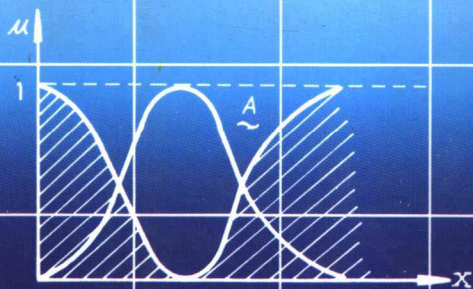


新世紀叢書

如何對付模糊的世界？

模糊集合論 入門

編譯者：林傑斌 等 審定者：楊維哲



銀禾文化事業有限公司



083

新世紀叢書

佛似集合論入門

主 編：新世紀編輯小組

審定者：楊維哲

編譯者：林傑斌・卓彰賢・陳奇驥

出版者：銀禾文化事業有限公司

發行人：陳俊安

地 址：台北市和平東路2段96巷
3-1號

電 話：7335575・7335576

郵 撥：0736622-3

定 價：新台幣120元

新聞局登記證局版台業字第3292號

1987年6月初版

圖版權所有・不准翻印圖

序 言

“模模糊糊”的概念，是最微妙難以捉摸，却又最常見最重要的。但是在近代數學中却有了很清晰的定義。但是所謂“模糊”，却有兩種涵意，不可不辨。——一是 Zadeh 所定義的 Fuzzy，它的出發點就是在一集合中，把“子集 A ”改用“佛似子集 $\bar{A}$ ”來代替，一點 ω 是否屬於 A ，是很明確的，要嘛 $\omega \in A$ ，（即 $A(\omega) = 1$ ），要嘛 $\omega \notin A$ （即 $A(\omega) = 0$ ），但是，一點 ω 是否屬於佛似集 $\bar{A}$ ，却很模糊，它屬於 $\bar{A}$ 的程度只是 $\bar{A}(\omega)$ ，——其值可以自 0 到 1。佛似集就是這樣的東西，究竟一個東西 ω 是否屬於它，並不明確，可以有點模糊，所“模糊”的乃在於從屬（belonging to）的關係。

另一種模糊是 Zeeman 所定義的 Fuzzy，（或叫 Tolerance）它的出發點就是在一集合中的兩元素 x 與 y ，可能我們總是恍恍惚惚分辨不清，我們必須允許、承認、容忍這種“恍惚、近似”；恍近關係就是指這種我們所必須允許，無法區辨的性質。

II 佛似集合論入門

這本書所討論的是前者（譯成“佛似”），而非後者（譯成“恍近”）。全書說明非常清晰，（一點也不模糊！）平易流暢，——很好讀，讀者並不需要什麼預備知識！佛似集的應用很廣，已獨立門戶，但是編者能選出最爲有用、簡單的一些實例，親切地加以解說，非常成功。對於那麼多必需和“模糊”打交道的人，這是值得向他大力推荐的。

楊維哲

前 言

模糊數學中的“模糊”二字，譯自英語“Fuzzy”。也有人主張譯為“佛似”或“乏晰”的，這樣可音義雙關，目前尚未統一。一般在學術論文中，用“佛似”、“朦朧”者居多，通常則泛稱“佛似集合論”或“模糊數學”。在本書中，為普及起見，仍沿用我們過去的譯法，寫作“模糊”或“佛似”，待今後有統一規定之後再作更改。

世界上的許多事物，包括人腦的思維和控制作用，都具有模糊和非定量化的特點。甚至可以說，在這個世界上模糊性不是例外而是常規，長時期以來，我們已經習慣於用模糊的方法來思考和推理，然而在處理客觀世界的時候，人們基本上都忽視了這一事實，而僅僅用經典數學的精確方法來對待我們這個瀰漫性的、非定量化的世界。當陷於失敗時，人們十分驚奇，同時又去進行種種新的嘗試。

顯然，必須在這一領域的工作中進行一種新的探索。在這種探索的過程中，模糊數學誕生了。從此，模糊性已作為一種基本的真實漸漸被人們所接受。

IV 佛似集合論入門

模糊數學自 1965 年問世以來，發展得異常迅速，目前世界上已有多種專著、論文集以及雜誌。在這些出版物中，我們可以看到國外許多學者在這一重要和迅速發展的領域中，作出了有價值的貢獻。本書限於篇幅，僅能介紹佛似集合理論的基本概念及其主要應用。

1986 年國父誕辰紀念日於台北

編譯者：林傑斌

卓彰賢

陳奇麟

目 錄

序 言	I
前 言	III
第一章 模糊中見光明	1
§ 1-1 模糊並非罪過	1
§ 1-2 電腦與人腦	3
§ 1-3 隨機性與模糊性	7
§ 1-4 模糊數學的興起	14
第二章 佛似集合	17
§ 2-1 普通集合	17
§ 2-2 子集合	20
§ 2-3 佛似子集	24
§ 2-4 集合的運算	31
§ 2-5 佛似集合的運算	38
第三章 模糊關係	51
§ 3-1 關 係	51
§ 3-2 函數與映射	54
§ 3-3 模糊關係	60

VI 佛似集合論入門

§ 3-4 矩陣	62
§ 3-5 模糊矩陣	70
第四章 模糊邏輯和模糊語言	85
§ 4-1 二值邏輯	86
§ 4-2 模糊邏輯函數	96
§ 4-3 模糊邏輯函數的範式	102
§ 4-4 語言的模糊性	106
§ 4-5 模糊算子	110
§ 4-6 模糊推理	114
第五章 模式識別	121
§ 5-1 模式識別	121
§ 5-2 個體識別	123
§ 5-3 群體的識別	138
第六章 聚類分析	149
§ 6-1 物以類聚	149
§ 6-2 辨清一家人	158
§ 6-3 利用模糊關係進行分類	162
§ 6-4 軟劃分	168
§ 6-5 模糊聚類分析與模式識別的區別	180
第七章 模糊自動控制	183
§ 7-1 模糊自動控制的意義	183
§ 7-2 基本工作原理	185

§ 7-3	實用的模糊控制器·····	199
§ 7-4	模糊控制的發展概況·····	205
第八章	其它應用·····	209
§ 8-1	模糊概率·····	209
§ 8-2	模糊分類用於訊息檢索·····	218
§ 8-3	模糊決策·····	232
§ 8-4	模糊綜合評判·····	254
參考書目	·····	269

第一章 模糊中見光明

§ 1-1 模糊並非罪過

我們要避免模糊，力求精確——人們往往會不加思索地這樣說。在人類社會的早期，混沌初開，生產力十分低下，人們只能依靠狩獵勉強維持生存。對於二個以上的數量的認識，只掌握了“多”、“許多”和“非常多”等模糊概念。隨著生產力的不斷提高，出現了商品交換，才開始用手指、小石子等進行計數。以自然數的使用為起點，數學開始了它的光輝歷程，終於贏得了“科學女皇”的美名。從心中無“數”到“心中有數”；這是一個偉大的飛躍，從這一階段來看，模糊曾作為精確的對立面，代表著落後的生產力。

古代的人們已經會利用模糊現象來解決問題。古希臘的《伊索寓言》中，就有一則這樣的故事，一次，伊索的主人醉後狂言，跟人打賭發誓說：“我能喝乾大海，並以我的全部財產和奴隸作賭注”。次日，他酒醒後懊悔莫及。但這一消息已轟動全城，人們聚集在海邊等候著他，他不得不求助於聰明的伊索，伊索在講好條件

2 佛似集合論入門

後給他出了個主意。主人聽後如獲至寶，急忙飛奔到海邊，對蜂擁在那裏的人群大聲喊道：“現在，我要再說一遍，我能喝乾整個大海，可是如今千萬條江河匯入大海，海水裏混雜了許多河水，如果有誰能把河水與海水分開，我就能把真正的大海喝乾。伊索樸素地應用了模糊語言學，幫助主人渡過了難關。因為“海水”是個模糊概念，所以人們給它下定義時，往往會漏洞百出。同樣，在“水果”和“蔬菜”之間；“過去、現在、將來”之間，也都沒有一條截然分明的界線。只要我們稍加觀察，就會發現在我們日常生活中，存在著大量的諸如上面所列舉的模糊語言。

歷史的長河川流不息，當今的世界已進入電子計算機時代。電子計算機對社會生活的各方面，正產生日益深入的影響。科學的社會化，社會的科學化，使人們開始用新的眼光來看待一切。對於“模糊”這個概念，我們也得刮目相看。

“精確”永遠是那樣完美無缺，而“模糊”難道又總要力求避免嗎？

我們先來看一些例子。當我們判斷走過來的人是誰時，只要把來人的高矮、胖瘦、走路姿勢等，與儲存在大腦中的樣本進行比較，我們就不難得到正確的結論。可是這種事讓電子計算機來做，那就得測量來人的身高

、體重、手臂擺動的角度、頻率、速度、加速度等一大批數據，而且非要精確到小數點後幾十位才能罷休。這樣大搞煩瑣哲學，已使精確走向它的反面，甚至會鬧出“翻臉不認人”的笑話來——因為人體的各種數據並不是恒定不變的。由人腦的判別過程可知，我們恰恰是在模糊中找到了光明。一定程度的模糊，倒使我們能較易得出走過來的是誰這一清晰結論。這裏充滿了活的實證方法：精確兮，模糊所伏；模糊兮，精確所依。

因此，對模糊訊息的利用並不是一種罪過，恰恰相反，這種能力正是大自然對人類的一種恩賜。爲了說明這一點，我們應該把人腦與電腦作一番比較。

§ 1-2 電腦與人腦

電腦，是人們在電子計算機誕生後不久給它取的“小名”和“暱稱”。然而，要是電子計算機真有靈感，它一定會受寵若驚。因為如果把人腦比作“腦海”，則電腦只不過是一條小河，它一定會對人腦“望洋興嘆”的。

巧奪天工的電腦

當然，電子計算機確有勝過人腦之處。例如，它的運算速度快得驚人，以百萬分之一，千萬分之一，甚至

億分之一秒計算。而人腦的基本反應時間最快也要千分之一秒。人的腦神經細胞發出的電——化學脈衝，傳感速度最快也不過每秒一百米，而且兩次脈衝之間的間隔要百分之一秒。而電子計算機中的電脈衝以光速傳送，每秒接近三十萬公里。電腦在運算速度上的壓倒優勢，是人腦所遠遠不能及的。

精確，是計算機的另一長處。英國人辛克斯曾花了十五年時間，將圓周率算到了小數點後七百零七位，他為此感到驕傲，堅持要求將結果刻在他的墓碑上。而現在，即使是速度不很快的計算機，也要不了幾個小時就能算到十萬位小數。結果發現，辛克斯實際上算錯了後面的許多位。萊布尼茲在一六七一年曾大為感嘆：“讓一些傑出人才像奴隸般地把時間浪費在計算工作上是不值得的！”要是萊布尼茲能見到今天的電腦，他該是多麼高興啊！

電子計算機還有驚人的“記憶力”。它的記憶細胞是磁蕊。磁蕊有大有小，最小的比芝麻粒還細。成千上萬個小磁蕊穿在導線上，組成網球拍似的網路，就成了電子計算機儲存資訊的“大網兜”。最新型的磁泡儲存器，體積更小，儲存量更大。在不足一寸見方的蕊片上，可儲存高達十一點五兆位的資訊量。

電子計算機不但能計算、能記憶、能用邏輯電路進

行判斷和控制，還能辨認圖像。早在一九五九年，美國康乃爾航空實驗室就製成一台能識別圖像的電子計算機。

計算機與人工智慧有“血緣”關係。電子計算機具有“學習”的功能，譬如學下棋。計算機下棋時能記住試過的每一步棋，所以有時比高明的棋手還略勝一籌。

得天獨厚的人腦

電腦雖然神通廣大，但畢竟不如人腦，它只有依賴人編的程式才能工作。它也沒有創造性，只能做命令它做的工作，而思考能力與創造性，正是人腦的“靈魂”。

被譽為“計算機之父”的馮·諾依曼曾經指出：“神經系統是這樣一台計算機，它在一個相當低的準確度水準上，進行非常複雜的工作。它只可能達到二位至三位十進位數字的準確度水準。我們還不知道，有那一種計算機在這樣低的準確度水準上仍能可靠地、有意義地進行運算”。這就是說，它以較低的精度，換來了相當高的可靠程度，到目前為止，世界上還沒有一台像人腦這樣的電子計算機。

人腦既類似一台數字計算機，又好像一台模擬計算機。因而，它既能處理精確訊息，又能處理模糊訊息。例如在判別走過來的是誰時，人腦的這兩種功能奇妙地交織在一起，達到了“天衣無縫”的境界。這就使得只

具有數字功能的電子計算機望“人”莫及。

人腦的重量約爲1公斤半，體積只有一千立方厘米左右；但它包含了一百億到一百五十億個神經細胞以及九千萬個輔助細胞。大型電子計算機雖是龐然大物，也只有幾十萬個電子元件和幾百萬個記憶單元。因此，人腦的零件比大型計算機多了一萬倍！而且，每個神經細胞又與大約一千個其他神經細胞相關係，其複雜程度相當於數以萬計的計算機聯在一起。

人腦與電腦處理訊息的方式也不同。人腦雖然動作較慢，但能同時處理很多訊息。而電腦在某一段時間內，只能做一件事或有限的幾件事，因此有人認爲，人腦趨向於高度並聯，而電腦則趨向於串聯而較少並聯。人腦還有一個特點，當出現故障時它具有自動補償的功能，即腦細胞之間可以互相頂替，在腦細胞損傷十分之一時，“機器”仍能照常運轉。電腦卻不具備這樣的功能，它的“細胞”分工專一，如磁蕊只能用作記憶，不能移作別用。

人腦的這些優點，爲未來的電腦提供了活的樣板。爲了探索未來電腦和智慧型機器人的雛形，模糊數學這門新學科便應運而生。

§ 1-3 隨機性與模糊性

精確性

我們知道，當代機器人的智力只相當於人類 2~3 歲的水準，若要實現相當於成年人的智能機器人——就是要使機器人不僅能代替人類的體力勞動，而且要能代替人類的腦力勞動，那就必須依賴於科學技術的新突破，其中一個首要問題，就是如何將人類思維和語言建立起數學模型。

精確性，確是經典數學的一大特點。我們利用經典數學所取得的成就，可以將力學、熱力學、電磁學的基本規律，表示為相應的微分方程式，然後用電子計算機求解。我們知道，變量之間的互相依賴關係叫做函數關係。但是，有時容易表達的，倒並不是一個變量對另一個變量的函數依賴關係，而是一個變量相對於另一個變量的變化率——這種變化率在數學上叫做導函數。例如運動質點的位置對時間的變化率就是加速度等等。牛頓第二定律便是說物體運動的速度對時間的變化率與加在該物體上的力成正比，並且方向一致。通常我們往往要求出運動質點的位置對時間的依賴關係——即運動軌道，而牛頓運動定律所表達的只是速度對時間的變化率（即加速度，也就是位置對時間的二階導數）與力之間的

關係，從而使方程中出現的不是表達位置的那些變量，而是這些變量的一階與二階導數——這樣的方程就叫做微分方程。如果還知道在某一確定時刻運動質點的位置，那麼由上述微分方程就可以解出表達位置對時間依賴關係的那個函數來。這一類現象，從現象在某一時刻的狀態（叫做初始狀態）就可以斷定在以後的任意時刻的狀態，我們就把它稱為確定性現象。經典數學最成功的例子之一，便是根據萬有引力定律推導出行星環繞太陽運行的軌道來。正是由於這樣的推算，使人們發現了海王星。有一個時期，有些科學家對微分方程愛好到迷信、崇拜的程度，如為一切自然現象都可以用微分方程來加以描述。甚至想尋找能描述一切自然現象的統一的微分方程式。當然，這種思想的產生與當時機械唯物論的流行是分不開的。

但實際上問題並不那樣簡單，現實世界要複雜得多。對於隨機現象、模糊現象來說，傳統的微分方程就顯得無能為力了，因此，經典數學終於被突破，產生了隨機數學和模糊數學。

隨機性

在有些現象中，由於因素衆多，相應的微分方程將要包括很多已知和未知的度量，列出它們往往很困難，