲公理系統及推論法則的形態之間的平常關係顛倒過來，所以，照卡爾那普的說法，出發點就應該不是實在的內容，而是任意選擇任何合適的公理及由這些公理引出結論來的法則，卡爾那普寫道：“所謂‘證實’這個問題因此是不存在的；而只有一個問題存在，即，這樣的或那樣的選擇所引向的語法的（Syntactical）結果”。

反之，科爾摩戈洛夫却認爲：形式的分析工具只有在對應着實在的內容的時候纔是有效的。此外，即使在有了已經構成的“公理系”的場合，內容的着眼不但不會失其意義，而且會繼續在科學的前途發展上起着領導性的作用。所以，當科爾摩戈洛夫^[9]論及“幾率論”的時候，——這理論的最成功的公理化特別是他的功勞——他曾寫道：“在研究完備的數學形式的嚴格性之際……我們把我們所有的，即使是最一般的而且抽象的研究朝向一個方向——即，務求理解現實的偶然現象的規律：嚴格的因果關係如何由於積累許許多多不相依存的或者關係微弱的偶然因素而發生，反之，各種幾率分佈乃是由於在嚴格的因果關係上積累了少數的偶然擾動而起，如此等等……正如在力學方面特別重視這樣的學者，他除了數學的分析工具之外還須具備力學的“常識”和力學的直覺，所以我們在純粹的分析者與幾率論專家之間劃下一條判別的界綫；前者研究幾率論所提供

的個別問題，而後者往往早在發現對應的分析工具之前業已從直覺的幾率性的設想中看出了問題的解決”。

第五節

本文專論蘇聯學者在數理邏輯問題及數學基礎問題這範圍內的成功和成就。然而，假如我們不指出我們工作中難免還有些根本的缺點，那也是不對的。數理哲學這方面的研究至今仍未充份地組織起來，只是偶然而作罷了。而主要的原因，那“就是我們發展的真正動力，這就是黨所掌握的強大的工具”（A. A. 日丹諾夫語，見“哲學問題”1947年第1期，270頁，即在「西歐哲學史」討論會上的發言）的批評與自我批評方法，在這方面還未充分發揮其力量。那日漸取得了思想上及政治上的重要性的，對現代資產階級數理哲學底反動的唯心論的傾向的批判，現在仍未達到應有的高度。近年來在這方面的著作中，我們僅能提起戈克葉理對邏輯主義及形式主義的批判^[2,3-6,7-10,12]和雅諾夫斯卡婭在莫斯科大學發表的若干篇報告而已（其中有1946年的“馬克思列寧主義的思想性與數學”，1947年的“論科學中的黨性”）。對我們的報告和論著作廣泛的批判性的討論（這些報告和論著無疑在許多方面還是可爭論的而且還未達到馬克思列寧主義所要求的水準的），乃至提出那些具有現實的科學意義和政治意義的新的論戰問題，凡此都是蘇聯數學家及哲學家責無旁貸的任務；而爲了完成這任務，他們可以依賴蘇聯共產黨領導下所舉辦的哲學討論會的總結。