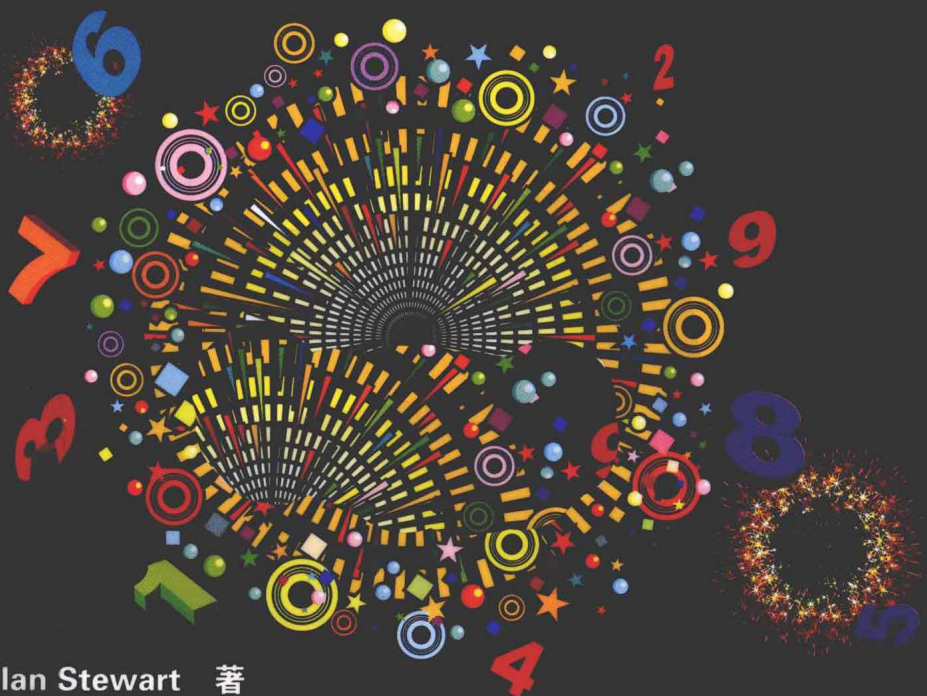


TURING 图灵新知

Professor Stewart's
Hoard of Mathematical Treasures

数学万花筒2

五彩缤纷的数学问题及知识



[英] Ian Stewart 著
张云 译

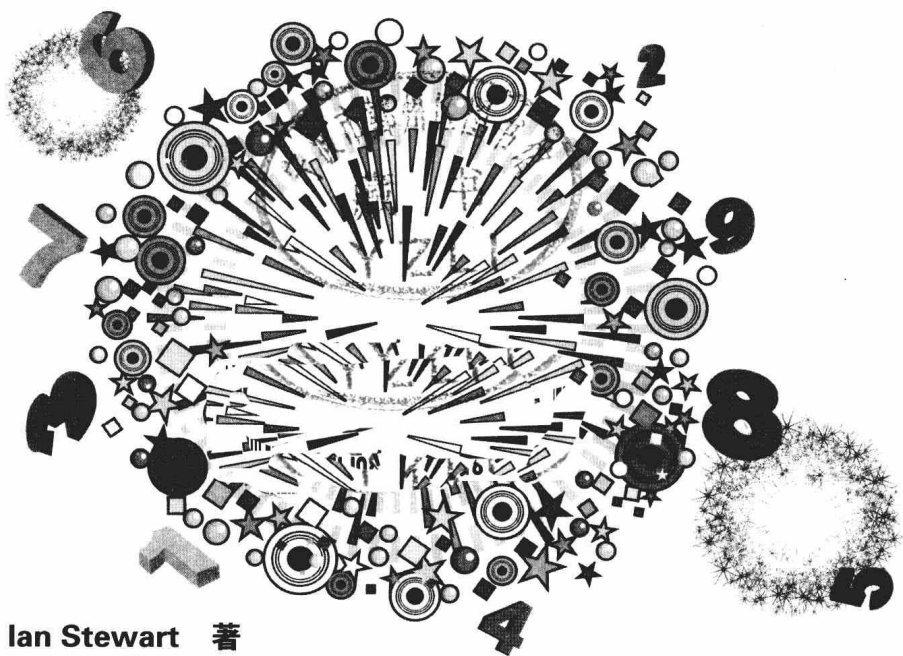
人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

TURING 图灵新知

Professor Stewart's
Hoard of Mathematical Treasures

数学万花筒2

五彩缤纷的数学问题及知识



[英] Ian Stewart 著
张云 译

人民邮电出版社
北京

图书在版编目 (C I P) 数据

数学万花筒. 2, 五彩缤纷的数学问题及知识 / (英) 斯图尔特 (Stewart, I.) 著; 张云译. — 北京: 人民邮电出版社, 2012.3

(图灵新知)

书名原文: Professor Stewart's Hoard of Mathematical Treasures

ISBN 978-7-115-26447-3

I. ①数… II. ①斯… ②张… III. ①数学—普及读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第193095号

内 容 提 要

本书是《数学万花筒:五光十色的数学趣题和逸事》的续集,继承了其内容庞杂、题材新颖、角度独特、大部分内容独立成篇的特点,并在此基础上有所突破,讲解了更加贴近生活的数学谜题、游戏、讽刺短文、流行语、笑话及民间传说等,其中还包括了历史题,如巴比伦计数方法、算盘及埃及分数等。

本书适合于对数学及数学史有着浓厚兴趣的中学生、大学生等数学爱好者阅读。

图灵新知

数学万花筒2: 五彩缤纷的数学问题及知识

◆ 著 [英] Ian Stewart

译 张 云

责任编辑 卢秀丽

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街14号

邮编 100061 电子邮件 315@ptpress.com.cn

网址 <http://www.ptpress.com.cn>

大厂聚鑫印刷有限责任公司印刷

◆ 开本: 880×1230 1/32

印张: 10.5

字数: 271千字

2012年3月第1版

印数: 1-5 000册

2012年3月河北第1次印刷

著作权合同登记号 图字: 01-2011-0740号

ISBN 978-7-115-26447-3

定价: 32.00元

读者服务热线: (010)51095186转604 印装质量热线: (010)67129223

反盗版热线: (010)67171154

第2辑前言

.....

我从14岁起就开始搜集数学趣事，一直坚持至今，已近50年，所搜集内容已经多到原来的记事本装不下了。所以当出版社建议我出一本数学杂集时，我完全不担心内容匮乏。因此就有了上一本书：《数学万花筒：五光十色的数学趣题和逸事》（*Professor Stewart's Cabinet of Mathematical Curiosities*）。

那本书于2008年出版，在那年圣诞节来临之际，它开始克服万有引力的作用，一路上浮，也许是遵循轻者往上浮的定律吧。不管怎么说，到了节礼日^①，这本书已经在著名的英国畅销书排行榜上飙升到了第16位。次年1月下旬，它已名列第6位。一本数学书，居然能与斯蒂芬妮·梅耶、奥巴马、杰米·奥利弗和保罗·麦肯纳等名家的作品并驾齐驱。

这在当时的我看来是完全不可能的，因为大家都知道，没有那么多人对数学感兴趣。要么是我的亲戚买了很多本，要么就是传统观念需要反思。于是，当我收到出版商发来的电子邮件，问我是否有意向出续集时，我想：“既然我那本一夜成名的《数学万花筒》仍然卖得很火，何不趁热打铁出本续集呢？”因此，这本《数学万花筒2》正式从昏暗的抽屉走出来，出现在公众眼前。

本书只是你独处时用来消磨时间的读物。像上一辑一样，你可以从任何地方开始阅读。事实上，两本书可以穿插着看，而且依然能从任何

① Boxing Day，圣诞节后第一个星期日，英国定为假日。——编者注

地方开始阅读。我仍坚持之前说过的一个观点：杂集就是杂七杂八的内容拼在一起，不需要教条地遵守什么固定的逻辑顺序。实际上，它也不应该按什么顺序排列，因为根本就不存在这样的逻辑顺序。如果我想把一道据称是欧几里得出的谜题，夹在一个关于斯堪的纳维亚国王掷骰子决定一座岛屿主权的故事与猴子有多大可能随机键入莎士比亚全集的问题之间，又有何不可呢？

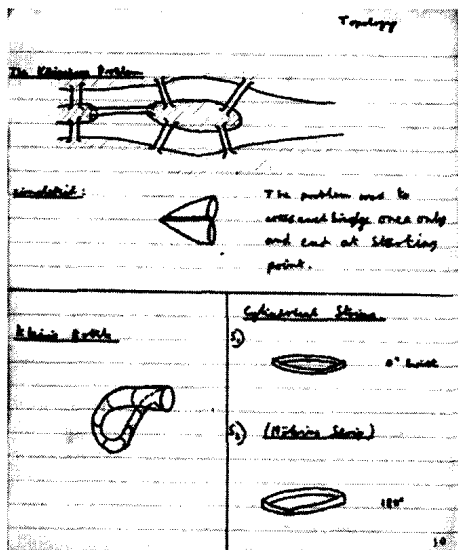
在我们生活的世界里，越来越难有时间系统地做些研究，那需要漫长而复杂的论据或讨论。这种方法仍然是正确获取知识的最佳方式——我并不否认这一点。当条件允许时，我甚至也会亲自尝试。但是，若无暇顾及这种学术方法时，则可以考虑一种替代方法——只要偶尔花上几分钟即可。显然有很多人发现这种方式很对口味，因此我们又出了这本续集。正如一位电台记者对《数学万花筒》的评论（我相信他是站在支持的角度才那样说的）：“我觉得它是理想的可以在厕所看的书。”现在，艾薇尔和我在这方面的确格外小心，不会把书放在厕所供客人阅读，因为我们不希望在凌晨1点钟砰砰地敲厕所门，把还呆在里面、发现《战争与和平》居然那么扣人心弦的客人喊出来。而我们自己也不想冒如厕过久的风险。

但现在看来是没有办法啦。那位记者说得没错。如同本书的上一辑，《数学万花筒2》正是那种适合在火车、飞机或海滩上随身携带的书。在节礼日观看体育频道和肥皂剧的空隙，也可以把它拿出来随意翻翻。它就跟任何吸引你注意力的事情一样。

《数学万花筒2》是用来娱乐的，不是用来工作的。它不是一场考试，没有全国性的课程，也没有要求打勾的小方框。你不需要做什么准备，直接拿起来读就是了。

有几个小节自成连贯的顺序，所以我把它们安排到了一起，而且前面的小节有时会为后面的小节埋下伏笔。因此，如果你遇到没有解释过

的术语，可能是在前面讨论过了。除非我认为它们不需要解释，或者忘了解释。你可以迅速浏览一下前面的小节，看看有没有相关的解释。幸运的话，是可以找到一些说明的。



我的第一本数学趣事记事本中的一页

当我翻遍记事本，选择适合《数学万花筒2》的新内容时，我在心里把这些内容划分了类别：谜题、游戏、流行语、讽刺短文、常见问题、逸事趣闻、垃圾信息、笑话、精彩片断、因经常重复而被人信以为真的信息、不太常见但值得收集的信息、悖论、民间传说以及奥秘等。谜题有许多分支，传统的、逻辑的、几何的、数字的，而且上述很多类别是重叠的。我确实曾想过标上符号告诉你哪些小节是什么类别，但是那样的话符号会太多。不过，少量标记可能会有所帮助。

谜题很容易与其他大部分类别区别开来，因为它们均以“详解参见参考答案X”的字样结尾。有些谜题会格外难，但是没有过分生僻的。答案往往值得一读，即使不去思考问题也可以直接看答案。但是，如果

你能先努力尝试解决问题，那么无论你多快就放弃思考，都能更好地理解答案。有些谜题嵌在较长的故事中，但这并不表示题目比较难，只是因为我喜欢讲故事。

只要略微有点数学基础，且仍然对数学有一定兴趣的人，都能读懂本书的几乎所有内容。常见问题解答涉及的就是那些我们在学校时常常犯嘀咕的问题。为什么不能用做分数乘法的方法做分数加法呢？循环小数 $0.9999\dots$ 等于几？人们经常问这些问题，本书似乎是一个解释这些问题背后思想的好地方。结果不见得跟你想得一样，甚至，有一次跟我想的都不一样，幸亏有人发来一封电子邮件改变了我的想法。

然而，我们在学校里学到的数学知识只是数学大世界里的一个微小部分。数学世界纵跨人类文化数千年，横跨整个地球。数学对于影响生活的万事万物是极其重要的，如移动电话、医学、气候变化，并且它的发展速度空前地快。但是，大多数影响活动是在幕后进行的，很容易让人以为它根本没有发生。因此，在《数学万花筒2》中，我特地多用了一些篇幅讲述离奇或不常见的数学应用，既包括日常生活中的，也包括前沿科学中的。留给纯数学难题的篇幅则变少了，主要是因为我在《数学万花筒》中已经涵盖了几个内容相当丰富的问题。

从求鸵鸟蛋的面积，到宇宙大爆炸刚刚发生后到底有多少物质多于反物质的问题，这些纯数学难题可谓五花八门。我还在书中介绍了几个历史话题，比如巴比伦计数方法、算盘和埃及分数。数学的历史至少追溯到5000年前，很久以前的数学发现在今天仍然起着重要作用，因为数学是一门建立在过去成果基础之上的学科。

有几个小节长一些，可以看做独立成章的小论文，它们探讨的那些重要主题，你可能在新闻中无意间看到过，比如第四维、对称性或者把球的里面翻到外面。准确地说，这些小节并没有超出了学校里所学的数学，而是通常转向完全不同的方向。数学比我们大多数人认识到的丰富

得多。我在注释中还加入了一些专业评论，它们分散在答案中。这些都是我觉得需要说明并且容易被忽略的内容。在适当的地方我也引用了《数学万花筒》中的内容。

偶尔你可能会碰到看起来很复杂的公式，不过这些公式大多放到注释中了。如果你讨厌公式，可以跳过这些内容。公式放在那里是给你看看它们是什么样子，不是让你背下来应付考试的。有些人喜欢公式——它们也许极具美感，不过无可否认，那是人们后天培养的品味。我不想省略关键细节来避重就轻，我个人觉得这是很令人生厌的，就像有些电视节目呱噪着某个新发现是多么激动人心，但到底是什么发现，它却只字不提。

《数学万花筒2》的内容安排很随机，阅读本书的最佳方式显而易见：从头读到尾。这样，你不会到最后发现同样的页码读了6遍，而一些有趣得多的内容又没有读到。但是当你发现错开了“抽屉”时，完全可以立即跳到下一小节。

这不是唯一的阅读方式。在我职业生涯的大部分时间里，我读数学书都是从后面开始，快速向前浏览，直到发现一些看上去比较有趣的内容，然后再继续向前翻，直到找到那个内容所依赖的技术术语，这时才按正常的从前到后的方式阅读，一探究竟。

这种方法的确适合我。不过，你也许喜欢比较传统的方法。

Ian Stewart

2009年4月于考文垂市

数学家是将咖啡变成定理的机器。

保罗·埃尔德什

目 录

一	计算器趣题 1	1	二四	六角手风琴是不是柔性多面体	28
二	颠倒过来的年份	1	二五	风箱猜想	30
三	不幸的失婚女人莉拉沃蒂	2	二六	数字立方	32
四	16 根火柴	3	二七	对数学家吸引力不大	32
五	吞咽的大象	3	二八	鸵鸟蛋的面积是多少	35
六	神奇的圆圈	4	二九	ORDER 变成 CHAOS	37
七	挪车棋	4	三〇	大数	38
八	按数字把戏	5	三一	溺水数学家	43
九	算盘的秘密	7	三二	数学海盗	43
十	红胡子的宝藏	10	三三	毛球定理	46
十一	可翻转的六边形	12	三四	正放与倒放的茶杯	47
十二	等号是谁发明的	13	三五	密码	49
十三	五角星及其剪法	14	三六	2 加 2 何时等于 0	52
十四	巴比伦计数方法	15	三七	可以公开的密码	55
十五	魔六边形	19	三八	日历魔术	58
十六	科拉茨-叙拉古-乌拉姆问题	20	三九	数学猫	59
十七	珠宝商的困境	23	四〇	11 的规则	62
十八	谢默斯所不知道的	24	四一	成倍的数字	63
十九	为什么烤面包片落地时总是抹黄油的一面着地	24	四二	共同知识	63
二〇	涂了黄油的猫的悖论	25	四三	腌洋葱谜题	66
二一	林肯的狗	26	四四	猜牌	67
二二	胡敦尼猜骰子	27	四五	现在用一整副牌	68
二三	柔性多面体	27	四六	万圣节 = 圣诞节	68
			四七	埃及分数	69

2 | 数学万花筒 2: 五彩缤纷的数学问题及知识

四八	贪心算法	73	七六	为什么不能像做分数乘法那样做分数加法	121
四九	搬桌子	76	七七	法莱, 法莱, 正相反	122
五〇	用长方形拼成正方形	76	七八	资源整合	123
五一	拜伦写牛顿的诗	77	七九	欢迎光临折叠瓷砖房屋	124
五二	×标记的地点	77	八〇	煮圆环面	126
五三	反物质究竟是什么	79	八一	卡塔兰猜想	127
五四	如何看到物体的里面	84	八二	平方根符号的起源	129
五五	数学家谈数学	87	八三	请多多包涵	129
五六	维特根斯坦的羊	90	八四	火腿三明治定理	130
五七	比萨盒斜塔	91	八五	格罗姆普斯上的板球	133
五八	闻名世界的派达哥拉斯肉饼	95	八六	数字情种	134
五九	扑克牌框	96	八七	失去的那一块	135
六〇	倒水问题	97	八八	另一个椰子	136
六一	亚历山大长角的球	97	八九	芝诺是做什么的	136
六二	神圣的草席规则	99	九〇	五枚金币	142
六三	完全数、盈数、亲和数及亏数	100	九一	天空中的 π	143
六四	打靶练习	103	九二	狗的蹊跷表现	145
六五	月有阴晴圆缺	104	九三	数学制造的困难	145
六六	形形色色的证明	105	九四	关于埃及分数不可思议的事实	147
六七	重新考虑	107	九五	四色定理	147
六八	杜德尼如何“煮”劳埃德	107	九六	穿越永恒黑暗的蛇	148
六九	用水“煮”	109	九七	哪里不对劲	149
七〇	天体共振	109	九八	数学发展史一览	150
七一	计算器趣题 2	114	九九	史上最短的数学笑话	152
七二	哪个数较大	114	一〇〇	全球变暖骗局	152
七三	无穷和	115	一〇一	猜牌	159
七四	最荒唐的证明	117	一〇二	循环小数 $0.999\ 9\dots$ 等于多少	160
七五	科罗拉多·史密斯和太阳神殿	119	一〇三	已死量的幽灵	162

一〇四	谁挣钱多·····	164	一三二	火柴智力题·····	198
一〇五	列昂纳多的一道难题·····	164	一三三	应关闭哪家医院·····	199
一〇六	同余数·····	165	一三四	如何把球的里面 翻到外面·····	200
一〇七	心不在焉的人·····	166	一三五	一根绳子走进 酒吧·····	204
一〇八	关于时间的游戏·····	167	一三六	切蛋糕·····	205
一〇九	我躲开了袋鼠吗·····	168	一三七	π 符号的起源·····	205
一一〇	克莱因瓶·····	169	一三八	镜子大厅·····	206
一一一	统计数字·····	173	一三九	希腊群和特洛伊群 小行星·····	207
一一二	用棍子做乘法·····	173	一四〇	滑动硬币·····	209
一一三	拉普拉斯日出·····	177	一四一	打败他·····	209
一一四	数学猫的另一个故事·····	178	一四二	欧几里得谜题·····	210
一一五	有边素数魔方阵·····	179	一四三	无限猴子定理·····	211
一一六	格林-陶哲轩定理·····	179	一四四	猴子与进化论·····	212
一一七	波赛利连杆机构·····	182	一四五	通用推荐信·····	214
一一八	对 π 更好的接近·····	183	一四六	蛇与加法器·····	214
一一九	微积分爱好者的 严谨分析·····	184	一四七	增强版交叉数谜题·····	216
一二〇	帕拉斯·雅典娜的 雕像·····	185	一四八	魔术手帕·····	216
一二一	计算器趣题3·····	186	一四九	对称性简介·····	217
一二二	补齐方阵·····	186	一五〇	数字游戏修订版·····	221
一二三	看到就说出来的数列·····	187	一五一	素数的无限性·····	222
一二四	非数学家谈数学·····	187	一五二	用分数表示的100·····	223
一二五	欧拉猜想·····	189	一五三	啊,还能这样 解释·····	224
一二六	第一百万位数·····	190	一五四	关于生命、递归和 万事万物的问题·····	224
一二七	海盗之路·····	190	一五五	假的、未提出过、 未证明过的定理·····	226
一二八	通过岔道的火车·····	191	一五六	证明 $2+2=4$ ·····	226
一二九	请把自己的意思 搞清楚·····	192			
一三〇	平方、数列和数字和·····	192			
一三一	希尔伯特列出的 23个问题·····	193			

4 | 数学万花筒 2: 五彩缤纷的数学问题及知识

一五七	切甜甜圈·····	227	一六八	滚动的车轮不聚集 速度·····	248
一五八	接触数·····	228	一六九	点的位置问题·····	248
一五九	翻身陀螺翻筋斗·····	230	一七〇	平面世界的国际 象棋·····	249
一六〇	一个结何时未打结·····	231	一七一	无限彩票·····	250
一六一	最初的阶乘符号·····	232	一七二	经过的船舶·····	251
一六二	Juniper Green 游戏·····	233	一七三	最大的数是 42·····	252
一六三	数学笑话中的笑话·····	238	一七四	未来数学史·····	253
一六四	第四维以上的维度·····	239		参考答案·····	255
一六五	斯莱德辫子·····	246			
一六六	避开相邻的数·····	246			
一六七	职业转变·····	247			

练习一 计算器趣题 1

拿出计算器，计算以下算式：

$$(8 \times 8) + 13$$

$$(8 \times 88) + 13$$

$$(8 \times 888) + 13$$

$$(8 \times 8888) + 13$$

$$(8 \times 88888) + 13$$

$$(8 \times 888888) + 13$$

$$(8 \times 8888888) + 13$$

$$(8 \times 88888888) + 13$$

详解参见参考答案1。

.....

练习二 颠倒过来的年份

有些数字颠倒过来看是一样的：0、1、8。还有两个数字是成对出现的，一个数字是另一个的倒写：6、9。其余的数字2、3、4、5和7倒过来看不像数字。（当然，你可以把7写得潦草一些，使它倒过来像2，不过还是别这样写了。）将1691这个年份倒过来，读起来还是一样的。

过去离现在最近的哪一年，倒过来看是一样的年份？

未来的哪一年是下一个倒过来看一样的年份？

详解参见参考答案2。

.....

三 不幸的失婚女人莉拉沃蒂



莉拉沃蒂

有一位古印度伟大数学家婆什迦罗，生于1114年。他事实上是一名天文学家：在他那个年代的文化里，数学主要是一种天文学技术。数学出现在天文学文献里，还不是一门独立的学科。婆什迦罗最著名的一部著作是《莉拉沃蒂》。关于这个书名有一个传说。

莫卧儿王朝阿克巴大帝的宫廷诗人菲济写道，莉拉沃蒂是婆什迦罗的女儿。她当时正值适婚年龄，婆什迦罗为她占卜星卦来推测婚礼吉日。（刚进入文艺复兴时期时，许多数学家靠占卜星卦过上了富足的生活。）婆什迦罗显然是一个爱显摆的人，他认为自己想出了一个了不起的主意，可以使他的预测更加激动人心。他在一只茶杯底部打了个孔，让它漂浮在水碗里。按照他的设计，杯子沉下去之时就是命运来临之际。

不幸的是，性急的莉拉沃蒂俯身在碗上方，眼巴巴地盼着杯子往下沉。她衣服上的一颗珍珠掉到了杯子里，堵住了那个孔。因此杯子没有沉下去，可怜的莉拉沃蒂永远都不能结婚了。

为了安慰女儿，婆什迦罗写了一本以她名字命名的数学教科书。

父爱真伟大呀！

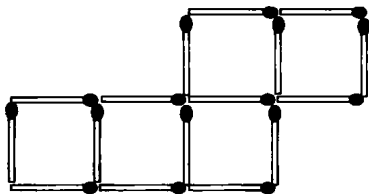
.....

四 16 根火柴

用16根火柴拼成5个大小相同的正方形。

要求只移动2根火柴，使正方形数目减为4个。所有火柴都必须用上，每根火柴都应是其中一个正方形的一部分。所有正方形的大小都必须相同。

详解参见参考答案3。



16根火柴拼成5个大小相同的正方形

五 吞咽的大象

大象总是穿粉红色裤子。

每种吃蜂蜜的动物都会吹风笛。

容易吞咽的动物都吃蜂蜜。

穿粉红色裤子的动物都不会吹风笛。

因此：

大象很容易吞咽。

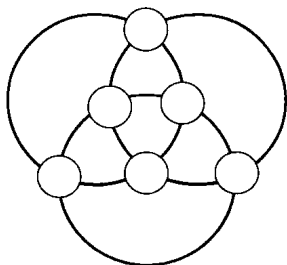
这一推断是否正确？

详解参见参考答案4。

六 神奇的圆圈

图中有3个大圆圈，每个大圆圈穿过4个小圆圈。将数字1、2、3、4、5、6填进小圆圈中，使每个大圆圈上的数加起来都等于14。

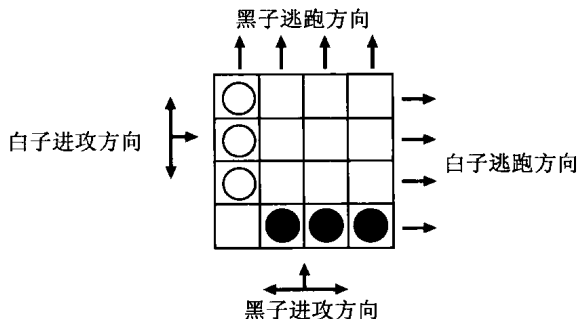
详解参见参考答案5。



使每个大圆圈上的数字之和等于14

七 挪车棋

这是一种规则非常简单的数学游戏，相当好玩，只需一块小板子即可。这个游戏是由谜题专家及作家科林·沃特发明的。下图为 4×4 格子的例子。



4×4 格子上的挪车棋游戏

玩家轮流将棋子向前、向左或向右移动一格，如图中“黑子进攻方向”和“白子进攻方向”的箭头所示，一次只能移动一枚棋子。如果一枚棋子被对手的棋子挡住或者到了格子边缘，就不能移动了。除非到了另一侧边缘，这时棋子可以逃跑。玩家必须总是让对手能够至少按规则移动一格，如果不让对手走，他就输了。最先让自己的所有棋子逃跑的玩家赢得胜利。

在较大的格子上玩，初始排列与此类似，左下角的那一格空着，最左边一列摆上白色棋子，最下面一行摆黑色棋子。

沃特已经证明，如果采用最佳策略， 3×3 格子上第一个走棋的玩家总是能赢，但是对于较大的格子，哪个玩家会赢似乎还未可知。一种不错的玩法是在普通的 8×8 格子（棋盘格）上玩。

使用正方形棋盘似乎是很自然的，如果使用长方形棋盘，棋子较少的玩家不得不把棋子移得更远，这样游戏才能玩得起来。据我所知，还没有人用长方形棋盘玩这个游戏。

.....

魔术 八 按数字把戏

这个把戏是我从胡敦尼大师那里学来的。至今，他仍然是一位名不见经传的舞台魔术师，不过他应该得到更为广泛的认可。这个把戏非常适合在聚会上玩，只有在场的数学家才能猜出它的原理。^①它是专用于2009年的，但是后面我会解释如何让它也能适用于2010年，参考答案6会进一步将其推广到任何一年。

胡敦尼要求一名观众上台充当志愿者，他美丽的助理格罗姆佩莉娜

① 与人们的一般印象相反，数学家确实会去参加聚会。