



普通高等教育“十二五”规划教材  
电子信息科学与工程类专业规划教材



# 数字信号处理 (第2版)

赵春晖 陈立伟  
马惠珠 万 建 编著



电子工业出版社  
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY  
<http://www.phei.com.cn>

普通高等教育“十二五”规划教材  
电子信息科学与工程类专业规划教材

# 数字信号处理

## (第2版)

赵春晖 陈立伟 编著  
马惠珠 万 建

电子工业出版社  
Publishing House of Electronics Industry  
北京 · BEIJING

## 内 容 简 介

本书主要介绍数字信号处理的基本理论、基本概念和基本分析方法。全书共分两部分。第一部分为理论篇，共 9 章。第 0 章主要介绍数字信号处理的基本概念和特点，以及数字信号处理系统的基本组成和应用领域；第 1 章介绍离散时间信号与系统的基本知识；第 2 章讲述  $z$  变换，给出了  $z$  变换的定义和基本性质；第 3 章讲述离散傅里叶变换；第 4 章介绍快速傅里叶变换；第 5 章介绍数字滤波器的基本结构；第 6 章讲述无限长单位脉冲响应(IIR)数字滤波器的设计方法；第 7 章讲述有限长单位脉冲响应(FIR)数字滤波器的设计方法；第 8 章介绍多采样率数字信号处理的基本理论和方法。第二部分为实践篇，共给出 7 个仿真实验，每个实验包括实验目的、实验原理和实验内容，并提供一些程序范例。附录部分给出了各章的习题参考答案。

本书可作为电子与信息类专业(包括电子信息工程、通信工程、电子科学与技术等专业)本科生的教材或参考书，也可作为相关专业领域工程技术人员的参考资料。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究。

### 图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理 / 赵春晖等编著. —2 版. —北京：电子工业出版社，2011.4

电子信息科学与工程类专业规划教材

ISBN 978-7-121-13300-8

I. ①数… II. ①赵… III. ①数字信号处理—高等学校—教材 IV. ①TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 063629 号

策划编辑：马 岚

责任编辑：马 岚 特约编辑：马爱文

印 刷：涿州市京南印刷厂

装 订：涿州市桃园装订有限公司

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编：100036

开 本：787×1092 1/16 印张：17.5 字数：448 千字

印 次：2011 年 4 月第 1 次印刷

印 数：4000 册 定价：32.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，  
联系及邮购电话：(010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 [zlts@phei.com.cn](mailto:zlts@phei.com.cn)，盗版侵权举报请发邮件至 [dbqq@phei.com.cn](mailto:dbqq@phei.com.cn)。

服务热线：(010) 88258888。

# 前　　言

信号与信息处理是信息科学的主要学科之一，数字信号处理则是信号与信息处理及一系列相关学科的重要基础。自 20 世纪 70 年代以来，随着其理论与技术的迅猛发展，数字信号处理在当今信息社会中获得了广泛应用并产生了巨大影响。“数字信号处理”不仅成为高等院校电子类和通信类专业本科阶段的一门重要专业基础课，也是其他如自动控制类和机械类专业的一门必修课。

本书第一版于 2008 年由电子工业出版社出版；为了适应数字信号处理新理论和技术的发展，编者在研究国内外最新同类教材的基础上，结合第一版教材的使用情况，重新编写了本教材。新版教材的主要特点如下：

(1) 删减了原教材中第 8 章数字信号处理中的有限字长效应和第 9 章数字信号处理的硬件实现，增补了多采样率数字信号处理一章，这部分内容反映了数字处理技术的最新发展。

(2) 增加了数字信号处理的实践内容，给出 7 个仿真实验范例。通过上机实验，可进一步加深对数字信号处理基本理论、概念和方法的理解和掌握。

(3) 为便于读者的学习，每一章增加了内容提要，并补充了一些例题，书后给出了各章习题的参考答案。

本书的结构和内容大致安排如下。第 0 章主要介绍数字信号处理的基本概念和特点，以及数字信号处理系统的基本组成和应用领域；第 1 章介绍离散时间信号与系统的基本知识，是本书的理论基础；第 2 章讲述  $z$  变换，给出  $z$  变换的定义和基本性质，它是分析离散时间信号与系统的一种主要理论工具；第 3 章讲述离散傅里叶变换，包括周期序列的离散傅里叶级数(DFS)和有限长序列的离散傅里叶变换(DFT)，介绍频域采样的基本知识；第 4 章介绍快速傅里叶变换，包括按时间抽选(DIT)的基-2FFT 算法和按频率抽选(DIF)的基-2FFT 算法，以及线性调频  $z$  变换(Chirp- $z$  变换)算法；第 5 章介绍数字滤波器的基本结构；第 6 章讲述无限长单位脉冲响应(IIR)数字滤波器的设计方法，包括脉冲响应不变法和双线性变换法，以及原型变换；第 7 章讲述有限长单位脉冲响应(FIR)数字滤波器的设计方法，包括窗函数法和频率采样设计法；第 8 章介绍多采样率数字信号处理的基本理论和方法。实验部分给出 7 个仿真实验。附录部分给出了各章的习题参考答案。

本书参考教学时数为 48~56 学时，标有“\*”的章节为选学内容。任课教师可根据具体情况选择使用。

本书是哈尔滨工程大学省级精品课程“数字信号处理”的选用教材。为了配合课程教学辅导，建立了相应的“数字信号处理”精品课程网站(<http://jpkc.hrbeu.edu.cn/yhxjzong.asp>)，提供了丰富的教学资源和学习辅导资料。

本书编写人员及所负责内容为：赵春晖(第 0 章至第 2 章)、陈立伟(第 3 章、第 4 章和第 8 章)、马惠珠(第 5 章至第 7 章)、万建(实验)，全书由赵春晖统稿。本书的编写和出版得到了电子工业出版社和哈尔滨工程大学信息与通信工程学院等单位的大力支持和帮助，在此表示真诚谢意。由于作者的学识有限，书中难免有错误和不妥之处，欢迎读者批评指正。

作　　者

2011 年 1 月

# 目 录

## 第一部分 理 论 篇

|                               |      |
|-------------------------------|------|
| <b>第0章 绪论 .....</b>           | (2)  |
| 0.1 信号、系统与信号处理 .....          | (2)  |
| 0.2 数字信号处理系统的基本组成 .....       | (3)  |
| 0.3 数字信号处理的特点 .....           | (5)  |
| 0.4 数字信号处理的应用 .....           | (6)  |
| <b>第1章 离散时间信号与系统 .....</b>    | (7)  |
| 1.1 引言 .....                  | (7)  |
| 1.2 离散时间信号-序列 .....           | (7)  |
| 1.2.1 几种常用的典型序列 .....         | (8)  |
| 1.2.2 序列的运算 .....             | (10) |
| 1.2.3 序列的周期性 .....            | (13) |
| 1.2.4 用单位脉冲序列来表示任意序列 .....    | (15) |
| 1.2.5 序列的能量 .....             | (15) |
| 1.3 连续时间信号的采样 .....           | (16) |
| 1.3.1 理想采样 .....              | (16) |
| 1.3.2 理想采样信号的频谱 .....         | (17) |
| 1.3.3 采样的恢复 .....             | (20) |
| 1.3.4 由采样信号序列重构带限信号 .....     | (21) |
| 1.4 离散时间系统的时域分析 .....         | (22) |
| 1.4.1 线性系统 .....              | (22) |
| 1.4.2 时不变系统 .....             | (23) |
| 1.4.3 单位脉冲响应与系统的输入输出关系 .....  | (23) |
| 1.4.4 线性时不变系统的性质 .....        | (24) |
| 1.4.5 因果系统 .....              | (24) |
| 1.4.6 稳定系统 .....              | (25) |
| 1.5 常系数线性差分方程 .....           | (26) |
| 1.6 实例分析——语音信号基音周期轨迹的平滑 ..... | (28) |
| 本章提要 .....                    | (30) |
| 习题 .....                      | (30) |
| <b>第2章 z 变换 .....</b>         | (32) |
| 2.1 引言 .....                  | (32) |
| 2.2 z 变换的定义和典型序列的 z 变换 .....  | (32) |

|            |                         |      |
|------------|-------------------------|------|
| 2.2.1      | $z$ 变换的定义               | (32) |
| 2.2.2      | 对 $z$ 变换式的理解            | (33) |
| 2.2.3      | 典型序列的 $z$ 变换            | (33) |
| 2.3        | $z$ 变换的收敛域              | (35) |
| 2.3.1      | 收敛域的定义                  | (35) |
| 2.3.2      | 两种判定法                   | (36) |
| 2.4        | $z$ 逆变换                 | (40) |
| 2.4.1      | 围线积分法(留数法)              | (41) |
| 2.4.2      | 部分分式展开法                 | (42) |
| 2.4.3      | 幂级数展开法(长除法)             | (44) |
| 2.5        | $z$ 变换的基本性质             | (45) |
| 2.6        | 拉普拉斯变换、傅里叶变换与 $z$ 变换    | (56) |
| 2.6.1      | 拉普拉斯变换与 $z$ 变换          | (56) |
| 2.6.2      | 连续时间信号的傅里叶变换与序列的 $z$ 变换 | (58) |
| 2.6.3      | 数字频率与频谱                 | (58) |
| 2.7        | 系统函数                    | (61) |
| 2.7.1      | 因果系统                    | (62) |
| 2.7.2      | 稳定系统                    | (62) |
| 2.7.3      | 因果稳定系统                  | (62) |
| 2.7.4      | 系统函数和差分方程的关系            | (62) |
| 2.7.5      | 系统的频率响应                 | (63) |
| 2.7.6      | 频率响应的几何确定法              | (66) |
| 2.7.7      | FIR 系统与 IIR 系统          | (70) |
| 本章提要       |                         | (71) |
| 习题         |                         | (71) |
| <b>第3章</b> | <b>离散傅里叶变换</b>          | (74) |
| 3.1        | 引言                      | (74) |
| 3.2        | 周期序列的离散傅里叶级数            | (75) |
| 3.3        | 离散傅里叶级数的性质              | (77) |
| 3.3.1      | 线性                      | (77) |
| 3.3.2      | 序列的移位                   | (77) |
| 3.3.3      | 周期卷积和                   | (78) |
| 3.4        | 有限长序列离散傅里叶变换(DFT)       | (80) |
| 3.4.1      | DFT 的定义                 | (80) |
| 3.4.2      | DFT 与 DTFT、 $z$ 变换的关系   | (83) |
| 3.5        | 离散傅里叶变换(DFT)的性质         | (85) |
| 3.5.1      | 线性                      | (85) |
| 3.5.2      | 圆周移位                    | (86) |
| 3.5.3      | 圆周卷积                    | (87) |

|                                       |       |
|---------------------------------------|-------|
| 3.5.4 有限长序列的线性卷积与圆周卷积                 | (89)  |
| 3.5.5 共轭对称性                           | (92)  |
| 3.5.6 DFT 形式下的帕塞瓦尔定理                  | (94)  |
| <b>3.6 频域采样</b>                       | (95)  |
| 3.6.1 频域采样                            | (95)  |
| 3.6.2 内插公式                            | (96)  |
| <b>3.7 DFT 实例分析</b>                   | (97)  |
| 3.7.1 信号消噪                            | (97)  |
| 3.7.2 信号的频域分析                         | (98)  |
| <b>本章提要</b>                           | (99)  |
| <b>习题</b>                             | (100) |
| <b>第 4 章 快速傅里叶变换</b>                  | (102) |
| 4.1 引言                                | (102) |
| 4.2 直接计算 DFT 的问题及改进的途径                | (102) |
| 4.2.1 DFT 的运算量                        | (102) |
| 4.2.2 减少运算量的途径                        | (103) |
| 4.3 按时间抽选的基-2 FFT 算法(Cooley-Tukey 算法) | (103) |
| 4.3.1 算法原理                            | (103) |
| 4.3.2 运算量                             | (108) |
| 4.3.3 按时间抽选的 FFT 算法的特点                | (108) |
| 4.4 按频率抽选的基-2 FFT 算法(Sande-Tukey 算法)  | (111) |
| 4.4.1 算法原理                            | (111) |
| 4.4.2 按频率抽选的 FFT 算法的特点                | (113) |
| 4.4.3 按频率抽选法与按时间抽选法的异同                | (114) |
| 4.5 离散傅里叶反变换的快速计算方法                   | (114) |
| *4.6 线性调频 $z$ 变换算法                    | (115) |
| 4.6.1 CZT 变换算法原理                      | (116) |
| 4.6.2 CZT 变换的实现步骤                     | (118) |
| 4.6.3 CZT 变换算法的运算量估算                  | (119) |
| 4.7 FFT 实例分析                          | (120) |
| 4.7.1 利用 FFT 分析时域连续信号频谱               | (120) |
| 4.7.2 线性卷积和线性相关的 FFT 算法               | (125) |
| <b>本章提要</b>                           | (131) |
| <b>习题</b>                             | (131) |
| <b>第 5 章 数字滤波器的基本结构</b>               | (133) |
| 5.1 数字滤波器的结构特点与表示方法                   | (133) |
| 5.2 无限长单位脉冲响应(IIR)滤波器的基本结构            | (134) |
| 5.2.1 直接 I 型                          | (135) |
| 5.2.2 直接 II 型(典范型)                    | (135) |

|   |              |
|---|--------------|
| 5.2.3 级联型 .....                         | (136)        |
| 5.2.4 并联型 .....                         | (137)        |
| <b>5.3 有限长单位脉冲响应(FIR)滤波器的基本结构 .....</b> | <b>(138)</b> |
| 5.3.1 横截型(卷积型和直接型) .....                | (139)        |
| 5.3.2 级联型 .....                         | (139)        |
| 5.3.3 频率采样型 .....                       | (140)        |
| 5.3.4 快速卷积结构 .....                      | (144)        |
| <b>本章提要 .....</b>                       | <b>(145)</b> |
| <b>习题 .....</b>                         | <b>(145)</b> |
| <b>第 6 章 无限长单位脉冲响应数字滤波器的设计方法 .....</b>  | <b>(147)</b> |
| <b>6.1 引言 .....</b>                     | <b>(147)</b> |
| <b>*6.2 常用模拟低通滤波器的设计方法 .....</b>        | <b>(150)</b> |
| 6.2.1 由幅度平方函数来确定系统函数 .....              | (151)        |
| 6.2.2 巴特沃思低通逼近 .....                    | (151)        |
| 6.2.3 切比雪夫低通逼近 .....                    | (155)        |
| <b>6.3 脉冲响应不变法设计 IIR 数字滤波器 .....</b>    | <b>(158)</b> |
| 6.3.1 变换原理 .....                        | (158)        |
| 6.3.2 混叠失真 .....                        | (159)        |
| 6.3.3 模拟滤波器的数字化方法 .....                 | (159)        |
| 6.3.4 优缺点 .....                         | (161)        |
| <b>6.4 双线性变换法设计 IIR 数字滤波器 .....</b>     | <b>(161)</b> |
| 6.4.1 变换原理 .....                        | (161)        |
| 6.4.2 变换常数 $c$ 的选择 .....                | (162)        |
| 6.4.3 逼近的情况 .....                       | (163)        |
| 6.4.4 优缺点 .....                         | (164)        |
| 6.4.5 模拟滤波器的数字化方法 .....                 | (165)        |
| <b>*6.5 原型变换 .....</b>                  | <b>(166)</b> |
| 6.5.1 低通变换 .....                        | (166)        |
| 6.5.2 高通变换 .....                        | (168)        |
| 6.5.3 带通变换 .....                        | (171)        |
| 6.5.4 带阻变换 .....                        | (174)        |
| <b>6.6 实例分析——数字陷波器 .....</b>            | <b>(176)</b> |
| <b>本章提要 .....</b>                       | <b>(178)</b> |
| <b>习题 .....</b>                         | <b>(178)</b> |
| <b>第 7 章 有限长单位脉冲响应数字滤波器的设计方法 .....</b>  | <b>(180)</b> |
| <b>7.1 引言 .....</b>                     | <b>(180)</b> |
| <b>7.2 线性相位 FIR 滤波器的特点 .....</b>        | <b>(180)</b> |
| 7.2.1 线性相位条件 .....                      | (180)        |
| 7.2.2 线性相位 FIR 滤波器频率响应的特点 .....         | (182)        |

|              |                               |              |
|--------------|-------------------------------|--------------|
| 7.2.3        | 幅度函数的特点 .....                 | (184)        |
| 7.2.4        | 零点位置 .....                    | (187)        |
| 7.3          | 窗函数法设计 FIR 数字滤波器 .....        | (189)        |
| 7.3.1        | 设计方法 .....                    | (189)        |
| 7.3.2        | 各种窗函数 .....                   | (193)        |
| 7.3.3        | 窗函数法的设计步骤 .....               | (199)        |
| 7.3.4        | 窗函数法计算中的主要问题 .....            | (200)        |
| 7.4          | 用频率采样设计法设计 FIR 数字滤波器 .....    | (201)        |
| 7.4.1        | 线性相位的约束 .....                 | (202)        |
| 7.4.2        | 频率采样的两种方法 .....               | (203)        |
| 7.4.3        | 逼近误差及其改进措施 .....              | (205)        |
| 7.5          | IIR 和 FIR 数字滤波器的比较 .....      | (206)        |
| 本章提要         | .....                         | (207)        |
| 习题           | .....                         | (208)        |
| <b>第 8 章</b> | <b>多采样率数字信号处理 .....</b>       | <b>(210)</b> |
| 8.1          | 信号的整数倍抽取 .....                | (210)        |
| 8.2          | 信号的整数倍内插 .....                | (214)        |
| 8.3          | 抽取与插值的结合——采样率按 $L/M$ 变化 ..... | (216)        |
| 8.4          | 采样率转换技术的应用 .....              | (219)        |
| 8.5          | 信号的多相表示 .....                 | (220)        |
| 8.6          | 抽取和插值的滤波器实现 .....             | (221)        |
| 8.6.1        | 抽取的滤波器实现 .....                | (221)        |
| 8.6.2        | 插值的滤波器实现 .....                | (223)        |
| 8.6.3        | 抽取和插值相结合的滤波器实现 .....          | (223)        |
| 8.7          | 数字滤波器组 .....                  | (225)        |
| 8.8          | 正交镜像滤波器组 (QMF) .....          | (227)        |
| 8.9          | 树状结构滤波器组 .....                | (227)        |
| 本章提要         | .....                         | (229)        |
| 习题           | .....                         | (229)        |

## 第二部分 实 践 篇

|             |                                |              |
|-------------|--------------------------------|--------------|
| <b>实验一</b>  | <b>离散时间信号与系统 .....</b>         | <b>(232)</b> |
| <b>实验二</b>  | <b><math>z</math> 变换 .....</b> | <b>(234)</b> |
| <b>实验三</b>  | <b>快速傅里叶变换 .....</b>           | <b>(238)</b> |
| <b>实验四</b>  | <b>数字滤波器的基本结构 .....</b>        | <b>(240)</b> |
| <b>实验五</b>  | <b>IIR 数字滤波器的设计 .....</b>      | <b>(246)</b> |
| <b>实验六</b>  | <b>用窗函数法设计 FIR 数字滤波器 .....</b> | <b>(251)</b> |
| <b>实验七</b>  | <b>多采样率数字信号处理 .....</b>        | <b>(254)</b> |
| <b>附录 A</b> | <b>习题参考答案 .....</b>            | <b>(258)</b> |
| <b>参考文献</b> | <b>.....</b>                   | <b>(269)</b> |

# 第一部分 理 论 篇

- 第 0 章 绪论
- 第 1 章 离散时间信号与系统
- 第 2 章  $z$  变换
- 第 3 章 离散傅里叶变换
- 第 4 章 快速傅里叶变换
- 第 5 章 数字滤波器的基本结构
- 第 6 章 无限长单位脉冲响应数字滤波器的设计方法
- 第 7 章 有限长单位脉冲响应数字滤波器的设计方法
- 第 8 章 多采样率数字信号处理

# 第0章 緒論

数字信号处理是研究如何用数字或符号序列来表示信号以及对这些序列进行处理的一门学科。处理的目的可以是估计信号的特征参数，也可以是把信号变换为某种更符合需要的形式。例如，通过分析和运算，可以估计脑电图或心电图中的某种特征参数，帮助医生查找病因和分析病情的程度，确定合理的治疗方案。数字信号处理起源于17世纪和18世纪的数学，它所采用的各种方法及种种应用已有悠久的历史。但是，它又像数字计算机和集成电路那样，以崭新的面貌出现于世，在生物医学工程、声学、雷达、地层学、语音通信、数据通信、核科学等许多领域充分显示其重要作用。

## 0.1 信号、系统与信号处理

人们相互问候、发布新闻、传播图像或者传递数据，其目的都是要把某些消息借一定形式的信号传送出去。信号是消息的表现形式，消息则是信号的具体内容。

很久以来，人们曾寻求各种方法，以实现信号的传输。例如，我国古代借助烽火来传递边疆警报，人们借助于声音和文字信号表达自己的思想和感情，医学工作者用生物电信号描述人体器官的功能，经济学者用经济统计数据评价和预测社会经济的发展等。

同一种信号可以从不同角度进行分类。

(1) 确定性信号与随机信号：对于指定的某一时刻  $t$ ，除若干不连续点外，可确定一相应的函数值  $f(t)$ ，这样的信号是确定信号。例如正弦信号。但是实际传输的信号往往具有未可预知的不确定性，这种信号称为随机信号或不确定信号。

(2) 周期信号与非周期信号：若信号满足  $x(t) = x(t + kT)$ ， $k$  为整数，或  $x(n) = x(n + kN)$ ， $N$  为正整数， $k, n + kN$  为任意整数，则  $x(t)$  和  $x(n)$  都是周期信号，周期分别为  $T$  和  $N$ ，否则就是非周期信号。

(3) 能量信号和功率信号：若信号能量  $E$  有限，则称为能量信号。若信号平均功率  $P$  有限，则称为功率信号，这种信号的总能量一般趋于无穷。周期信号及随机信号一般是功率信号，而非周期的绝对可积(和)信号一般是能量信号。

(4) 一维信号与多维信号：信号的变量可以是时间，也可以是频率、空间或其他的物理量。若信号是一个变量(如时间)的函数，则称为一维信号；若信号是两个变量(如空间坐标  $x, y$ )的函数，则称为二维信号；推而广之，若信号是多个(如  $M$  个， $M \geq 2$ )变量的函数，则称为多维( $M$  维)信号。若信号表示成  $M$  维的矢量

$$\mathbf{x} = [x_1(n), x_2(n), \dots, x_M(n)]^T$$

则称  $\mathbf{x}$  是一个  $M$  维的矢量信号。

(5) 连续时间信号与离散时间信号：按照时间函数取值的连续性和离散性，可将信号划分为连续时间信号和离散时间信号(简称为连续信号与离散信号)。

连续时间信号在其存在的时间范围内，任意时刻都有定义(即都可以给出确定的函数值，可以有有限个间断点)。用  $t$  表示连续时间变量。离散时间信号在时间上是离散的，只在某些

不连续的规定瞬时给出函数值，其他时间没有定义。用  $n$  表示离散时间变量。图 0.1 给出了连续时间信号和离散时间信号的示例。

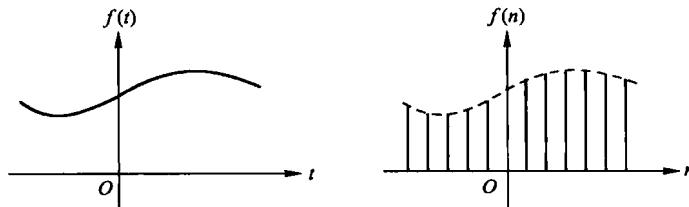


图 0.1 连续时间信号和离散时间信号示例

如果离散时间信号的幅值是连续的，则又可以称为采样信号。另一种情况是，离散时间信号的幅值被限定为某些离散值，即时间与幅度取值都具有离散性，这种信号又称为数字信号。时间和幅值取值都是连续的连续时间信号又可以称为模拟信号。图 0.2 给出了三种形式信号的示例。

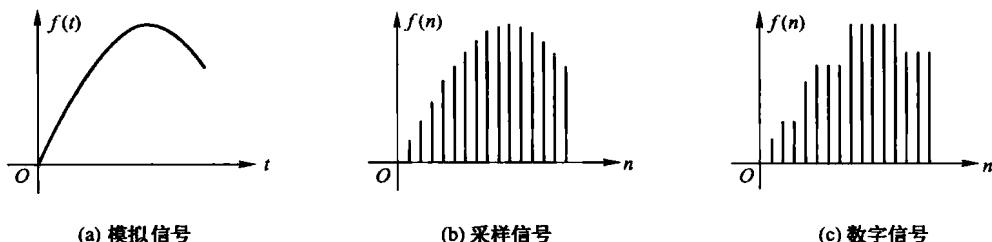


图 0.2 模拟信号、采样信号与数字信号

系统是由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体。其本质是对输入信号进行处理，并将处理后的信号作为系统的输出，这种输出也称为系统的响应。例如，计算机的显示系统、太阳系、通信系统、控制系统、经济系统、生态系统等。图 0.3 给出了一个通信系统的例子。

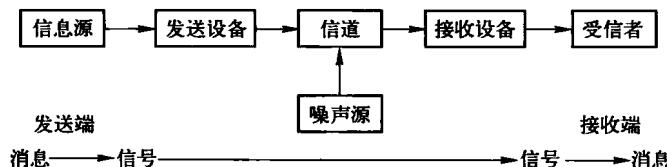


图 0.3 通信系统

信号处理是指对信号的某种加工或变换。加工变换的目的是：削弱信号中的多余内容；滤除混杂的噪声和干扰；或者将信号变成容易分析与识别的形式，便于估计和选择它的特征参数。

## 0.2 数字信号处理系统的基本组成

为了对“数字信号处理”有一个大致的轮廓概念，我们先从模拟信号的数字化处理入手。图 0.4 表示了这样的一个系统的方框图。图 0.5 给出了图 0.4 中各有关信号的波形。此系统首

先把模拟信号变换为数字信号，然后利用数字技术进行处理，最后再还原成模拟信号。输入信号  $x_a(t)$  先经过前置滤波器，将  $x_a(t)$  中高于某一频率(折叠频率，等于采样频率的一半)的分量滤除。然后在模(拟)数(字)变换器(A/D 变换器)中每隔  $T$  秒(采样周期)取出一次  $x_a(t)$  的幅度，采样后的信号称为离散时间信号，它只表示一些离散时间点  $0, T, 2T, \dots, nT, \dots$  上的信号值  $x_a(0), x_a(T), \dots, x_a(nT), \dots$ ，如图 0.5(b) 所示，采样过程即是对模拟信号的时间离散化的过程；随之在 A/D 变换器的保持电路中将采样信号变成数字信号，因为一般采用有限位二进制码，所以它所表示的信号幅度是有限的，例如 8 位码，只能表示  $2^8 = 256$  种不同的信号幅度，这些幅度称为量化电平(当离散时间信号幅度与量化电平不相同时，就要以最接近的一个量化电平来近似它)。所以经 A/D 变换后，不但时间离散化了，而且幅度也量化了，这种信号就称为数字信号，它是数的序列，我们用  $x(n)$  来代表输入信号数字化后的序列，自变量  $n$  是整型变量，表示这个数在序列中的次序，为了形象起见，用一个垂直线段来表示  $x(n)$  的数值大小，如图 0.5(c) 所示。随后，数字信号序列  $x(n)$  通过数字信号处理系统的核心部分，即数字信号处理器，按照预定的要求进行加工处理，得到输出数字信号  $y(n)$ ，如图 0.5(d) 所示。再接下来， $y(n)$  通过数(字)模(拟)(D/A)变换器，将数字信号序列反过来变成模拟信号，这些信号在时间点  $0, T, 2T, \dots, nT, \dots$  上的幅度应等于序列  $y(n)$  中相应数码所代表的数值大小。最后还要通过一个模拟滤波器，滤除不需要的高频分量，平滑成所需的模拟输出信号  $y_a(t)$ ，如图 0.5(e) 所示。

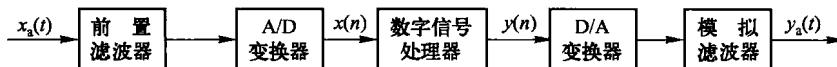


图 0.4 采样信号数字处理系统

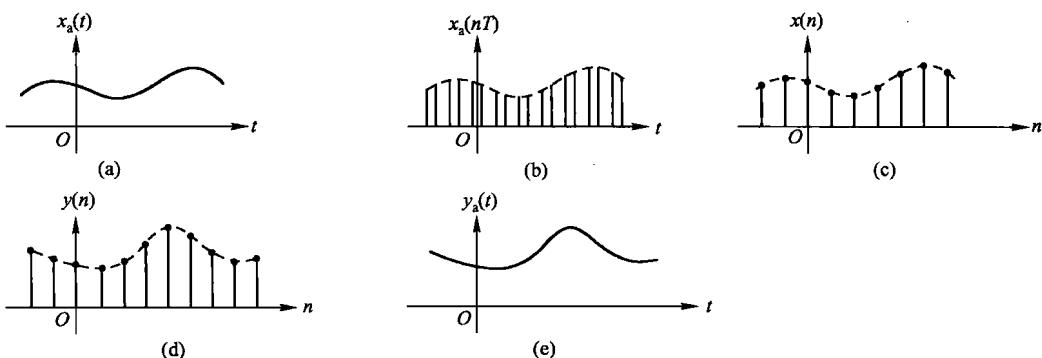


图 0.5 采样信号数字处理系统信号波形

图 0.4 所表示的是模拟信号数字处理系统的方框图，实际的系统并不一定要包括它的所有功能模块。例如，有些系统只需数字输出，可直接以数字形式显示或打印，就不需要 D/A 变换器；另一些系统的输入就是数字量，因而就不需要 A/D 变换器；纯数字系统则只需要数字信号处理器这一核心部分就行了。

图 0.4 中的数字信号处理器可以是数字计算机或微处理器，通过软件编程对输入信号进行预期的处理，这是一种软件实现方法。另一种方法是用基本的数字硬件组成专用处理器或用专用数字信号处理芯片作为数字信号处理器，这种方法的优点是可以进行实时处理，但是由于是专用的，因而只能完成某一具体的加工处理，而不能完成其他类的加工处理，这是它

的缺点。第三种数字信号处理器就是现在最为流行的通用数字信号处理芯片，它是专为信号处理设计的芯片，有专门执行信号处理算法的硬件，例如乘法累加器、流水线工作方式、并行处理、多总线、位翻转(倒位序)硬件等，并有专为信号处理用的指令。采用信号处理器既有实时的优点，又有用软件实现的多用性优点，是一种重要的数字信号处理实现方法。实际上，由于近年来信息技术的快速发展，数字信号处理芯片已经应用到各个领域中了。

### 0.3 数字信号处理的特点

与模拟系统相比，数字系统具有如下的一些突出优点。

(1) 精度高：在模拟网络中，元器件精度要达到 $10^{-3}$ 以上已经不容易了，而数字系统 17 位字长可以达到 $10^{-5}$ 的精度，这是很平常的。因此，在很多高精密的系统及其测量中，数字技术是很有效的工具。甚至有时只有采用数字技术，才能达到精度的要求。

(2) 可靠性高：模拟系统中各种参数都有一定的温度系数，都随环境条件的变化而变化，并且容易出现感应、杂散效应甚至振荡等。而数字系统受这些因素的影响要小得多。

(3) 灵活性高：一个数字系统的性能主要是由乘法器的各系数决定的，而这些系数是存放在系统存储器中的，只要对这些存储器输入不同的数据，就可以随时改变系统的参数，从而得到不同的系统。

数字系统的一个较大优点是能利用一套计算设备同时处理几路独立的信号，这就是“时分复用”的应用，如图 0.6 所示，当各路输入信号同时输入序列值时，同步系统控制它们在时间上前后错开，并依次进入处理器，处理器在算完一路的结果以后，再算第二路的结果，在各路输入信号输入第二个序列值以前，处理器已经将各路信号算完一遍，并将结果送给了各路输出。因此，对于每一路信道来说，都好像是单独占用着处理器一样。处理器的运算速度越高，它所能同时处理的信道也越多，因而功能也越灵活。

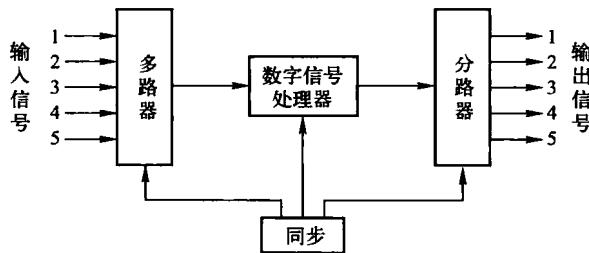


图 0.6 时分多路复用系统

(4) 容易大规模集成：由于数字部件具有高度规范性，便于大规模集成、大规模生产，而对电路参数要求不严，故产品成品率高。尤其是对于低频信号，例如，地震波分析需要过滤几赫到几十赫的信号，用模拟网络处理时，电感器和电容器的数值、体积和重量都非常大，性能也达不到要求。而数字信号处理系统在这个频率却非常优越。

(5) 可以获得高性能指标：例如，对信号进行频谱分析，模拟频谱仪在频率低端只能分析到 10 Hz 以上的频率，且难以做到高分辨率(足够窄的带宽)；但在数字谱分析中，已能做到  $10^{-3}$  Hz 的谱分析。又如，有限长单位脉冲响应数字滤波器可实现准确的线性相位特性，这在模拟系统中是很难达到的。

(6) 二维与多维处理：利用庞大的存储单元可以存储一帧或数帧图像信号，实现二维甚至多维信号的处理，包括二维或多维滤波、二维或多维谱分析等。

数字信号处理也有自己的缺点。目前，一般来说，数字系统的速度还不算高，因而还不能处理很高频率的信号，用微型计算机进行软件处理更是如此。另外，微处理器(比如数字滤波器)的硬件结构还比较复杂，价格昂贵。但是随着大规模集成电路的发展，这些问题将越来越不重要了。

## 0.4 数字信号处理的应用

数字信号处理系统由于数字计算机的应用而得到广泛使用。数字信号处理技术已广泛应用于数字通信、电子测量、遥感遥测、生物医学工程，以及数字图像处理、震动分析等领域。

(1) 滤波：滤波是现代数字信号处理的重要研究内容，在信号分析、图像处理、模式识别、自动控制等领域得到了广泛应用。

(2) 通信：数字信号处理在通信领域中发挥着非常重要的作用，尤其是在蜂窝电话、数字调制解调器和视频音频传输技术方面。包括自适应差分脉码调制、自适应脉码调制、差分脉码调制、增量调制、自适应均衡、数字公用交换、信道复用、移动电话、调制解调器、数据或数字信号的加密、扩频技术、通信制式的转换、卫星通信、TDMA/FDMA/CDMA 等各种通信制式、软件无线电等。

(3) 语音、语言：包括语音邮件、语音编码、数字录音系统、语音识别、语音合成、语音增强、文本语音变换等。

(4) 图像、图形：包括图像压缩、图像增强、图像复原、图像重建、图像变换、图像分割、图像校正、边缘检测、计算机视觉等。

(5) 消费电子：包括数字电视、移动媒体、数字音频、音乐合成器、电子玩具和游戏、CD/VCD/DVD 播放机、数字留言/应答机、汽车电子装置等。

(6) 仪器：包括频谱分析仪、函数发生器、地震信号处理器、瞬态分析仪、锁相环、模式匹配等。

(7) 工业控制与自动化：包括机器人控制、激光打印机控制、自动机、电力线监视器、计算机辅助制造、引擎控制、自适应驾驶控制等。

(8) 医疗：包括健康助理、远程医疗、生物医学、计算机辅助诊断、病人监视、超声仪器、CT 扫描、核磁共振、助听器等。

(9) 军事：包括雷达处理、声呐处理、遥感遥测、导航、射频调制解调器、全球定位系统(GPS)、侦察卫星、航空航天测试、自适应波束形成、阵列天线信号处理等。

综上所述，数字信号处理是一门涉及众多学科又应用于众多领域的学科，它既有较完整的理论体系，又以最快的速度形成自己的产业。因此这一学科有着极其美好的发展前景，并将为国民经济的多个领域的发展做出自己的贡献。

# 第1章 离散时间信号与系统

## 1.1 引言

数字信号处理是应用计算机或通用数字信号处理设备将信号在数字域中计算处理(比如变换、压缩、滤波、估计等)，从而达到一定应用目的的学科。

信号通常是一个自变量或几个自变量的函数，如果仅有一个自变量，则为一维信号，如果有两个以上自变量，则为多维信号。关于信号的自变量，可以是时间、距离、温度、电压等多种形式。例如，语音信号可以表示为一个时间变量的函数，静止图像信号可以表示为两个空间变量的亮度函数。以时间为自变量的信号又可以根据其幅度和时间的连续与离散性，分为连续时间信号、离散时间信号和数字信号。本书仅研究以时间为自变量的一维离散时间信号处理的理论与技术。

系统的作用是将信号转换成某种符合要求的形式。根据系统输入和输出信号的不同，可分为连续时间系统、离散时间系统、数字系统及混合系统。本书仅研究输入和输出都是离散时间信号的离散时间系统。

本章主要讨论了时域离散信号的表示方法、典型信号、信号的运算、信号的性质，连续时间信号的采样、采样信号的频谱、采样定理，系统分类及系统性质、系统的输入输出描述法，常系数线性差分方程的求解等内容。

本章是全书的理论基础，读者应联系信号与系统课程的有关知识，认真学好这一章，为后续的深入学习做好准备。

## 1.2 离散时间信号——序列

离散时间信号只在离散时间上给出函数值，是时间上不连续的一个序列。它既可以是实数，也可以是复数。一个离散时间信号是一个整数值变量  $n$  的函数，表示为  $x(n)$  或  $\{x(n)\}$ 。尽管独立变量  $n$  不一定表示“时间”(例如， $n$  可以表示温度或距离)，但  $x(n)$  一般被认为是时间的函数。因为离散时间信号  $x(n)$  对于非整数值  $n$  是没有定义的，所以一个实值离散时间信号(即序列)可以用图形来描述，如图 1.1 所示。横轴虽为连续直线，但只在  $n$  为整数时才有意义。纵轴线段的长短代表各序列值的大小。

离散时间信号常常可以对模拟信号(如语音)进行等间隔采样而得到。例如，对于一个连续时间信号  $x_a(t)$ ，以每秒  $f_s=1/T$  个采样的速率采样而产生采样信号，它与  $x_a(t)$  的关系如下：

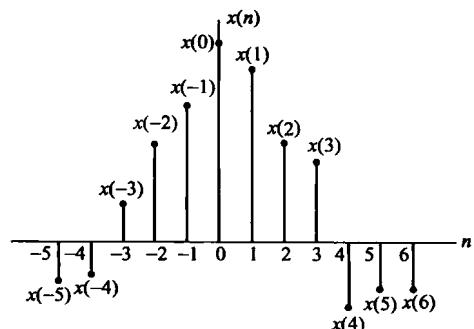


图 1.1 离散时间信号  $x(n)$  的图形表示

$$x(n) = x_a(t)|_{t=nT} = x_a(nT) \quad (1.1)$$

然而，并不是所有的离散时间信号都是这样获得的。一些信号可以认为是自然产生的离散时间序列，如每日股票市场价格、人口统计数和仓库库存量等。

### 1.2.1 几种常用的典型序列

#### 1. 单位脉冲序列(单位冲激序列, 单位采样序列) $\delta(n)$

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

这个序列只在  $n=0$  处有一个单位值 1，其余点上皆为 0，因此也称为“单位冲激序列”或“单位采样序列”。单位脉冲序列如图 1.2 所示。

这是最常用、最重要的一种序列，它在离散时间系统中的作用，类似于连续时间系统中的单位冲激函数  $\delta(t)$ 。但是，在连续时间系统中， $\delta(t)$  是  $t=0$  点脉宽趋于零，幅值趋于无限大，面积为 1 的信号，是极限概念的信号，并非任何现实的信号。而离散时间系统中的  $\delta(n)$ ，却完全是一个现实的序列，它的脉冲幅度是 1，是一个有限值。

#### 2. 单位阶跃序列 $u(n)$

$$u(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

如图 1.3 所示。它类似于连续时间信号与系统中的单位阶跃函数  $u(t)$ 。

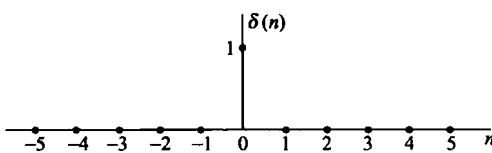


图 1.2  $\delta(n)$  序列

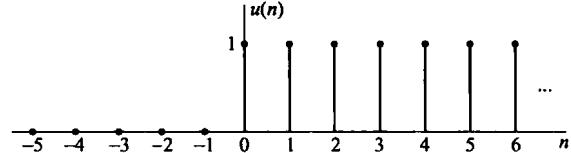


图 1.3  $u(n)$  序列

$\delta(n)$  和  $u(n)$  间的关系为

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1) \quad (1.4)$$

这就是  $u(n)$  的后向差分。而

$$u(n) = \sum_{m=0}^{\infty} \delta(n-m) = \delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) + \dots \quad (1.5)$$

令  $n-m=k$ ，代入式(1.5)可得

$$u(n) = \sum_{k=-\infty}^n \delta(k) \quad (1.6)$$

这里就用到了累加的概念。