

屈智炯  
刘恩龙

编著

# 土的塑性力学

(第二版)



科学出版社

# 土的塑性力学

(第二版)

屈智炯 刘恩龙 编著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书系统地介绍了土的塑性力学的基本概念、基础知识及最近进展。全书除绪论外共 12 章：应力与应变、黏性土的应力-应变特性、无黏性土的应力-应变特性、土的抗剪强度特性、土的屈服和破坏准则、土的状态边界面（帽子屈服面）、材料的应力-应变理论、土的弹性计算模型、土的弹塑性计算模型、结构性土的计算模型、土的高级计算模型和土的极限分析原理。其主要目的是为土木、水利、道桥、公路、建筑等各类建筑物的地基、土石坝及土工结构的应力-应变分析、沉降计算和稳定计算等方面应用弹塑性理论打下基础。

本书可作为高等院校和科研院所的土木、水利、建筑专业的研究生教材和高年级本科生的选修课教材，也可作为相关专业科研、工程技术人员的参考用书。

### 图书在版编目(CIP)数据

土的塑性力学/屈智炯,刘恩龙编著.—2 版.—北京:科学出版社,2011.9  
ISBN 978 - 7 - 03 - 032233 - 3

I. ①土… II. ①屈… ②刘… III. ①土力学:塑性力学 IV. ①TU43

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 176751 号

责任编辑:吴凡洁 张海娜 杨然/责任校对:张凤琴

责任印制:赵博/封面设计:陈敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

深 海 印 刷 有 限 责 任 公 司 印 刷

科 学 出 版 社 发 行 各 地 新 华 书 店 经 销

\*

1987 年 12 月 第一 版 开本:B5(720×1000)

2011 年 9 月 第二 版 印张:17 1/4

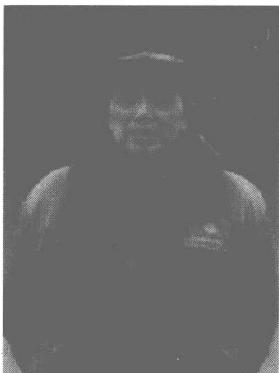
2011 年 9 月 第一 次 印 刷 字 数:324 000

印 数:1—2 500

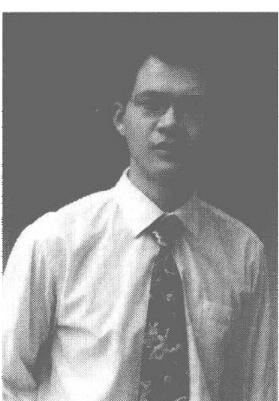
**定 价:60.00 元**

(如有印装质量问题,我社负责调换)

## 作者简介



屈智炯，男，1926 年生，四川荣昌人，1948 年本科毕业于西北工学院水利工程专业。四川大学水利水电学院教授，博士研究生导师。曾任中国水利学会、中国力学学会岩土力学专业委员会委员，《岩土工程学报》和《岩土工程师》编委，四川省成都市水利学会常务理事。长期从事岩土工程方面的教学和研究，参加编写的著作有《土壤力学地基及基础》、《土力学及岩石力学》、《石渣坝》、《土力学及基础工程名词》、《土力学》、《土的塑性力学》和《新型石渣坝》，在国内外学术期刊和学术会议上发表论文百余篇。1985 年获“六·五”科技公关奖，1986 年获四川省科技进步三等奖，1990 年获国家教育委员会授予从事高校科技工作四十年“成绩显著荣誉证书”，1993 年获“茅以升科技教育基金”土力学及基础工程提名奖，1995 年获国家教委科技进步三等奖及国家“七·五”科技进步一等奖等多项奖励。1993 年起享受政府特殊津贴。



刘恩龙，男，1976 年生，河南商丘人，1999 年本科毕业于西安建筑科技大学建筑工程专业，2006 年 1 月博士毕业于清华大学土木工程(岩土工程)专业，师从中国科学院院士沈珠江教授。四川大学水利水电学院副教授，硕士研究生导师，兼任中国土木工程学会土力学与岩土工程分会土的本构关系及强度理论专业委员会委员、中国振动工程学会土动力学分会理事和四川省振动工程学会理事。主要从事岩土工程方面的教学和研究，近年来在国际国内核心刊物和学术会议上发表论文 40 余篇，其中 SCI 收录 5 篇，EI 收录 30 余篇。

## 第二版前言

本书第一版于1987年12月出版,距今已有二十余年。作者在四川大学讲授岩土工程国家重点学科研究生的必修课“岩土塑性理论”时,意识到有必要把《土的塑性力学》进行再版,增加一些有关土的塑性力学方面的最新研究成果,希望能满足当前岩土工程专业研究生和水利、土木等建筑类专业高年级学生的教学需要以及有关科研、工程技术人员的自学要求。

本书保留了第一版的内容,并增加了部分反映土的塑性力学最新研究成果的章节。沿袭第一版的写作特点,本书偏重于基础理论的阐述,特别注意从土的特性不同于金属材料的概念入手。书中对土的应力-应变和强度特性与一般弹塑性理论作了简单介绍,对近代塑性理论在土力学领域中的应用和发展作了重点介绍,并增加了结构性土的计算模型、边界面模型、考虑温度的本构模型及考虑颗粒破碎的堆石料的本构模型等最新研究成果。各章的小结、章末的习题及答案,可以帮助读者自学。参考文献供读者了解研究发展方向和进一步学习运用。

本书由四川大学屈智炯教授和刘恩龙副教授编著。研究生罗开泰、覃燕林和胡万雨对本书做了相关的文字整理工作。

本书的出版得到了四川大学水利水电学院和四川省岩土工程重点实验室的大力支持,在此向他们表示衷心的感谢和致意。

由于著者水平有限,书中难免有不妥之处,希望读者多加指正。

作 者

2011年3月于川大园

## 第一版前言

1979年清华大学黄文熙教授发表了论文《土的弹性-塑性应力-应变模型理论》。为了使研究生能学习和运用这一新理论,我们编写了讲义《土的塑性力学》。1985年根据1981级、1982级及1984级三届研究生的使用情况、这门学科近年来的发展以及我们的科研成果,对原编讲义进行了修改和补充。为适应岩土工程专业研究生和水利、土木等建筑类高年级学生的教学需要以及有关科研、工程技术人员的自学要求,在修改稿的基础上,我们又根据1985级研究生再次使用的情况作了全面修改,最后完成本书。

本书偏重于基础理论的阐述,特别注意从土的特性不同于金属材料的概念入手。第二~四章介绍土的应力-应变、强度特性规律和影响的主要因素。第一、五~七章除介绍必需的一般弹性、塑性理论知识外,还重点叙述了近代塑性理论在土力学领域中的应用和发展,如土的屈服和破坏、流动规律和硬化规律、状态边界面和帽子模型理论等。这样能使读者更好地理解第八~十章土的计算模型和土的极限分析原理。各章的小结,章末的习题及答案,可以帮助读者自学。参考文献供读者了解研究发展方向和进一步学习运用。

本书由成都科技大学屈智炯教授编著,刘双光副教授参加了第二、三章的编写,刘开明副教授参加了第四章的编写。刘昌贵助理工程师负责全书的绘图工作,1984级、1985级研究生对本书的完成也做了大量工作。

本书的出版得到了河海大学钱家欢教授的大力支持,特别是黄文熙教授、钱家欢教授在生病住院期间还时刻关注本书的出版,特此向他们表示衷心的感谢和致意。

由于著者水平有限,书中难免有不妥和疏漏的地方,希望读者多加指正。

作 者

1987年5月于四川成都

## 主要符号说明

A	面积,孔隙压力系数,土粒间单位吸力
$A_f$	剪切破坏时孔隙压力系数
$a$	面积,参数, $p-q$ 破坏包线截距
B	宽度,孔隙压力系数
$b$	宽度, $p-q$ 破坏包线坡度
$c$	凝聚力,以总应力或有效应力表示
$C_c = 2.303\lambda$	压缩系数,正常固结线 $e-\lg p$ 坡度
$C_e$	伏斯列夫有效凝聚力
$C_r$	残余凝聚力
$C_s = 2303\kappa$	膨胀指数,超固结线 $e-\lg p$ 坡度
$C_{uu}$	不排水条件下凝聚力
D	参数,反映 $\mu_i$ 随 $\sigma_1$ 增大的比率
$d\lambda$	流动规则中非负常量
E	杨氏模量,变形模量
$E_i$	初始切线模量
$E_s$	压缩模量
$E_t$	切线变形模量
$E_{ur}$	卸载-再加载模量
$e_c$	$p=1.0$ 时正常固结土孔隙比
$e_{cr}$	$p=1.0$ 时临界状态线的孔隙比
$e_k$	$p=1.0$ 时超固结土的孔隙比
$e_0$	初始孔隙比

$F$	力, 屈服函数, 面积, 参数
$F^*$	破坏函数
$G$	剪切模量 $\left[ = \frac{E}{2(1+\mu)} \right]$ , 确定 $\mu_i$ 的参数
$G_i$	初始剪切模量
$G_t$	切线剪切模量
$H_c$	无支撑直壁临界高度
$H_a$	硬化参数
$I_1, I_2, I_3$	应力张量不变量
$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_u$	应力张量第一不变量, 应力球张量
$I'_1, I'_2, I'_3$	应变张量不变量
$J_1, J_2, J_3$	应力偏张量不变量
$J_2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}$	应力偏张量第二不变量
$K$	体变模量, 应力比 $\left( \frac{\sigma_1}{\sigma_3} \right)$ , 确定 $E_i$ 参数
$K_i$	初始体变模量
$K_0$	侧压力系数
$K_t$	切线体变模量
$k_1, k_2, k_3$	屈服参数
$k^*$	破坏参数
$M = K + \frac{4}{3} G$	侧限模量
$M_{cs}$ (或 $M$ )	临界状态线或 $p-q$ 线坡度
$m_v$	侧限体积压缩系数
$N$	法向力, $p=1.0$ 时正常固结土比容
O. C. R.	超固结比
$p_c$	先期固结压力
$p_e$	等效固结压力

$p_m = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$	平均法向应力, 静水应力
$p_{\max}$ (或 $p_{cm}$ )	最大先期固结压力
$Q$	塑性势函数
$q$	广义应力
$R$	土粒间单位面积斥力, 应力比
$R_f = q_f/q_u$	破坏比
$S = q/q_f$	应力水平
$S_{ij} = \sigma_{ij}$	应力张量
$S'_{ij}$	应力偏张量
$S''_{ij}$	应力球张量
$u$	位移, 孔隙压力
$u_a$	孔隙气压力
$u_t$	破坏时孔隙压力
$u_w$	孔隙水压力
$v$	位移, 速度, 比容( $1+e$ )
$v_k$	$p=1.0$ 时超固结土比容
$W^e$	弹性功
$W^p$ (或 $W_p$ )	塑性功
$w$	位移, 含水率
$\alpha$	角, 破坏面倾角, 参数
$\alpha_G$	参数, 确定 $G_t$ 的参数
$\alpha_k$	参数, 确定 $K_t$ 的参数
$\Gamma$	$p=1.0$ 时临界状态线比容
$\gamma$	角, 工程剪应变
$\dot{\gamma}$	剪应变速率(对于时间)
$\gamma_{\max} = \epsilon_1 - \epsilon_3$	最大工程剪应变

$\gamma_{\text{oct}} = 2 \sqrt{\frac{2}{3} J'_2}$	八面体剪应变
$\delta_{ij}$	克罗内克尔 $\delta$ 数
$\epsilon$	法向应变
$\epsilon_a$ (或 $\epsilon_1$ )	轴向应变
$\dot{\epsilon}$	法向应变率(对于时间)
$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$	主应变分量
$\epsilon_{ij}$	应变张量
$\epsilon'_{ij}$	应变偏张量
$\epsilon_m = \frac{1}{3} I'_1 = \epsilon''_{ij}$	平均应变, 球应变
$\epsilon_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \gamma_{\text{oct}}$	广义应变
$\epsilon_v = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = \epsilon_{kk}$	体积应变
$\epsilon_{\text{oct}}$	八面体法向应变
$\epsilon^e$	法向应变弹性分量
$\epsilon^p$	法向应变塑性分量
$\eta = q/p$	应力比
$\lambda$	正常固结线 $v - \ln p$ 的坡度
$\kappa$	超固结线 $v - \ln p$ 的坡度
$\theta_\sigma = \arcsin \left( \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \right)$	罗德应力角
$\mu$	泊松比, 摩擦系数
$\mu_\sigma$	罗德应力系数
$\mu_\epsilon$	罗德应变系数
$\mu_i$	初始泊松比
$\mu_t$	切线泊松比
$\sigma'$	有效应力

$\sigma_c$	侧限压力(围压)
$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$	平均应力, 应力球张量
$\sigma_{oct} = \frac{1}{3}I_1$	八面体法向应力
$\sigma_t$	抗拉强度
$\sigma_y$	屈服应力
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	主应力分量
$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3}J_2}$	八面体剪应力
$\tau_f$	抗剪强度
$\tau_p$	峰值强度
$\tau_r$	残余(终值)强度
$\phi$	内摩擦角
$\phi_{cv}$	等体积条件下剪阻角
$\phi_d$	咬合角
$\phi_e$	伏斯列夫有效内摩擦角
$\phi_s$	与挤碎和排列有关的内摩擦角
$\phi_u$	粒间接触摩擦角
$\psi$	角, 决定 $\sigma_1$ 对于 $y$ 轴方向
$\chi$	常数, 确定非饱和土有效应力系数
$p'_{y,i}$	结构性土开始屈服时的平均有效应力
$e_{ic}^*$	重塑样初始等向压缩过程中 $p' = 1\text{kPa}$ 时的孔隙比
$\omega$	用以描述土结构对流动法则的影响
$b_v, b_s$	破损参数
$\Delta\lambda$	塑性乘子

---

$\lambda_v, \lambda_s$	体积破损能率、面积破损能率
$c_v, c_s$	应力集中系数
$a_{ij}$	背应力张量
$d\mu$	材料常数
$n_p, n_q$	屈服面单位法向矢量组分
$\sigma'_c(T), \sigma'_c(T_0)$	在温度 $T$ 和 $T_0$ 时的前期固结压力
$p'_{ci}$	$e - \ln p'$ 平面临界状态线开始出现与直线偏离 时对应的有效平均应力
$\xi$	破碎参数

# 目 录

<b>第二版前言</b>	
<b>第一版前言</b>	
<b>主要符号说明</b>	
<b>绪论</b>	1
<b>第一章 应力与应变</b>	3
第一节 一点的应力与应变状态	3
第二节 应力状态与应变状态的分解	7
第三节 应力空间与应变空间	11
第四节 应力路径与应变路径	17
习题 1	23
<b>第二章 黏性土的应力-应变特性</b>	25
第一节 土的应力-应变试验的类型	26
第二节 压缩条件下应力-应变的特性	28
第三节 剪切条件下应力-应变的特性	32
第四节 不排水剪切条件下应力-应变的特性	35
习题 2	37
<b>第三章 无黏性土的应力-应变特性</b>	38
第一节 无黏性土应变的机理	38
第二节 压缩条件下应力-应变的特性	39
第三节 剪切条件下应力-应变的特性	41
第四节 不排水剪切条件下应力-应变的特性	44
第五节 小结和讨论	45
习题 3	50
<b>第四章 土的抗剪强度特性</b>	51
第一节 有效应力原理	51
第二节 无黏性土的抗剪强度特性	57
第三节 黏性土的抗剪强度特性	62
第四节 小结和讨论	67
习题 4	71

---

<b>第五章 土的屈服和破坏准则</b>	72
第一节 基本概念	72
第二节 两个古典的屈服准则	74
第三节 莫尔-库仑屈服准则	77
第四节 加工硬化材料的加载条件	82
第五节 小结和讨论	85
习题 5	86
<b>第六章 土的状态边界面(帽子屈服面)</b>	87
第一节 土的临界状态线	87
第二节 正常固结黏土的状态边界面	92
第三节 超固结黏土的状态边界面	96
第四节 土的统一状态边界面	98
第五节 小结和讨论	102
习题 6	104
<b>第七章 材料的应力-应变理论</b>	105
第一节 弹性应力-应变理论	105
第二节 德鲁克公设、加载和卸载准则	109
第三节 塑性应力-应变理论	113
第四节 弹塑性增量理论的一般表达式	117
第五节 小结和讨论	124
习题 7	126
<b>第八章 土的弹性计算模型</b>	127
第一节 线性弹性计算模型	127
第二节 非线性 $E_\mu$ 计算模型	129
第三节 非线性 $K-G$ 计算模型	136
第四节 成都科技大学修正 $K-G$ 模型	145
第五节 小结和讨论	153
习题 8	156
<b>第九章 土的弹塑性计算模型</b>	158
第一节 Cambridge 的弹塑性模型	158
第二节 Lade-Duncan 弹塑性模型	169
第三节 黄文熙模型	173
第四节 Rowe 的弹塑性模型	176
第五节 沈珠江双屈服面模型	181
第六节 小结和讨论	184

---

习题 9 .....	187
<b>第十章 结构性土的计算模型.....</b>	<b>189</b>
第一节 结构性土的应力-应变特性 .....	189
第二节 基于修正剑桥模型的结构性土本构模型.....	194
第三节 结构性土的二元介质模型.....	198
第四节 小结和讨论.....	208
习题 10 .....	211
<b>第十一章 土的高级计算模型.....</b>	<b>212</b>
第一节 各向同性与运动硬化.....	212
第二节 边界面模型.....	214
第三节 考虑温度影响的本构模型.....	221
第四节 考虑颗粒破碎的堆石料本构模型.....	226
第五节 小结和讨论.....	234
习题 11 .....	236
<b>第十二章 土的极限分析原理.....</b>	<b>237</b>
第一节 塑性和破坏.....	237
第二节 屈服条件和流动规则.....	239
第三节 极限分析原理.....	243
第四节 滑动线场解答简介.....	249
第五节 小结和讨论.....	253
习题 12 .....	255
<b>主要参考文献.....</b>	<b>256</b>

## 绪 论

土力学成为一门技术科学已有八十多年的历史,从 20 世纪五六十年代开始,由于土工试验技术、塑性理论和计算方法的发展,土力学进入一个发展的新时期,同时使“土的塑性力学”成为土力学中一门独立的学科分支。众所周知,土不同于金属等一般固体材料,其性状是相当复杂的,它既不是理想的弹性材料,也不是理想的塑性材料,而是应变硬化或软化的弹塑性材料;静水压力及中主应力影响着屈服与破坏准则,并且塑性应变增量方向一般不与屈服面成正交。因而,较精确地说明土性状的所有方面的普遍模型的建立和完善,总是要经过不少的时间,而工程实践中的问题往往又急待解决,在这种情况下,人们不得不对土的性状作高度的简化而引用经典的土力学理论,在稳定分析和土压力计算中把土当成刚塑性体来处理,而在地基、土坝应力和沉降中又把土当成线弹性体来处理。当然,这样完全忽视土的应力-应变关系的非线性、弹塑性的特点,而将土的性状过分简化总是不能令人满意的。“土的塑性力学”主要是引入应力-应变的关系,把应力、变形和强度统一起来,建立土的普遍弹塑性模型,以便正确计算土的变形;同时对土的性状采用相适应及不相适应的规律及塑性理论的上、下限原理,以便掌握土体的极限分析。

20 世纪 50 年代金属材料的塑性理论有较大进展,主要有以下三方面:①极限原理及其发展;②正交原则的应用;③系统稳定概念的建立。金属材料只有剪切强度、内摩擦角可视为零,而且不发生塑性体积的变化。这些概念现引用到土力学的稳定分析、地基承载力和土压力的计算等方面。Drucker 和 Prager(1952)将不考虑中主应力影响的库仑屈服准则应用于三向应力状态,提出了修正的理想塑性模型。该模型的屈服面在主应力空间为一个以静水压力为轴的开口圆锥体。Drucker 等(1957)认为模拟具有内摩擦角并以库仑定律为屈服准则的土的理想塑性是有其局限性的。Drucker 等的文章还引入一个概念,即通常的固结曲线是加工硬化应力-应变关系的一种情况;当土处于各向均等正常固结条件下,增加平均有效应力使其达到屈服时,该屈服面一定与空间对角线相交,也就是土沿着一条初始固结曲线压缩而产生不可恢复的塑性体积变形,这就导致了加帽屈服准则的出现,由此最早提出了关于帽盖模型的设想。其后,英国剑桥大学的 Roscoe 及其同事于 1958~1968 年又提出了一个普遍的应力-应变理论。他们认为土是一种弹塑性材料,可利用正交原则的概念推导应力-应变关系,而且此理论只需要常规的单轴及三轴压缩试验资料,因此在国外已被广泛应用。

近年来,不少研究者相继提出了各种土的应力-应变-强度模型。这类模型是

从土的宏观的应力与应变关系中概括出来的。这种推导本构模型的方法叫现象论方法。Baladi 等(1976~1979)提出了岩土介质一般加帽模型,并建议椭圆形帽子模型的长、短轴之比可以变化,则屈服面可以扩大或缩小以描述硬化和软化。Prevost 等(1975~1979)根据 Mröz(1967)提出的非等向硬化概念,提出了一个非等向硬化和软化模型。目前,大量的研究工作均集中在寻求土的塑性势,并把塑性势面与屈服面分开来定义,以发展不相适应规律的塑性理论,其中较著名的有 Lade 等(1975)的研究。Lade 等根据砂土的真三轴试验成果,提出了一个新的弹塑性应力-应变模型,并可用于一般的三向应力状态。此外,Naghdi 等(1975~1977)根据 Illushin 公设提出了适用于硬化和软化的模型。清华大学黄文熙(1983)则从另一方面提出根据试验资料直接确定塑性势的建议,他认为通过选取合适的硬化参数,可使屈服函数和塑性势函数相等,从而建立了土的弹塑性模型。他的同事(1979~1985)根据平面应变和真三轴试验资料以及  $p$ 、 $q$  和  $\theta$  三维空间的流动法则的推导,进一步建立了土的三维弹塑性模型。沈珠江(2003,2000,1998)提出了双屈服面的概念,双屈服面概念认为体应变屈服面的屈服只引起塑性体应变,偏应变屈服面的屈服只引起塑性偏应变,并把提出的双屈服面本构模型应用于软土、土石坝等工程。进入 20 世纪 90 年代以后,结构性土的本构模型方面的研究有了新的进展,相继提出了基于损伤力学概念的结构性土的本构模型、基于修正剑桥模型的结构性土的本构模型、结构性土的二元介质模型和基于界面理论的天然土的本构模型等。此外,还提出了土的统一硬化本构模型(姚仰平,2000~2010)、考虑温度影响的本构模型和考虑颗粒破碎的本构模型,以满足岩土工程实践的需要。

综上所述,土的塑性力学的理论涉及分析土介质塑性区域内应力与应变、屈服和破坏,应用于基础工程、土坝及挡土结构的设计和计算。土的塑性力学与其他固体力学的分支一样需要考虑几何方程(相容性)、平衡方程(静力学)及应力-应变关系(物理方程)。相容性和平衡方程与材料性质无关,因此,其适用于弹性问题,也适用于弹塑性问题。不同的是土的应力-应变间的关系,即由于塑性的作用,土的应力-应变与加载路径有关,并且加载与卸载时的应力-应变关系不一样,因而是讨论的中心内容。首先,应当重视实验室的测试手段,注意参数规律性的研究和其变化范围以及可能出现的限制值(第二~四章)。其次,是土的弹性极限的屈服准则(第五、六章),在应力空间中它由屈服面来表达,包括锥体屈服面和帽子屈服面两类。最后,土的塑性力学在此基础上着重研究土的塑性理论的现代发展——土的弹塑性应力-应变模型和极限分析、极限平衡等理论以及它们在岩土工程中的应用(第七~十二章)。