



锦囊妙解

创新导学专题

初中数学1

丛书主编 司马文
丛书副主编 冯小秋 钟志健
本册主编 李金光

品牌连续热销 8年



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

锦囊妙解

创新导学专题

初中

丛书主编 司马文 曹瑞彬

丛书副主编 冯小秋 钟志健

执行主编 江海

本册主编 李金光

编者	万强华	孙志明	许学龙	曹建峰	毛金才	李庆春	周志祥
	朱燕卫	金尤国	胡志彬	丁锁勤	钱勇	吴志山	何福林
	沈桂彬	李慧	朱时来	王春和	周拥军	王新祝	李家亮
	丁勇	肖亚东	吴淑群	张季锋	李金光		



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

图书在版编目 (CIP) 数据

锦囊妙解创新导学专题. 初中数学 1/司马文, 曹瑞彬丛书主编; 李金光
本册主编. —北京: 机械工业出版社, 2010.10
ISBN 978-7-111-31905-4

I. ①锦… II. ①司… ②曹… ③李… III. ①数学课—初中—教学参
考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 178890 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 石晓芬

责任编辑: 石晓芬

责任印制: 李 妍

北京振兴源印务有限公司印刷

2010 年 10 月第 1 版第 1 次印刷

169mm × 228mm · 24.5 印张 · 560 千字

标准书号: ISBN 978-7-111-31905-4

定价: 29.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心: (010) 88361066

门户网: <http://www.cmpbook.com>

销售一部: (010) 68326294

教材网: <http://www.cmpedu.com>

销售二部: (010) 88379649

读者服务部: (010) 68993821

封面无防伪标均为盗版

前言



“锦囊妙解”丛书面世多年，备受广大读者厚爱，在此深表感谢。为了对得起广大读者的信任，对得起自己的职业良心，我们密切关注课程改革的新动向，在原有基础上，精益求精，反复修订，使得“锦囊妙解”丛书与时俱进、永葆青春。目前奉献给读者的《锦囊妙解创新导学专题》丛书，力求凸显创新素质的培养，力求知识讲解创新、选择试题创新，剖析思路创新，从而力求让学生阅读后，能更透彻、迅速地明晰重点、难点，在掌握基本的解题思路和方法的基础上，举一反三、触类旁通，全面提升学生的创新素质，在学习、应试中得心应手、应付裕如。

本丛书以每个知识点为讲解元素，结合“课标解读”、“知识清单”、“易错清单”、“点击中考”等栏目设计，突出教材中的重点和难点，并将中考例题的常考点、易错点进行横竖梳理，多侧面、多层次、全方位加以涵盖，使分散的知识点凝聚成团，形成纵横知识网络，有利于学生的记忆、理解、掌握、类比、拓展和迁移，并转化为实际解题能力。

本丛书取材广泛，视野开阔，吸取了众多参考书的长处及全国各地教学科研的新思路、新经验和新成果。选例新颖典型，难度贴近中考实际。讲解完备，就某一专题进行集中、全面的剖析，对知识点的讲解自然而细致。一些问题及例题、习题后的特殊点评标识，能使学生对本专题的知识掌握起来难度更小，更易于理解，从而达到举一反三、触类旁通的功效。

本丛书以“新课程标准”为纲，以“考试说明”与近年考卷中体现的中考命题思路为导向，起点低、落点准，重点难点诠释明了，中考关键热点突出，专题集中，能很好地培养学生思维的严谨性、解题的灵活性、表达的规范性。

古人云：授人以鱼，只供一饭之需；授人以渔，则一生受用无穷。让学生掌握“捕鱼之术”，其实就是创新教育的主要目标。本丛书策划者、编写者以此为共识，精诚合作，千锤百炼，希望本丛书不但能帮助你学到知识，掌握知识，而且能掌握其学习方法，养成创新意识，增强创新能力，那将能让你终身受益。

司马文

曹瑞彬



编写说明

随着课程改革,中考制度的变化及其命题思路的创新,怎样学好数学,怎样运用所学知识解题,成为广大师生迫切需要解决的问题。其中一种重要的学习方法就是要学会“学习”,只有学会了方法才能举一反三,事半功倍,更快地适应各方面的学习。基于授人以“鱼”,更授人以“渔”的指导思想,我们精心打造了《锦囊妙解创新导学专题丛书》。该书具有如下特色:

本书以最新课改精神为依据,以最新课标教材为蓝本,紧扣教材层层深入。在内容选材和问题设计上,精心挑选,科学设计;内容丰富,难易适度。

内容循序渐进,由浅入深,通过不同的“变题”,从不同角度,围绕重点,突破难点,找准盲点,科学导学。

突出规律方法、解题技巧的总结,注重学法、解法、考法的归纳,在解析中提出开放性的解题思路,教会破解的思维技巧,培养发散思维和创新思维。

全面解析学习过程中的易错点,明确思路的转折点,释疑解惑,纠错反思,弥补疏漏,使学习效果日臻完善。

透析中考真题,所选考题反映了最新中考动向,突出综合性和应用性,体现预测性和实战性,寓考于平时。

本书让您选择最优的学习方案,迸发创造性的思维火花,实现学习的最高效率,顿悟思维的捷径。我们坚信:她将成为您成长道路上的良师,求学道路上的益友,必将帮助千千万万的莘莘学子,学会学习,学会思维,走向成功,成就梦想!

编者



前言

编写说明

第一章 有理数 \ 1

第一讲 正数、负数和有理数的分类 \ 1

第二讲 有理数的加减法、乘除法 \ 14

第三讲 有理数的乘方 \ 25

本章测试 \ 36

第二章 整式的加减 \ 40

第一讲 整式 \ 40

第二讲 列代数式 \ 46

第三讲 整式的加减 \ 59

本章测试 \ 67

第三章 一元一次方程 \ 71

第一讲 一元一次方程中的概念及应用 \ 71

第二讲 一元一次方程的解法 \ 79

第三讲 一元一次方程的应用 \ 88

本章测试 \ 101

第四章 图形认识初步 \ 105

第一讲 多姿多彩的图形 \ 105

第二讲 直线、射线、线段 \ 123

第三讲 角 \ 136

本章测试 \ 150

第五章 相交线与平行线 \ 155

第一讲 相交线 (垂线) \ 155

第二讲 同位角、内错角、同旁内角 \ 168

第三讲 平行线及其判定、性质 \ 176

第四讲 命题、定理 \ 188

第五讲 平移 \ 195



目 录

第六章 平面直角坐标系 \ 211

第一讲 平面直角坐标系 \ 211

第二讲 坐标方法的简单应用 \ 218

本章测试 \ 226

第七章 三角形 \ 230

第一讲 与三角形有关的线段 \ 230

第二讲 与三角形有关的角、三角形的外角 \ 239

第三讲 多边形及其内角和 \ 249

第四讲 课题学习——镶嵌 \ 256

本章测试 \ 261

第八章 二元一次方程组 \ 267

第一讲 二元一次方程组的相关概念 \ 267

第二讲 消元——二元一次方程组的解法 \ 273

第三讲 实际问题与二元一次方程组 \ 282

第四讲 三元一次方程组解法举例 \ 293

本章测试 \ 298

第九章 不等式与不等式组 \ 303

第一讲 不等式的概念及解法 \ 303

第二讲 实际问题与一元一次不等式 \ 314

第三讲 一元一次不等式组 \ 326

第四讲 实际问题与一元一次不等式组 \ 335

本章测试 \ 348

第十章 数据的收集、整理与描述 \ 352

第一讲 统计调查、实验与探究 \ 352

第二讲 直方图 \ 366

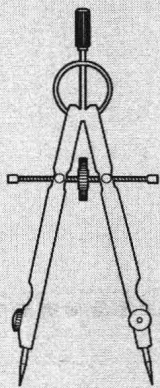
本章测试 \ 379

第一章

有理数

第一讲 正数、负数和有理数的分类

课标解读



【知识与技能】

(1) 掌握正、负数的概念,会识别正、负数,理解什么是相反意义的量,会用正、负数表示具有相反意义的量,理解有理数的意义,会将有理数正确分类.

(2) 知道数轴的概念及三要素,能够正确地画出数轴.

(3) 会求一个数的绝对值,理解一个数的绝对值是非负数,能写一个数的相反数,会进行多重符号的化简.

【过程与方法】

(1) 体会用正、负数表示具有相反意义的量的符号化过程,通过不同角度对有理数进行分类的讨论,学习分类讨论的数学思想方法.

(2) 体会用数形结合的数学思想方法比较有理数的大小.

【情感、态度与价值观】

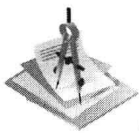
感受数学的产生和发展与生活和生产的关系,提高把数学应用于生活的能力,激发学好数学的兴趣,通过分类培养严密的思维习惯以及严谨的学习态度.

【重点】

理解有理数的有关概念,懂得有理数的两种分类方法.

【难点】

经历对有理数进行分类的探索过程,初步感受分类讨论的思想.



知识清单

知识点 1

正数与负数的意义

像 5, 3, 2, ... 这样的数叫做正数, 它们都比 0 大, 通常在它们的前面加“+”号, 也可不加, 如: +7, 2, +6, 3 都表示正数; 在正数前面加上“-”号的数叫做负数, 如: -4, -7, -3 都表示负数.

注意问题

(1) 0 既不是正数也不是负数.

(2) 对于正数和负数的概念, 不能简单地理解为带“+”号的数是正数, 带“-”的数是负数. 例如, 对于 $-a$, 当 a 表示 0 时, $-a$ 就是 0; 当 a 表示负数时, $-a$ 就是正数; 只有当 a 表示正数时, $-a$ 才表示一个负数.

例 1 把下列各数填在图 1-1-1 所示的相应的集合圈里:

$$-4, \frac{1}{3}, 8.9, 0, -4.6, 30\%, +103, -0.06, -\frac{5}{3}, +3.07, -1\frac{1}{4}, \dots$$



正数集合

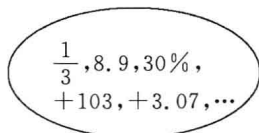


负数集合

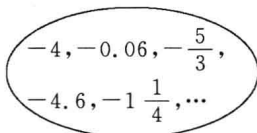
图 1-1-1

【解析】 本题主要考查正数和负数的概念, 认清哪些数是大于 0 的数, 哪些是小于 0 的数, 填入相应的集合即可.

【答案】



正数集合



负数集合

图 1-1-2

【点评】 正数大于 0, 负数小于 0, 0 不属于任何一个集合, 还要注意后面有省略号, 表示集合里有很多元素.

变题 1 指出下列各数中的正数、负数: $+7, -9, \frac{2}{3}, -4.5, 998, -\frac{9}{10}, 0$.

【解析】 根据正数和负数的概念判断.

【答案】 正数有: $+7, \frac{2}{3}, 998$ 负数有: $-9, -4.5, -\frac{9}{10}$

变题 2 数 $3, -0.2, 1, 0, \frac{3}{7}, -\frac{1}{8}$ 中, 负数有 _____ 个, 正数有 _____ 个.

【解析】 抓住正数和负数的特征, 注意 0 既不是正数也不是负数.

【答案】 2; 3



注意问题

相反意义的量包含两个要素:

- (1) 它们的意义相反, 如收入和支出、向东和向西.
 - (2) 它们都是数量, 而且是同类量.
- 另外, 在用正数与负数表示一对相反意义的量时, 只有规定了其中一个量的正负, 才能确定另一量的正负.

知识点 2

相反意义的量

用正、负数表示具有相反意义的量时, 习惯上, 我们把“前进、上升、收入、零上”等具有向上趋势的量规定为正, 用“+”号表示; 把“后退、下降、支出、零下”等具有向下趋势的量规定为“-”, 用“-”号表示.

例2 (1) 如果向北行走 8km 记作 +8km, 那么向南行走 5km 记作什么?

(2) 如果运进粮食 3t 记作 +3t, 那么 -4t 表示什么?

【解析】 分清哪个量表示为正, 那么相反的量就表示为负.

【答案】 (1) 向南行走 5km 记作 -5km

(2) -4t 表示运出粮食 4t

【点评】 在用正、负数表示具有相反意义的量时, 不要忘了后面的数字和单位.

变题1 若商品的价格上涨 5%, 记为 +5%, 则价格下跌 3%, 记作_____.

【解析】 本题考查有理数中正、负数的表示. 通常把一方记作正, 则另一方记作负. 把上涨记作正, 则下跌应记作负.

【答案】 -3%

变题2 在世界形势图上亚洲西部地中海旁有一个死海湖, 图上标着 -392m, 这表示死海的湖面比海平面_____.

【解析】 理解 -392 表示的意义是解决本题的关键. 负的表示比海平面低, 但不能仅仅说明低就行了, 还要说出低多少.

【答案】 比海平面低 392m

变题3 小刚在超市买了一袋袋装食品, 外包装袋上印有“(300±5)g”的字样. 请问这袋食品最大质量为_____g. 小刚拿去称了一下, 发现只有 297g, 问食品生产厂家_____欺诈行为. (填“有”或“没有”)

【解析】 (300±5)g 表示最大质量比 300g 多 5g, 最小质量比 300g 少 5g, 即符合标准的质量应大于或等于 295g 且小于或等于 305g.

【答案】 305 没有

注意问题

(1) 因为有限小数、无限循环小数都可以化为分数, 所以我们把有限小数、无限循环小数、百分数都看作分数.

(2) 引入负数后, “0”具有了更丰富的意义, 如 0℃ 表示一个特定的温度值.

知识点 3

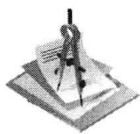
有理数的有关概念

整数: 正整数、负整数与 0 统称为整数. 例如: -2, -3, 5, 0 等.

分数: 正分数、负分数统称为分数. 例如: $\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$

等等.

有理数: 整数和分数统称为有理数.



例3 将下列各数填入相应的大括号内：

$$3, -2, 3.5, 0, 6, -\frac{2}{3}, 51, 9, -\frac{1}{4}, \dots$$

有理数有{ }

整数有{ }

分数有{ }

【解析】首先要认清概念，从所给的数中找出符合概念的数，填在相应的大括号内。

【答案】有理数有 $\{3, -2, 3.5, 0, 6, -\frac{2}{3}, 51, 9, -\frac{1}{4}, \dots\}$

整数有 $\{3, -2, 0, 6, 51, 9, \dots\}$

分数有 $\{3.5, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{4}, \dots\}$

点评 本题整数中易把-2忽略，而分数中的3.5也容易忽略。整数包括正整数、负整数和0，而正分数、负分数统称为分数。

变题1 把下列各数填在相应的括号内：

$$\frac{1}{3}, 4.5, +12, 0, +3.07, -\frac{4}{87}, -4.6, -15\frac{1}{7}, \dots$$

正数() 负数()

正分数() 负分数()

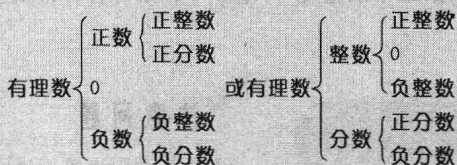
【解析】先认清各个数是正还是负，再填入相应的集合中。注意正分数也是正数，负分数也是负数，0既不是正数，也不是负数。

【答案】正数 $(\frac{1}{3}, 4.5, +12, +3.07, \dots)$ 负数 $(-\frac{4}{87}, -4.6, -15\frac{1}{7}, \dots)$

正分数 $(\frac{1}{3}, 4.5, +3.07, \dots)$ 负分数 $(-\frac{4}{87}, -4.6, -15\frac{1}{7}, \dots)$

知识点4

有理数的分类



例4 把下列各数，分别填入相应的大括号内：

$$-3, +9\frac{1}{3}, 0, 3\frac{1}{5}, 56, -2.34, +2.47, -6\frac{1}{7}, -1, +1, \dots$$

整数集合：{ }

分数集合：{ }

正数集合：{ }

注意问题

(1)分类有两种：一种是按照整数、分数划分，另一种是按正有理数、0、负有理数划分。

(2)习惯上将正整数和零统称为非负整数，也叫自然数；将负整数和零又称为非正整数；正有理数和零统称为非负有理数，将负有理数和零统称为非正有理数。

负数集合: { }

正整数集合: { }

非负有理数集合: { }

【解析】做好本题关键是搞清楚各种集合应包括的数,把所有的数认清正负,再填写.

【答案】整数集合: $\{-3, 0, 56, -1, +1, \dots\}$

分数集合: $\{+9\frac{1}{3}, 3\frac{1}{5}, -2.34, +2.47, -6\frac{1}{7}, \dots\}$

正数集合: $\{+9\frac{1}{3}, 3\frac{1}{5}, 56, +2.47, +1, \dots\}$

负数集合: $\{-3, -2.34, -6\frac{1}{7}, -1, \dots\}$

正整数集合: $\{56, +1, \dots\}$

非负有理数集合: $\{+9\frac{1}{3}, 0, 3\frac{1}{5}, 56, +2.47, +1, \dots\}$

点评 掌握有理数的分类是做好本题的关键.

变题1 任意写出6个正数组成的正数集合: { }

任意写出6个负数组成的负数集合: { }

任意写出6个正分数组成的正分数集合: { }

任意写出6个负整数组成的负整数集合: { }

任意写出6个正整数组成的正整数集合: { }

【解析】本题考查的是同学们对正数、负数、正分数、负整数以及正整数的认识.理清本题中的正数、负数、正分数、负整数、正整数概念,才能做好本题.可以写最熟悉的数.

【答案】任意写出6个正数组成的正数集合: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$

任意写出6个负数组成的负数集合: $\{-1, -2, -3, -4, -5, -6, \dots\}$

任意写出6个正分数组成的正分数集合: $\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \dots\}$

任意写出6个负整数组成的负整数集合: $\{-1, -2, -3, -4, -5, -6, \dots\}$

任意写出6个正整数组成的正整数集合: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$

变题2 填空:

(1)最小的正整数是_____,最大的负整数是_____.

(2)有理数中既是正数又是分数的是_____数.

(3)有理数中不是负数的数是指_____数,是整数而且是正数是指_____数.

【解析】分清本题中的正整数、负整数、正数、分数等概念再做解答.

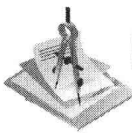
【答案】(1)1 -1

(2)正分

(3)非负 正整

点评 有理数的分类按不同的标准会有两种结果,要求同学们理清分类标准.





知识点 5

数轴的概念及画法

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。

画数轴的步骤：

(1)如图 1-1-3 所示，画一条水平的直线，在数轴的适当位置选一点当原点，并且这点表示 0；

(2)明确向右的方向为正方向，用箭头表示；

(3)选取适当的长度作为单位长度，从原点向右，每隔一个单位长度取一个点，依次表示 1, 2, 3, …，从原点向左，每隔一个单位长度取一个点，依次表示 -1, -2, -3, …。

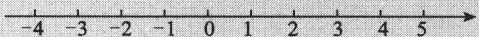


图 1-1-3

注意问题

(1)数轴的三要素：原点、正方向、单位长度，三者缺一不可。这三个要素都是人为规定的。

(2)原点的位置、单位长度的大小可根据实际情况适当选取。选取单位长度时有时根据题目需要也可以每隔两个单位长度取一个点，从原点向右，依次是 2, 4, 6, …，从原点向左，依次是 -2, -4, -6, …。

(3)有时给的范围跨度很大或很小，可根据需要确定单位长度，如可用一个单位长度表示 10, 100, 1000, …也可表示很小的数，如 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001, …。

例 5 图 1-1-4 所示是数轴的是

()

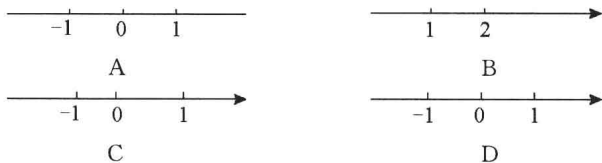


图 1-1-4

【解析】本题考查数轴的概念，规定了原点、正方向、单位长度的直线叫做数轴，A 没有方向，B 没有原点，C 单位不统一，这三个答案数轴的三要素都不完整，都不正确。正确选项是 D。

【答案】D

变题 1 画出数轴，并用数轴上的点表示下列各数：

$$\frac{3}{2}, -5, 0, 5, -4, -\frac{3}{2}$$

【解析】画数轴时注意画法。把给定的数用数轴上的点表示，是把“数”变成“形”。注意在数轴上画点表示这些数时，点是实心点，“数”与“形”要统一。

【答案】如图 1-1-5 所示。

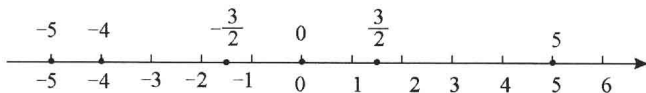


图 1-1-5

变题 2 指出图 1-1-6 所示数轴上 A, B, C, D 各点分别表示什么数？

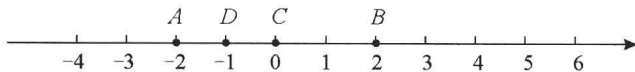


图 1-1-6

【解析】本题考查已知数轴上的点，指出已知点所表示的数。由图形变成数。首先要认清各个字母所在位置，注意不要把负数的符号漏掉。



【答案】点A表示-2 点B表示2 点C表示0 点D表示-1

变题3 如图1-1-7所示:

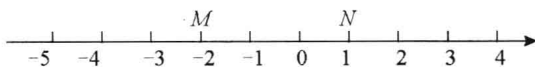


图 1-1-7

- (1)将M点向右移动5个单位,点M表示什么数?
- (2)将M点向左移动2个单位,点M表示什么数?
- (3)怎样移动点M、N才能使它们所表示的数是零?

【解析】先确定M点表示的数是-2,然后再根据左右移动确定它所到达的位置.

【答案】(1)将M点向右移动5个单位,点M表示3

(2)将M点向左移动2个单位,点M表示-4

(3)将M点向右移动2个单位,点M表示0,将N点向左移动1个单位,点N表示0

知识点 6

相反数的概念

只有符号不同的两个数,叫做互为相反数.

注意问题

(1)0的相反数是0.

(2)相反数是成对出现的,不能单独存在,例如:-3与+3互为相反数,是说-3是+3的相反数,+3是-3的相反数,单独一个数不能说是相反数.

(3)“只有符号不同的两个数”中的“只有”指的是除了符号不同以外,其他完全相同,不能理解为只要符号不同的两个数就是互为相反数,例如:-2和+3,符号不同,但它们不互为相反数.

(4) $-a$ 表示 a 的相反数.

例6 $-\frac{1}{5}$ 的相反数是

()

A. 5

B. -5

C. $-\frac{1}{5}$

D. $\frac{1}{5}$

【解析】一个具体的有理数,我们只需改变前面的性质符号,就会得到原数的相反数.一个正数的相反数是负数,0的相反数是0,一个负数的相反数是正数.

【答案】D

变题1 化简下列各数:① $+(+3)$;② $+(-10)$;③ $-(-6)$;④ $-(+15)$.

【解析】若数字前有两个符号,可利用口诀:“同号得正,异号得负”来化简;化简多重符号时,结果可根据负号的个数确定,负号个数是奇数时,结果为负;负号个数是偶数时,结果为正.如化简 $-[-(-5)]=-5$; $-\{-[-(-5)]\}=5$.

【答案】① $+(+3)=3$ ② $+(-10)=-10$ ③ $-(-6)=6$ ④ $-(+15)=-15$

知识点 7

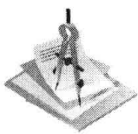
绝对值的概念

在数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫做 a 的绝对值,记作 $|a|$,在数轴上表示-3的点与原点的距离是3,即-3的绝对值是3,记作 $|-3|=3$.

注意问题

(1)绝对值都是非负数.

(2)要求一个数的绝对值,应先判断这个数是正数、负数还是0,如果是正数或0,那么绝对值即为这个数本身;如果是负数,那么绝对值是将这个数的负号去掉后得到的数.



例7. $|\frac{1}{2}|$ 的值是

()

A. $-\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. -2

D. 2

【解析】本题考查绝对值的概念.

【答案】B

点评 正数和零的绝对值等于它本身,负数的绝对值等于它的相反数,0的绝对值是0.

变题1 如果 $|-a| = -a$, 下列成立的是

()

A. $a < 0$

B. $a \leq 0$

C. $a > 0$

D. $a \geq 0$

【解析】正确理解绝对值的意义是解决本题的基础,由任何数的绝对值都是非负数,得 $-a \geq 0$,解得 $a \leq 0$,故选 B.

【答案】B

点评 本题主要考查绝对值的意义,由正数的绝对值是其本身,0的绝对值是0,负数的绝对值是其相反数,可知一个数的绝对值是非负数.

变题2 如果 $|x| = 5$, $|y| = 10$, 且 x 在数轴上原点的右边, y 在数轴上原点的左边, 那么在数轴上表示这两个数的点之间的距离是多少?

【解析】 x 的绝对值等于 5, 说明 x 到原点的距离为 5, 又因为它在数轴原点的右边, 所以一定是 5, y 的绝对值等于 10, 说明 y 到原点的距离为 10, 又因为 y 在原点的左边, 所以一定是 -10 . 这样两点之间的距离就可以计算出来了.

【答案】由 $|x| = 5$, 得 $x = 5$ 或 $x = -5$, 又因为 x 在数轴上原点的右边, 所以 $x = 5$, 由 $|y| = 10$, 得 $y = 10$ 或 $y = -10$, 又因为 y 在数轴上原点的左边, 所以 $y = -10$. 所以数轴上表示 5 与 -10 之间的距离是 15.

点评 本题考查的是绝对值的意义, 有关绝对值的问题也可以结合数轴来分析显得直观易懂, 这就是“数”和“形”的完美统一.

知识点 8

有理数的大小比较

(1) 数轴上两个点表示的数, 右边的总比左边的大, 正数大于 0, 负数小于 0, 正数大于负数.

(2) 两个正数, 绝对值的大, 绝对值的小, 两个负数, 绝对值大的反而小, 绝对值小的反而大.

例8 把数 $-2, 1.2, -\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, 3.5$ 在数轴上表示出来, 再用“ $<$ ”把它们连接起来.

【解析】本题考查的是利用数轴比较大小, 首先要画出正确的数轴, 然后再考虑数的正负性, 再把它们在数轴上表示出来.

【答案】如图 1-1-8 所示: 得出

$$-2 < -\frac{1}{2} < 1.2 < 2\frac{1}{2} < 3.5$$

注意问题

比较两个负数的大小的步骤:

- (1) 先分别求出两个负数的绝对值;
- (2) 比较两个负数的绝对值;
- (3) 根据“两个负数, 绝对值大的反而小, 绝对值小的反而大”做出正确的判断.



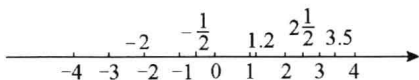


图 1-1-8

变题1 实数 a, b 在数轴上的位置如图 1-1-9 所示, 下列各式正确的是 ()



图 1-1-9

- A. $a > 0$ B. $b < 0$ C. $a > b$ D. $a < b$

【解析】 本题考查数轴上点所表示的数的大小与它在数轴上位置的关系.

【答案】 D

变题2 比较 -9.5 与 -1.75 的大小.

【解析】 这是两个负数大小比较, 所以先求出绝对值, 根据绝对值大的反而小, 绝对值小的反而大进行比较.

【答案】 因为 $|-9.5| = 9.5$, $|-1.75| = 1.75$, 并且 $9.5 > 1.75$,
所以 $-9.5 < -1.75$. (两个负数, 绝对值大的反而小)

点评 可以利用上面的法则比较, 也可以利用数轴直接比较.

例9 已知珠穆朗玛峰最高处的海拔高度是 8848m, 吐鲁番盆地最低处的海拔高度是 -155 m, 那么珠穆朗玛峰最高处比吐鲁番盆地最低处高 _____ m.

【解析】 珠穆朗玛峰最高处的海拔高度是 8848m, 即珠穆朗玛峰最高处高于海平面 8848m, 吐鲁番盆地最低处的海拔高度是 -155 m, 即吐鲁番盆地最低处低于海平面 155m, 那么珠穆朗玛峰最高处比吐鲁番盆地最低处高 9003m.

【答案】 9003

例10 现测得 5 位同学的身高如下(单位:cm): 156, 158, 153, 154, 159.

(1) 求这 5 位同学的平均身高.

(2) 若将平均身高记作 156 cm, 试用正、负数表示出这 5 个同学的身高.

【解析】 本题首先要求出这几个数的平均数, 这是小学学过的知识, 求几个数的平均数就是用这几个数的和除以数的个数. 第(2)个问题, 以平均数作为标准, 将每个数与平均数作比较, 高于平均数身高的记为正数, 低于平均身高的记为负数.

【答案】 (1) 求这 5 个同学的平均身高为: $(156 + 158 + 153 + 154 + 159) \div 5 = 156$ (cm)

(2) 若将平均身高记作 156 cm, 则这 5 个同学的身高可分别记为: 0, +2, -3, -2, +3.

例11 若 $|a+2| + |b+5| = 0$, 求 a 与 b 的相反数.

【解析】 本题主要考查的是绝对值的非负性, 两个非负数的和为 0, 只能这两个数都为 0. 从而得知 $a+2=0$, $b+5=0$.

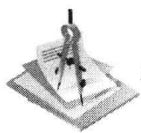
【答案】 $\because |a+2| \geq 0$ $|b+5| \geq 0$ 且 $|a+2| + |b+5| = 0$

$\therefore |a+2| = 0$ $|b+5| = 0$

$\therefore a+2=0$ $b+5=0$

$\therefore a=-2$ $b=-5$

$\therefore a$ 的相反数为: $-(-2)=2$ b 的相反数为: $-(-5)=5$



例12 已知有理数 a 为正数, b, c 为负数, 且 $|a| < |b| < |c|$, 用“ $<$ ”号把 $a, b, c, -a, -b, -c$ 连接起来.

【解析】 本题可分三步: ①根据已知条件把 a, b, c 表示在数轴上;

②再根据相反数的几何意义把 $-a, -b, -c$ 也表示在数轴上;

③根据这 6 个点的左右位置关系, 用“ $<$ ”号把它们连接起来.

【答案】 如图 1-1-10 所示:

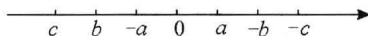


图 1-1-10

所以 $c < b < -a < a < -b < -c$

易错清单

易错点 1

对正、负数定义的理解以及正、负数的表示有误

例1 (1)带正号的数都是正数, 带负号的数都是负数, 这种说法是否正确?

(2)如果运进粮食 $3t$ 记作 $+3t$, 那么 $-4t$ 表示什么?

(3)小华在某次商品交易中盈利 -1000 元, 实际表示什么?

【解析】 很多学生误解为: (1)正确.

(2)如果运进粮食 $3t$ 记作 $+3t$, 那么 $-4t$ 表示运出粮食 $-4t$.

(3)小华在某次商品交易中盈利 -1000 元, 实际表示亏损 -1000 元.

(1)本题考查正、负的概念, 产生错解的原因是误认为带负号的数一定是负数, 事实上, 单从带“ $+$ ”或“ $-$ ”号判断是正数还是负数是不准确的. 如: a 不一定表示负数, 当 $a = -1$ 时, $-a$ 恰是正的, 当 $a = 0$ 时, $-a$ 就是 0 , 既不是正数, 也不是负数.

(2)运出粮食 $-4t$, 表示运出粮食 $-4t$, 产生错解的原因是对正、负数表示的数理解不深, 运出粮食 $-4t$, 表示运进粮食 $4t$.

(3)同样的“盈利负多少”不表示真正的盈利, 而表示“亏损”多少, 不能说成是亏损负多少.

【答案】 (1)这种说法不正确.

(2)表示运出粮食 $4t$.

(3)表示亏损 1000 元.

易错点 2

有理数概念以及分类不清

例2 判断对错:

此为试读版PDF, 请访问: www.ertongbook.com

