

Theory and Models in Mathematical Finance

数理金融 理论与模型

◎ 李胜宏 鲍群芳 杨 晨 编著



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

数理金融理论与模型

李胜宏 鲍群芳 杨 晨 编著



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数理金融理论与模型/李胜宏等编著. —杭州: 浙江大学出版社, 2011. 9

ISBN 978-7-308-08698-1

I. ①数… II. ①李… III. ①金融学: 数理经济学
IV. ①F830

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 092252 号

数理金融理论与模型

李胜宏 鲍群芳 杨 晨 编著

责任编辑 徐素君

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 杭州大漠照排印刷有限公司

印 刷 浙江全能印务有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 14.25

字 数 356 千

版 次 2011 年 9 月第 1 版 2011 年 9 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-08698-1

定 价 30.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571) 88925591

序 言

金融数学,是指利用现代数学理论研究金融问题,以求找到金融活动内在规律并用以指导社会实践的一门科学,是现代数学理论和计算机技术在金融领域的应用。

亚里士多德曾将人类的知识分为三类:纯粹理性、实践理性和技艺。如果说数学是纯粹理性、早期的金融学是实践理性、计算机技术为技艺的话,则金融数学就是这三类知识之间相互融合的最佳桥梁。曾几何时,金融与数学是两条似乎看上去永不相交的平行线;今天,金融学与数学相互融合,你中有我,我中有你,彻底改变了现代金融学的现状,也推动着现代金融学从描述性科学向分析性科学的华丽转身。诺贝尔经济学奖的光辉名单上早已刻上多名在金融数学领域做出重大贡献的金融学家和数学家,华尔街匆忙的身影中不时闪烁着数学、计算机方面的杰出人才。

20 世纪 50 年代开始,随着金融自由化的兴起和技术进步的加快,金融创新不断出现,金融活动日趋复杂,使得传统的金融理论逐渐捉襟见肘之际,哈里·马科维茨的投资组合理论问世,第一次将现代数学理论运用到金融理论中,引发了“第一次华尔街革命”的发生。追随着马科维茨的足迹,他的学生夏普在其工作的基础上,开创性地利用数学推理论证解决了风险资产的定价问题,提出了资本资产定价模型,将“第一次华尔街革命”推到了高潮。1973 年布莱克和斯科尔斯期权定价公式的提出则标志着“第二次华尔街革命”的开始,也使得现代数学工具更加紧密地融入现代金融理论,促进了全球金融市场的加速发展,更标志着“金融数学”作为一门独立的学科走上历史舞台。

现在,随着金融市场的发展和金融创新的不断深化,各种金融衍生产品层出不穷,风险管理模型日趋复杂,这又对金融数学的发展提出了更高的要求,也为金融数学的发展提供了广阔的空间。因此,无论是从事金融理论研究还是金融市场决策有关的实务工作都需要学习金融数学理论。

本书综合了金融数学经典与前沿理论。它不仅适合金融学、金融数学和金融工程等专业作教材使用,也可供广大具有微积分和基本概率论知识的读者、相关研究人员和证券投资者参考。

在内容涵盖方面,本书讲述了经典的金融经济学理论,不仅包括期望效用理论、资产组合理论、资本资产定价模型与套利定价模型,还包括离散时间与连续时间下金融衍生品定价基本定理。同时,对信用风险这个非常流行的主题,本书也做了讲解。

在内容组织上,本书具有完备统一性,各个主题之间有很强的逻辑关联性,章节编排清晰合理。因此,读者容易理解和把握本书的主要思想和内容。

全书共分六章,第一章介绍金融数学的研究对象,即各类金融产品。第二章介绍期望效用函数理论、投资者的风险类型及其风险度量。前两章是学习金融数学的基础知识。第三

章介绍马科维茨的投资组合选择理论以及该理论的推广。第四章介绍两类资本资产定价模型,以股票为例讨论了风险资产的 CAPM 定价模型,并以因子模型为依据,以无套利分析为出发点,分析了单因子和多因子共同影响资产价格条件下的风险资产定价问题,并对上述两类模型的共同点和区别作出分析。第五章主要介绍金融衍生资产的定价方法,在此框架内给出了一类重要的金融衍生品——期权的定价。最后一章讨论信用风险建模和管理这个前沿话题。其中包括信用风险管理中的主要思想、市场中广泛使用的建模方法,以及信用衍生产品在市场中的重要应用。本章结尾具体介绍了信用衍生产品的主要定价方法。

与现有的国内外金融数学类书籍相比,本书的一大特点是在将投资组合理论、资产定价理论和信用风险理论统一在同一个框架的基础上,由浅入深,既介绍经典的理论知识,也介绍每个理论方向当前的最新研究进展和成果。这给本书的读者了解该领域当前的研究进展提供了一定的帮助。

本书是第一作者为浙江大学 06、07 级本科生开设的“金融数学”课程的讲稿的基础上修改而成。特别感谢选修该课程的同学,他们提出了许多建设性的修改意见,对本书的完善作出了较大贡献。

本书的出版得到教育部重大项目(项目编号:309018)和国家自然科学基金(项目编号:70973104)的资助,作者在此表示衷心感谢。

李胜宏

2011 年 8 月于求是园

目 录

第一章 金融市场	1
第一节 基础金融资产	1
1.1.1 股票	1
1.1.2 债券	4
1.1.3 其他基础金融资产	6
第二节 金融衍生品	7
1.2.1 远期	7
1.2.2 期货	12
1.2.3 期权	13
1.2.4 互换	19
第三节 信用衍生品	22
1.3.1 信用风险	23
1.3.2 信用衍生品	26
1.3.3 单名信用衍生品	27
1.3.4 多名信用衍生品	34
练习题	37
第二章 效用理论	40
第一节 效用函数	40
2.1.1 偏好	40
2.1.2 效用函数	41
第二节 期望效用理论	42
2.2.1 随机计划集	42
2.2.2 圣彼得堡悖论	43
2.2.3 期望效用表示	44
2.2.4 期望效用表示的存在性	47
2.2.5 多期情形的期望效用表示	50

2.2.6 期望效用理论遇到的挑战	50
第三节 风险态度及其度量	53
2.3.1 风险态度	53
2.3.2 风险厌恶的局部度量	54
2.3.3 风险厌恶的整体度量	60
2.3.4 多风险资产情形	63
第四节 随机占优	64
2.4.1 随机占优的思想	64
2.4.2 一阶随机占优	64
2.4.3 二阶随机占优	67
2.4.4 其他形式的随机占优	70
练习题	72
第三章 资产组合理论	74
第一节 问题引入	74
3.1.1 单一资产的收益与风险	74
3.1.2 资产组合的收益与风险	75
第二节 不含无风险资产的资产组合理论	76
3.2.1 均值-方差准则	76
3.2.2 数学准备	77
3.2.3 资产组合理论的基本假设	78
3.2.4 资产组合前沿边界	79
3.2.5 前沿边界性质	84
3.2.6 P -零协方差组合	85
3.2.7 前沿资产与可行资产的关系	87
3.2.8 q -零协方差组合	90
第三节 含无风险资产的资产组合理论	91
3.3.1 资产组合前沿边界	91
3.3.2 前沿边界性质	94
3.3.3 前沿资产与可行资产的关系	98
第四节 VaR 与 $C-VaR$ 风险度量下的资产组合	100
3.4.1 从方差风险度量到 VaR 与 $C-VaR$ 风险度量	100
3.4.2 VaR 与 $C-VaR$	102
3.4.3 VaR 与 $C-VaR$ 准则下的资产组合	108
第五节 最优资产组合的应用	111

3.5.1 样本收集与数据处理	111
3.5.2 结果分析	113
练习题	115
第四章 资本资产定价模型与套利定价理论	119
第一节 资本资产定价模型	119
4.1.1 从 Markowitz 资产组合理论到资本资产定价模型	119
4.1.2 基本假设	120
4.1.3 市场组合	121
4.1.4 资本资产定价模型的理论	123
第二节 资本资产定价模型相关结论	124
4.2.1 资本市场线与 Sharpe 比率	124
4.2.2 市场风险与 Beta 系数	125
4.2.3 证券市场线与 Treynor 比率	127
4.2.4 Alpha 指标	128
第三节 资本资产定价模型进一步的讨论	128
4.3.1 资本资产定价模型的二基金分离定理	128
4.3.2 不含无风险资产的资本资产定价模型	131
4.3.3 市场组合的有效性以及可替代性	132
第四节 套利定价理论	133
4.4.1 单因子模型	134
4.4.2 多因子模型	135
4.4.3 套利定价模型的基本假设	137
4.4.4 套利定价模型的建立	139
4.4.5 套利定价模型与资本资产定价模型的区别与联系	142
第五节 CAPM 与 APT 模型的应用	144
4.5.1 CAPM 与指数复制	144
4.5.2 Fama-French 多因子模型	150
练习题	153
第五章 鞅定价方法	155
第一节 离散时间鞅定价	155
5.1.1 离散时间鞅	155
5.1.2 基础资产的二叉树模型：单期情形	158
5.1.3 基础资产的二叉树模型：多期情形	159

5.1.4 鞅测度与风险中性测度	163
5.1.5 有限状态空间上的测度变换	165
5.1.6 鞅定价方法与资产定价基本定理	167
5.1.7 衍生资产鞅定价的进一步讨论	172
5.1.8 衍生资产的二叉树定价实例	174
第二节 连续时间鞅定价	177
5.2.1 从离散时间模型到连续时间模型	177
5.2.2 布朗运动与连续时间鞅	178
5.2.3 连续时间鞅定价	184
5.2.4 连续时间下欧式期权定价	189
练习题	190
第六章 信用风险	192
第一节 信用风险建模	192
6.1.1 结构化模型	193
6.1.2 约化模型	198
6.1.3 违约相关性模型	209
第二节 信用衍生品定价	211
6.2.1 单名信用衍生品定价	211
6.2.2 多名信用衍生品定价	213
练习题	217
参考文献	218

第一章 金融市场

本章介绍金融市场的基本概念,特别是介绍金融市场上交易的各种金融资产,包括基础资产与衍生资产。金融资产,又称金融工具,是指一切可以在金融市场上进行交易、具有现实价格和未来估价的资产总称。最常见的金融资产有股票、债券、商业票据等,这些金融工具直接来源于金融市场参与者的投融资活动,它们被称作基础资产。相对于基础资产的是衍生资产,或称作衍生金融工具,其价值取决于或派生于基础商品或基础金融资产的价格及其变化,这些衍生品包括远期、期货、期权、互换等。例如基于股票的期权被称作股票期权,而股票被称作这个期权的标的资产。由于标的资产可以是各种各样的基础商品与金融资产,甚至是一些无形的资产或自然现象,由此得到的金融衍生品种类繁多,其市场份额与交易量也非常庞大。本书从现代经济金融理论出发重点介绍基础金融资产的概念与定价,以及标的于基础金融资产的金融衍生品的定价,特别是金融期权的定价。此外,本书还介绍另外一类特殊的金融衍生品——信用衍生品。本章的主要内容是给出这些基础金融资产和金融衍生品的基本概念,以及金融资产定价理论的初步介绍。

第一节 基础金融资产

本节主要介绍股票、债券等基础金融资产,通过实例的讲解,让读者了解这些基础资产的价值与风险所在,并介绍诸如融资融券等这些与中国金融市场紧密相关的概念,以加深读者的认识。

1.1.1 股票

股票(Stock)是股份有限公司在筹集资本时向出资人发行的股份凭证。股票代表着其持有者(即股东)对股份公司的所有权。这种所有权是一种综合权利,如参加股东大会、投票表决、参与公司的重大决策,收取股息等。股东与公司之间的关系不是债权债务关系,股东是公司的所有者,以其出资额为限对公司负有限责任,承担风险,分享收益。股票的一个重要特征是不可偿还性,即股票是一种无偿还期限的有价证券,投资者认购了股票后,就不能再要求退股,只能到二级市场卖给第三者。所谓二级市场指的是已流通股票的交易市场,一级市场指首次公开发行股票的市场。

投资股票的收益主要有两部分,其中一部分来自于股息收益。股东作为股份公司的所

有者, 凭其持有的股票, 有权从公司领取股息或红利^①, 获取投资的收益。股息的大小, 主要取决于公司的盈利水平和公司的盈利分配政策。投资股票的另一部分收益来源于买卖股票的价差收益。由于股票不具有可偿还性, 要退出股票投资只能通过卖出股票, 其中买卖差价就是投资者的投资收益或损失。投资者可以通过低价买入股票, 然后高价卖出, 就可以获得价差利润。例如, 在图 1-1 的行情中, 如果一个投资者于 2009 年 6 月 30 日在上海证券交易所 28 元每股的价格买入 1000 手^②中信证券(600030)股票, 投资者的成本为 280 万。一个月后, 即 2009 年 8 月 3 日, 此时的市场行情如图 1-2, 中信证券的股票价格涨到了 38 元每股, 此时投资者想退出对中信证券的投资, 通过交易系统在上证所卖出这 1000 手股票, 获得 380 万的资金, 其中包含投资本金与投资收益。在这笔交易中, 投资者通过低价买入高价卖出股票, 以 280 万本金在一个月的时间内获得了 100 万的收益^③。

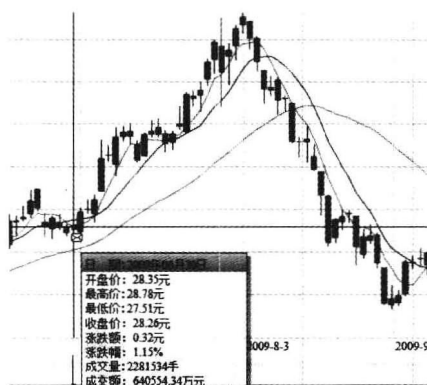
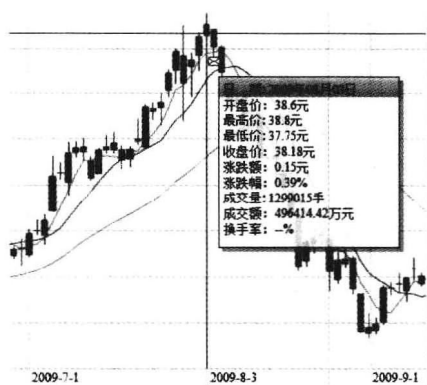
图 1-1^④

图 1-2

股票交易还存在着不可忽视的风险。金融中所说的风险是指金融资产价格波动等不确定性对投资者的投资造成损失的可能性。从图 1-3 可以看出, 虽然 8 月 3 日中信证券的股票达到了最高收盘价 38.6 元, 但是在接下来的一个月中这只股票一直保持着下跌的趋势, 到 9 月 1 日为止, 中信证券已经跌至 24.77 元的低位, 比投资者入场时的 28 元还低 3.23 元。如果投资者选择在此时卖出股票, 那么这次交易每股亏损 3.23 元, 总共亏损 32.3 万元。事实上, 中信证券的股票价格不但有 6 月

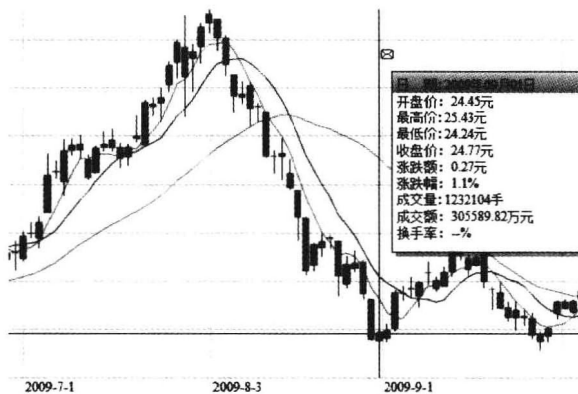


图 1-3

① 股息或红利, 指上市公司在进行利润分配时, 分配给股东的利润。

② 一手股票等于 100 股, 我国规定买入股票的最低单位为一手, 卖出股票的份数没有限制, 投资者可以只卖出一股股票。

③ 这里没有考虑交易成本。在二级市场进行交易时, 需要支付一定的交易费用, 即所谓的交易成本。

④ 数据来源: 金融界 <http://www.jrj.com.cn/>, 下同。

30 日到 8 月 3 日这个明显的上涨趋势,和 8 月 4 日到 9 月 1 日这个大的下跌行情,股票价格每日的波动也非常明显。这些波动最直接地受到各方投资者每日买卖股票的交易量和交易价格的影响,并且直接或间接地受到诸如公司经营状况、公司管理层调整、宏观经济状况、信息披露、政策调整与投资者心理预期等多种因素的影响。投资者在进行股票投资之初,并不知道一段时间之后投资的收益会是如何,具有不确定性,这是股票的特点,也是很多金融资产的基本特征。

股票作为持有股份公司股份的凭证,它的价值由它所代表股份的价值决定。而股份代表对股份公司的所有权,股份的价值就是股份公司的价值。因此,股票的真实价值由股份公司的资产价值决定。而作为公司资产,其价值体现在能够为资产持有者带来收益,收益越大资产的价值就越高。例如,如果有一项资产能够马上给其持有者带来 100 万的收益,并且在将来也不会有其他收益,那么这项资产的价值就是 100 万;如果另有一项资产能够在未来十年每年为其持有者带来 10 万的确定收益,那么这项资产的价值就是未来十年内每年 10 万的当前价值。这里提到的当前价值是金融中一个非常重要的概念,今天的 100 万收益与一年以后的 100 万收益肯定不能对等,因为如果现在就拿到这 100 万,投资者可以马上进行消费,当即实现自己的愿望,也可以用这 100 万进行投资,一年以后可能得到超过 100 万的收益。因此,不同时间点的同样数额现金具有不一样的价值,这个概念被称为货币的时间价值。显然,上面例子中当即获得 100 万收益的资产要比十年内每年获得 10 万收益的资产价值更高。对于股票来说,持有公司股份就意味着投资者在之后的若干年内都可以获得股息收益,如果投资者在未来卖掉股票,还可以获得价差的收益,因此股票的价值取决于公司未来收益,公司发展前景越好,未来收益预期越高,股票的价值就会越高。

当然,价值高的股票价格并不一定会高。这是因为股票作为一种可交易的商品,它的价格直接受到买方和卖方供求关系的影响。当大部分人都看好一只股票时,买方力量大,需求量多,股票价格就会升高;反之当大部分人都看空这只股票时,卖方力量相对就大,股票价格就会下降。还有一个重要的原因是,由于股票的价值代表其背后资产的收益,而这些资产的收益受到公司经营业务的影响,有的行业可能未来几年的收益都非常清楚,并且不会有较大的发展前景,那么这些收益的现值就比较清楚,而且其价值也不高;但是有些企业所处的行业不太受到大众的关注,并且它未来的收益非常不确定,市场各方有各自的观点。所以各方对企业股票的估值有所不同,当市场大部分参与者都认为一个企业未来前景不好时,这只股票的价格就不会高。如果一个投资者能够在市场普遍认为一只股票价值不高的时候发现这只股票的发展前景,并长期持有直到这家公司实现业务发展时,他就能获得长期的较高的收益。这种投资方式区别于只在短期内贱买贵卖股票的投资方式,它被称作长期价值投资。坚持长期价值投资最典型的代表是股神沃伦·巴菲特。有人曾做过统计,巴菲特对每一只股票的投资没有少过 8 年的。巴菲特曾说:“短期股市的预测是毒药,应该把它摆在最安全的地方,远离儿童以及那些在股市中的行为像小孩般幼稚的投资人。”1965—2006 年的 42 年间,巴菲特的伯克希尔公司净资产的年均增长率达 21.46%,累计增长 351720%;而同期标准普尔 500 指数成分公司的年均增长率为 10.4%,累计增幅为 6378%。

从上面股票价差收益的概念可知,当股票价格上升时投资者可以获得收益,但是当股票价格下跌时,投资者将遭受损失。卖空的交易制度可以使投资者在股票下跌的时候也可以获得收益。所谓卖空,指的是投资者出售自己并不拥有的证券的行为。在允许卖空的市场,投资者获得收益的方法仍然是贱买贵卖,与之前正常投资方法的先“贱买”后“贵卖”所不

同的是,投资者预期到之后一段时间股票价格将下跌,所以先通过卖空的方式“贵卖”出股票,获得高的价格收入,当股票价格下跌以后,再花较低的价格买入同样份数的股票,对之前的空头头寸进行平仓。如此交易之后,投资者在股票价格下跌的行情中获得了期初高价格与期末低价格之间的价差收益。

股票的卖空交易又称“融券”交易,也就是说投资者为了卖掉本不属于自己的证券需要从其他金融机构处借得证券然后卖出,一段时间之后从市场上买入证券还给金融机构。与“融券”业务对应的是“融资”业务,当投资者想买入证券但是资金不够时,可以从金融机构那里借入资金买入证券,一段时间之后在市场上卖出证券并偿还金融机构处的借款。融资和融券交易都属于信用交易,因为投资者在自己不拥有资金的情况下买入证券,在自己不拥有证券的情况下卖出证券。

从现有的历史资料看,卖空交易早在1610年之前的荷兰就已经存在,美国的卖空交易也早在17世纪就出现,但是直到19世纪50年代才出现“卖空”一词。1934年美国国会通过了《1934年证券交易法》,正式引入了卖空交易机制,并对卖空交易实施了严格的管理。2006年6月30日,中国证监会发布《证券公司融资融券试点管理办法》,并于2006年8月1日起施行。2008年4月24日证监会再次发文,在《证券公司监督管理条例》中,融资融券业务被正式列入券商业务中,并做了明确规定。2010年1月8日,国务院原则同意开设融资融券试点业务^①。2010年3月31日,上海证券交易所和深圳证券交易所正式启动融资融券交易试点。

1.1.2 债券

债券(Bond)也是一种有价证券,是社会各类经济主体为筹措资金而向债券投资者出具的,并且承诺按一定利率定期支付利息、到期偿还本金的债权债务凭证。由于债券的利息通常是事先确定的,所以,债券又被称为固定收益证券。投资者与债券发行方构成的关系是债权债务关系,即投资者不对债券发行方的公司或资产具有所有权,只是债务关系。投资者不能分享发行方公司的收益,不对发行方的损失负责。与股票不同的是,债券是一种具有到期日的证券,这个期限一般在债券发行时就确定。投资者如果投资债券,可以持有债券至到期日,也可以于到期日之前在债券二级市场将债券卖出。

投资债券的收益取决于投资者的投资策略,如果投资者在期初的时候买入债券,并且持有债券至到期日,那么投资者获得的收益是持有期内的利息收益;如果投资者在买入债券之后,在到期日之前将债券卖出,那么投资者获得的收益是持有期内的利息收入和买卖债券的价格之差。例如,在图1-4的行情中,如果一个投资者在2008年9月12日在上海证券交易所以100元每张的价格买入1000手^②

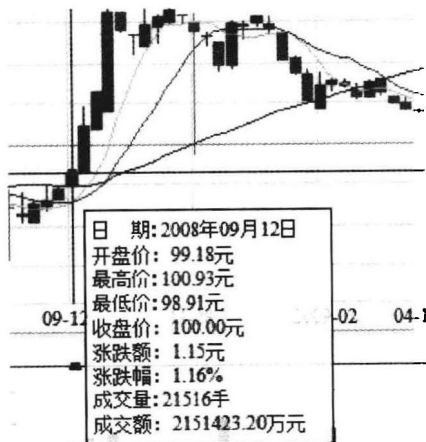


图 1-4

^① 见上海证券交易所网站: www.sse.com.cn

^② 一手债券等于10张,我国规定买入和卖出债券的最低单位为一手。

“05 国债(4)”国债,投资者的成本为 100 万,并且该投资者打算持有国债到 2025 年 5 月 15 日。“05 国债(4)”的基本信息见表 1-1。由于“05 国债(4)”半年付息一次,票面利率是 4.11%,半年一次支付的利息为每百元面值债券 2.055 元。且由于起始计息日为 2005 年 5 月 15 日,那么投资者在其投资期内获得的收益将会是确定的每年 5 月 15 日和 11 月 15 日支付的 $2.055 \times 10 \times 1000 = 2.055$ 万利息和 2025 年 5 月 15 日支付的 100 万本金。

表 1-1

债券名称	2005 年记账式(四期)国债		
债券简称	05 国债(4)	债券代码	010504
发行额(亿元)	339.20	发行价(元)	100.00
发行方式	利率招标	期限(年)	20.00
发行票面利率(%)	4.11	上市场所	上海证券交易所
计息日	2005-05-15	到期日	2025-05-15
发行起始日	2005-05-15	发行截止日	2005-05-19
发行单位	财政部	还本付息方式	半年付息
到期收益率(%)	3.8903	剩余期限(年)	15.0795
发行对象	在证券登记公司开立股票和基金账户,在国债登记公司开立一级债券账户的各类投资者。		

如果,2008 年 9 月 12 日有另外一个投资者以同样的价格买入 1000 手“05 国债(4)”国债。3 个多月后的 2008 年 12 月 19 日,此时的市场行情如图 1-5,“05 国债(4)”的价格涨到了 110 元每张,此时投资者希望退出债券投资,通过交易系统在上证所卖出这 1000 手债券,获得了 110 万的收入。并且,由于“05 国债(4)”的起始计息日为 2005 年 5 月 15 日,所以 2008 年下半年的计息日为 11 月 15 日。因此,在 2008 年 11 月 15 日这一天,投资者获得总值 2.055 万的利息收入。因此,投资者进行的这项投资获得的总收益为 11 月 15 日实现的 2.055 万利息收入和 12 月 19 日实现的 10 万价差收入。

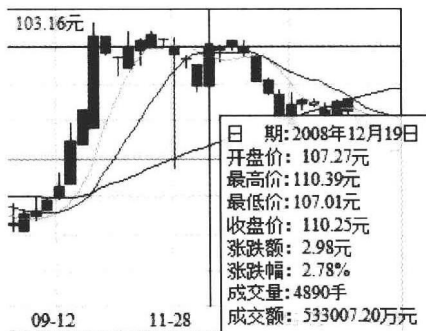


图 1-5

从上例可知,这两种不同投资方式得到的收益一个重要的差别是前者没有债券二级市场波动的风险,而后者实现的收益取决于卖出债券时的债券市场价格,这就有市场风险。因为二级市场上的债券作为一种可交易的证券,它的价值受到供求关系的影响。而供求关系体现市场参与者的投资需求以及对市场利率的判断,带有不同预期的各方投资者同时参与二级市场交易,使得债券价格随供求变动而波动。如果在投资者卖出债券时市场上有足够的买方力量接受包括该投资者在内的全部卖出量,投资者就可以较高的价格退出市场;但是如果正好遇上卖出量大于买入量的行情,投资者只能以较低的价格卖出债券。这种由于市场流动性不够导致的投资债券收益不确定的风险又称为流动性风险。

债券的风险除了提前退出投资所承担的市场风险和流动性风险之外,还有持有期内的通货膨胀风险和信用风险。通货膨胀风险是指虽然投资者持有债券至期末并获得确定的收益,但是由于通货膨胀的存在,使得同样的投资收益所代表的真实价值不同了。例如,对于上面的第一个投资者,虽然在 2025 年国债到期之前可以获得每半年 2.055 万的利息收入,但是如果年均通货膨胀率为 1.5%,那么每半年 2.055 万的利息在上一利息支付日的真实价值只有 $2.055 \div (1 + 0.75\%) = 2.04$ 万元。如果投资者不将资金投资于国债这种固定收益资产,而是其他诸如黄金的保值资产就可以有效规避通货膨胀风险。因此,通货膨胀风险是债券投资的重要风险之一。

债券投资还有一个很重要的风险——信用风险。信用风险是指在债券到期之前由于债务人信用状况变动而导致债权人损失的风险。最重要的信用风险是违约风险,也就是由于债务人在债券到期前或到期时拒绝支付本金或利息的风险。相对于市场波动性,流动性和通货膨胀造成的风险,违约事件是非常稀少的事件,但是一旦发生所造成的损失是非常巨大的。一般地,由违约事件导致的平均损失会达到 60% 以上,而且信用等级越低的公司其违约可能性越大,违约损失率也相对较大。国债是所有债券中信用风险相对较小的,因为国债的债务人是本国政府或是其他主权国家,国家政府的违约可能性是比较小的。公司债券由于其债务人是公司,它的信用风险一般来说要大于国债。但是,在 2008 年百年不遇的全球性金融危机冲击下,国家违约甚至破产也不再是传说。2008 年 10 月 8 日,冰岛总理吉尔·哈尔德发表全国电视讲话称,冰岛面临“全国性破产风险”。2009 年 11 月 25 日,迪拜政府宣布推迟偿还政府投资机构“迪拜世界集团”的债务 6 个月。

1.1.3 其他基础金融资产

除了股票和债券,基础金融资产还包括商业票据和外汇等。其中,商业票据(Commercial Paper)是指由金融公司或某些信用较高的企业开出的无担保短期票据,在国内又被称为短期融资券。商业票据的可靠程度依赖于发行企业的信用程度。它可以背书转让,但一般不能向银行贴现。商业票据的期限在 9 个月以下,由于其风险较大,利率高于同期银行存款利率。商业票据可以由企业直接发售,也可以由经销商代为发售,但对出票企业信誉审查十分严格。如由经销商发售,则它实际在幕后担保了售给投资者的商业票据,商业票据有时也以折扣的方式发售。

外汇(Foreign Exchange)的概念分为狭义的外汇和广义的外汇。狭义的外汇指的是以外国货币表示的,为各国普遍接受的,可用于国际间债权债务结算的各种支付手段。它必须具备三个特点:可支付性(必须以外国货币表示的资产)、可获得性(必须是在国外能够得到补偿的债权)和可换性(必须是可以自由兑换为其他支付手段的外币资产)。广义的外汇指的是一国拥有的一切以外币表示的资产。国际货币基金组织(IMF)对此的定义是:“外汇是货币行政当局(中央银行、货币管理机构、外汇平准基金及财政部)以银行存款、财政部库券、长短期政府证券等形式保有的在国际收支逆差时可以使用的债权。”中国于 1997 年修正颁布的《外汇管理条例》规定:“外汇,是指下列以外币表示的可以用作国际清偿的支付手段和资产:(一) 国外货币,包括铸币、钞票等;(二) 外币支付凭证,包括票据、银行存款凭证、邮政储蓄凭证等;(三) 外币有价证券,包括政府公债、国库券、公司债券、股票、息票等;(四) 特别提款权、欧洲货币单位;(五) 其他外汇资产。”

第二节 金融衍生品

金融衍生品是标的于基础金融资产的有价证券,其价值取决于标的资产的价格及其波动。正是由于衍生品价值对标的资产价格的直接依赖性,其定价方法与基础资产的定价方法也有着本质的不同。本节介绍复制技术与无套利原理的基本概念,并且基于这个原理对一些重要的衍生品进行定价,分析其价格特征。

1.2.1 远期

股票和债券是最重要的基础金融资产,是金融市场的最重要组成部分,大量的金融交易都基于这些基础资产。但是,由于股票和债券都在二级市场进行交易,它们的价格随着供求关系以及宏观经济环境等因素的影响,呈现很大的不确定性。如果投资者持有金融资产并且计划在将来一段时间后卖出资产实现利润,或者并未持有资产而是在将来某个时间买入金融资产,那么由于金融资产未来价格的不确定性会使得投资者在将来卖出资产实现利润或买入资产进行投资的收益和成本具有不确定性。金融衍生产品的使用能够有效地规避投资者面临的这些不确定性风险,并且通过衍生产品的设计可以丰富投资者的投资渠道,促进基础资产活跃交易、发现价格。

远期(Forward)是最简单的一种衍生工具。买卖合同双方承诺在将来某一天以特定价格买进或卖出一定数量的标的物,其中标的物可以是股票、债券、外汇等基础金融资产,也可以是股票指数、债券指数等指数金融产品,更可以是大豆、铜等实物商品。在合约中,未来将买入标的物的一方称为多头(Long Position),而在未来将卖出标的物的一方称为空头(Short Position)。远期合约的特征在于,虽然实际交割(执行买入或卖出标的物)在未来进行,但是交割价格已经在合约签订时确定,因此可以回避市场价格波动的风险。实际上远期合约就是适应规避现货交易风险的需要而产生的。

以标的物是股票为例,以下给出股票远期合约的条款:

- 在合约签订日 0,双方不需支付任何现金流,只需达成未来支付的协议;
- 在合约到期日 T ,合约的买方必须支付规定数额 K 的现金给合约的卖方,这个规定的数额被称作合约的执行价格;
- 在合约到期日 T ,合约的卖方转让一份标的股票给买方。

从合约的条款可以看出,远期合约买方在到期日 T 的现金流收益为 $S_T - K$,其中 S_T 表示标的股票在 T 时刻的价格。从这个现金流函数可以看出,对于远期合约买方而言,在到期日的收益既可能为正,也可能为负,这取决于股票在到期日的价格。如图 1-6,当到期日股票价格低于合约执行价格 K 时,远期买方合约在 T 时刻的收益为负;当到期日股票价格高于合约执行价格 K 时,远期

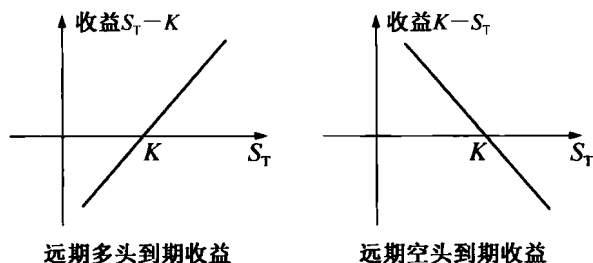


图 1-6

买方合约在 T 时刻的收益为正。远期合约卖方的到期收益正好与买方相反。

图 1-6 直观地给出了远期合约到期价值与标的股票到期价格的关系。图形显示的线性关系非常直观,但是容易产生误导。远期合约的到期日价值并不是确定的,虽然它的价值关于标的股价是线性的,但是由于到期日的股票价格是随机的,远期的到期价值也是随机的。然而,一个非常重要的特征是,远期合约到期价值虽然随机,但是其随机性完全由标的股价所确定,并且是标的股价 S_T 的显式函数。这个特征是非常重要的,基础资产一般没有这个性质。也正是因为这个差别,使得衍生资产与基础资产的定价方法有本质上的差别。

金融衍生品的定价通过复制技术 (Replication) 与无套利原理 (Absence of Arbitrage Principal) 实现。所谓复制,是指通过构建一组金融资产组合使得这组资产的到期现金流与另一资产的到期现金流完全相等。需要注意的是,这里的复制是指完全相等的复制,因为资产组合的未来现金流是随机的,而且这一资产的未来现金流也是随机的,完全相等的复制是指这两个随机的量在不论市场出现何种状况时的现金流都相等。有了复制的概念,就可以得到无套利原理。

定义 1.2.1 (套利机会) 若 X_t 和 Y_t 分别表示两个资产在 t 时刻的价值,并且两者在 T 时刻的价值能够完全复制,即 $X_T = Y_T$,若存在 $t_0 < T$ 使得 $X_{t_0} \neq Y_{t_0}$,则称这两个资产构成的市场存在套利机会。

不妨设套利机会为 $X_{t_0} < Y_{t_0}$ 。之所以称这种情形为套利,是因为可以通过在 t_0 时刻卖空一份高价格的 Y 资产,获得 Y_{t_0} 的现金收益;同时,买入一份低价格的 X 资产,支付 X_{t_0} 的现金成本。在到期日 T ,由于投资者在这两项资产上的头寸相反,并且两项资产在 T 时刻的价值完全相等,所以组合在 T 时刻的价值为确定的 0。因此,通过在 t_0 时刻贱买贵卖能够互相复制的两项资产,投资者在 t_0 时刻获得确定的 $Y_{t_0} - X_{t_0} > 0$ 收益,而不需要在期末承担任何的风险或支付任何的成本。这种“空手套白狼”的投资机会就称为套利机会。这种机会的存在使得投资者可以花费零成本、承担零风险而获得正的收益。因此,如果市场上存在这种机会,就会有大量的投资者介入套利交易。例如对于上面 $X_{t_0} < Y_{t_0}$ 的套利机会,一旦这个机会出现,就会有大量的投资者通过卖空 Y 资产买入 X 资产介入套利。而由于 Y 资产卖出量和 X 资产买入量的急剧增加,使得 Y 的价格快速下跌而 X 的价格快速上升,直至两者价格相等以至套利机会消失。对于 $X_{t_0} > Y_{t_0}$ 的套利机会,也完全可以通过类似的原理“贱买贵卖”进行套利,直到市场上的套利机会消失。

从上述套利机会的分析可以看出,一旦套利机会出现,就会有大量的投资者构造大量的头寸进行零成本、零风险、正收益的套利交易,从而使得两资产的价格迅速恢复相等。这个分析可以归结为下面的无套利原理。

定义 1.2.2 (无套利原理) 若 X_t 和 Y_t 分别表示两个资产在 t 此刻的价值,并且两者在 T 时刻的价值能够完全复制,即 $X_T = Y_T$,则必定有 $X_t = Y_t, \forall t \leq T$ 。

有了复制技术和无套利原理,就可以对股票远期这个金融衍生品进行无套利定价。无套利定价的首要步骤是构建复制组合。记股票远期合约多头在任意 t 时刻的价值为 f_t ,并且记以连续复利支付的无风险利率为 r ,则可以在 t 时刻构建如下两个投资组合:

- 组合一: 一个远期合约多头和面值为 $K \cdot e^{-r(T-t)}$ 的储蓄存款;
- 组合二: 一份不支付红利的标的股票多头;